

A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA FÍSICA

The Theory of Registers of Semiotic Representation: Contributions to the Teaching and Learning of Physics

Luís Gomes de Lima [luis.gomes.lima@usp.br]

*Programa de Pós-Graduação em Educação: Ciências e Matemática
Universidade de São Paulo – Faculdade de Educação (FEUSP)
Avenida da Universidade, núm. 308, São Paulo, SP, Brasil*

Resumo

Este trabalho é, em partes, fruto de uma pesquisa de doutorado, e tem por objetivo apresentar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e suas contribuições teórico-metodológicas para o ensino e aprendizagem da física. Busca-se verificar os signos e símbolos próprios da física pela vertente semiótica de Duval, a fim de possibilitar caminhos possíveis para o ensino da disciplina que permita melhorar sua aprendizagem por parte dos estudantes. As atividades cognitivas fundamentais de representação ligadas às semiósis: formação, tratamento e conversão, são analisadas com foco na verificação do fenômeno de congruência que leva à compreensão integrativa. Como aporte metodológico é sugerido que os critérios de congruência e modelo cognitivo de representação, centrado sobre a função de objetivação, sejam articulados de forma a permitir o uso da teoria aos problemas específicos da física. Nesse sentido, são tratados cinco problemas canônicos de física com 28 alunos de 3º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede privada de São Paulo, durante o 2º semestre de 2017. As análises realizadas sobre as atividades, com aporte da Teoria dos Registros de Representação Semiótica apontam para resultados que demonstram sua importância no desenvolvimento do ensino e aprendizagem da física por permitir aumentos nas taxas de sucesso dos alunos ao tratarem os problemas próprios da disciplina.

Palavras-Chave: Teoria dos Registros de Representação Semiótica; Ensino e Aprendizagem da Física; Resolução de Problemas.

Abstract

This work is, in part, the result of a doctoral research, and aims to present the Theory Raymond Duval's Registers of Semiotic Representations and its theoretical-methodological contributions to the teaching and learning of physics. We seek to verify the signs and symbols proper to physics by the semiotic aspect of Duval, in order to enable possible paths for the teaching of the discipline that allows students to improve their learning. The fundamental cognitive activities of representation related to semiosis: formation, treatment and conversion, are analyzed focusing on the verification of the congruence phenomenon that leads to integrative understanding. As a methodological approach, it is suggested that the congruence criteria and cognitive model of representation, centered on the objectification function, be articulated in order to allow the use of the theory to the specific problems of physics. In this sense, five canonical physics problems are treated with 28 high school students from a private school in São Paulo, Brazil, during the second semester of 2017. The analyzes performed on the activities and based on the Theory of Records Semiotic Representations point to results that demonstrate their importance in the development of teaching and learning physics by allowing increases in student success rates in addressing the problems proper to the discipline.

Keywords: Theory of Registers of Semiotic Representation: Contributions to the Teaching and Learning of Physics.

INTRODUÇÃO

Não é incomum um professor de física se deparar com falas de seus alunos indicando que não entendem física. Muitos deles dizem não entender o enunciado dos problemas, outros, com não menos intensidade, alegam não saber como resolver ou dar encaminhamento aos problemas, não conseguindo, muitas vezes, sequer montar um esboço de solução possível. Não são capazes, em muitos casos, sequer de identificar o que é dado e o que é solicitado no enunciado.

Somando-se a essa falta de compreensão, temos, por parte dos alunos, ainda, a dificuldade em resolver expressões numéricas básicas, tais como divisões com frações, decimais e, principalmente, notações científicas com operações que necessitam trabalhar com potenciações, além da falta de habilidade em tratar transformações de unidades do Sistema Internacional de Unidades (BIPM, 2018).

É importante lembrar que, de acordo com os resultados do *Programme for International Student Assessment (PISA)* de 2015, o desempenho dos alunos brasileiros está abaixo da média dos demais alunos dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE): “em ciências (401 pontos, comparados à média de 493 pontos), em leitura (407 pontos, comparados à média de 493 pontos) e em matemática (377 pontos, comparados à média de 490 pontos)” (OCDE, 2015, p.1). Segundo esses dados, de uma lista de 70 países, o Brasil se encontra nas posições 63^a, 59^a, 66^a, respectivamente, em ciências, leitura e matemática.

Esses fatos são fortes indicadores da necessidade de se buscar novas estratégias didáticas que possam contribuir para melhoria do ensino e aprendizagem da física. E, uma das implicações desses resultados, pode estar ligada diretamente à falta de compreensão dos símbolos próprios da física e sua interpretação pelos alunos, enquanto significados e significantes que levem a uma interpretação dos objetos físicos tratados em salas de aula.

Lembramos que a física trabalha com fenômenos naturais, que podem ser apresentados para posterior representação, como exposto por Peirce (2017). É na física escolar, que o professor tem a oportunidade de apresentar os fenômenos aos alunos, residindo toda potencialidade da representação. A matemática prescinde do objeto e é possível de ser tomada no grau de abstração. Como a Física é ensinada por meio de cálculos acaba aderindo à abstração simbólica da matemática, dessa forma, uma das linguagens que ampliam a representação, nasce na percepção do fenômeno em questão. Como exposto por Pietrocola (2002), não se trata de saber matemática para compreender a física, mas entendê-la como estruturante do conhecimento físico.

Essa problemática se acentua, tanto pela falta de compreensão dos símbolos específicos da física, quanto à utilização matemática na solução dos problemas, tais como a linguagem lógica ou algébrica. Tratam-se dos símbolos próprios das aplicações conceituais da física, tais como a utilização de retas e setas (\rightarrow), que ora podem designar um vetor, ora podem designar um deslocamento, ou um referencial, ou mesmo a direção e sentido de uma bússola, ou simplesmente apontar as passagens de uma mudança de fase de uma substância qualquer, entre outras aplicações.

Conforme Peirce (2017), o símbolo é um tipo de signo que existe devido a uma regra, é um produto cultural criado, e é tido como uma abstração. Entendemos o sentido de símbolo em física como o de apresentar por meio de figura ou caractere, uma representação do significado conceitual estudado. Nesse contexto, a semiótica contribui significativamente para o estudo e compreensão dos símbolos físicos. Segundo Locke (1999), a semiótica: “consiste em considerar a natureza dos sinais que a mente utiliza para o entendimento das coisas, ou transmitir este conhecimento a outros” (Locke, 1999, p. 316).

Ainda, segundo Peirce (2017) toda forma de pensamento, ou representação cognitiva é um signo, o que o autor expressa por meio de 4 características relacionados ao pensamento humano, descritas a seguir:

“1. Não temos poder algum de Introspecção, mas, sim, todo conhecimento do mundo interno deriva-se, por raciocínio hipotético, de nosso conhecimento dos fatos externos. 2. Não temos poder algum de Intuição, mas, sim, toda cognição é determinada logicamente por cognições anteriores. 3. Não temos poder algum de pensar sem signos. 4. Não temos concepção alguma do absolutamente incognoscível” (Peirce, 2017, p. 260).

Nessa perspectiva, o aprendizado de física depende da compreensão e habilidade de se operar com seus símbolos físicos a fim de estabelecer algum tipo de compreensão a respeito do fenômeno estudado, uma vez que, conforme Peirce (2017), não temos nenhum poder de pensar cientificamente sem o domínio

dos signos científicos. O que pode ser verificado em Granger (1979, p. 21-47): “a formação do pensamento científico é inseparável do desenvolvimento de simbolismos específicos para representar objetos e suas relações”.

A título de exemplo, ilustramos no quadro 1 alguns dos caracteres presentes do alfabeto grego e seu significado físico, os quais confundem muito os alunos. Além de, muitas vezes, serem totalmente incompreensíveis, por não pertencerem ao seu uso cotidiano. Como são pouco utilizados, portanto, trazem grandes dificuldades de operacionalização.

Quadro 1 - caracteres do alfabeto grego e significado conceitual para a física. Fonte: o autor.

SÍMBOLO	CONCEITOS	SÍMBOLO	CONCEITOS
α e β	Ângulos ou coeficientes de dilatação térmica	μ	Coeficiente de atrito; massa específica; 10^{-6} .
γ	Coeficiente de dilatação volumétrica; fator de Lorentz; módulo Young	ν	Frequência do quantum; velocidade; coeficiente de Poisson.
Δ	Varição; delta do cálculo de Bhaskara; deslocamento;	ρ	Densidade; resistividade elétrica.
η	Simboliza tanto o rendimento do ciclo de Carnot, quanto do trabalho mecânico.	Σ	Somatória.
θ	Ângulo ou temperatura	T e τ	Trabalho mecânico; momentum; temperatura
K e k	O Kelvin da temperatura termodinâmica ou k que denota a multiplicação por 10^3 .	Φ	Fluxo elétrico ou magnético; potência ou Lei de Fourier.
λ	Comprimento de onda da ondulatória ou De Broglie na Quântica.	Ω e ω	Resistência elétrica; velocidade angular.

Poderíamos questionar a habilidade de aplicação simbólica dos alunos por falta de prática, embora, mesmo em alunos de 3º EM, que já trabalharam com símbolos de física desde o 1º ano constata-se dificuldades no uso dos símbolos específicos da física, bem como com a linguagem própria da área de exatas. Nessa perspectiva, Feio e Silveira (2008), ao analisarem problemas onde se exigia a conversão da língua natural para o registro algébrico, constataram dificuldades dos alunos de 3º EM para atribuir significado às letras presentes no enunciado do problema.

Essa percepção, das dificuldades de compreensão da física devido ao uso de uma linguagem simbólica específica, se torna mais evidente sobre os conceitos da Física Moderna. Em Lima (2014), verificou-se dificuldades dos alunos quanto à compreensão e utilização da própria língua materna, nas palavras que conceituam termos da Mecânica Quântica (MQ), como superposição quântica, colapso de onda e incerteza. De acordo com Paulo e Moreira (2011), a linguagem específica da física e a compreensão dos símbolos físicos pode ser um impeditivo à compreensão da disciplina por parte dos estudantes, especialmente quando se trata dos conceitos da Física Moderna, pois não são conceitos de uso cotidiano. Como ressaltam: “na MQ o problema da linguagem é complexo porque não se tem de começo nenhum critério simples para se correlacionarem os símbolos matemáticos aos símbolos da linguagem cotidiana”. (Paulo & Moreira, p. 423-425).

Nesse contexto, a linguagem escrita, compreendida como símbolo, também se constitui como obstáculo aos estudantes, uma vez que a linguagem científica, embora seja escrita e apresentada na língua materna dos jovens de EM, não faz parte do seu repertório coloquial, em nível social e histórico. Assim, a estranheza sobre o porquê de os alunos não compreenderem e não aplicarem os símbolos, sejam esses símbolos representados por esquemas, números, letras, palavras, gráficos, tabelas, desenhos ou caracteres, ainda confunde os professores, por não perceberem que pode se tratar, antes, de um obstáculo pedagógico, como identificado por Bachelard (2011, p. 23): “Na educação, a noção de obstáculo pedagógico também é desconhecida. Acho surpreendente que os professores de Ciências, mais do que os outros se possível fosse, não compreendam que alguém não compreenda”.

A falta dessa percepção apontada acima, acaba por expressar-se em um ensino de física vazio, em uma espécie de verbalismo oco como explicado em Vygotsky (2008), onde a repetição de exercícios não implica, necessariamente, uma compreensão conceitual, abstrata e passível de generalização para contextos

diversos. Ainda, segundo Vygotsky (2008), a noção de signo é anterior a de símbolo, pois o primeiro atua como mediador na formação de um conceito, ou seja, atua diretamente no desenvolvimento das funções psíquicas superiores: a memória lógica, a atenção deliberada e a abstração, para depois se transformar no segundo, em símbolo, capaz de ser operacionalizado e permitir a generalização de um conceito. Nesse contexto, Vygotsky (2007), amplia a concepção sobre a origem das funções psicológicas superiores, permitindo que se compreenda “a íntima relação entre a sua natureza fundamentalmente mediada e a concepção materialista dialética de mudança histórica” (Vygotsky, 2007, p. 11).

Como o indivíduo adquire seu sistema de símbolos a partir de sua vivência histórica e social, esse sistema simbólico, fruto do senso comum, está internalizado no adolescente estudante de EM. Tanto pela prática social, quanto por sua aceitação, em seu meio. O que constitui, uma facilidade de uso, um pragmatismo. Contudo, o mesmo não se pode dizer a respeito dos signos e símbolos da física. Seria o caso, ao que parece, de criar primeiro o símbolo antes de utilizá-lo, para facilitar o próprio processo de abstração científica, conforme exposto por Menezes, Kawamura e Housome (1994, p. 16): “*Na construção dessa ciência (a física), a abstração que corresponde a simplicidade decorre de um longo processo, por vezes secular, que é a própria ciência em seu desenvolvimento. Para a ciência e para seu aprendiz, o símbolo precisa primeiro, ser criteriosamente construído, para só então, ser utilizado*”.

Nesse aspecto, não se trata de ensinar apenas, no sentido de transmitir os signos e símbolos da física, mas sim o de criá-los junto aos nossos estudantes, e ao criarmos devemos ter o cuidado para não nos restringirmos a apenas uma única linguagem. Devemos, ao contrário, ofertar muitas linguagens distintas e ensiná-los a como transitar entre elas, o que permite a aquisição de sentido na apreensão conceitual. Assim, a criação dos símbolos da física é imprescindível à compreensão da disciplina. Como ressalta o poeta Fernando Pessoa (1998, p.1): “*O entendimento dos símbolos e dos rituais (simbólicos) exige do intérprete que possua cinco qualidades ou condições, sem as quais os símbolos serão para ele mortos, e ele um morto para eles*”. [...] *a simpatia [...], a intuição [...], a inteligência [...], a compreensão [...]* e a *graça*”.

Dessa forma, podemos questionar como realizar essa tarefa, uma vez que o ensino de física está pragmatizado, em geral, nos livros didáticos e materiais de ensino, com toda sua simbologia específica apresentada de forma pronta e acabada. Não há indicativo, nesses materiais, de como construir os signos e símbolos da física, para depois utilizá-los. Cabe ao professor de física, sozinho, assumir o desafio e criar as condições aos alunos, que o poeta acima ressalta, a fim de permitir acesso ao universo simbólico que resulte na compreensão dos conceitos físicos estudados.

Diante dessa necessidade, o objetivo principal deste trabalho é o de desenvolver estratégias didáticas, por meio da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, para que os alunos tenham oportunidades de compreender a disciplina de física e melhorarem seu desempenho escolar. É nesse aspecto que a teoria duvalina deve ser investigada, uma vez que permite a construção das aprendizagens intelectuais por meio de atividades cognitivas fundamentais de representação ligadas às semiósis.

A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Raymond Duval é psicólogo e filósofo francês. Professor da *Université du Littoral Côte d'Opale* em Dunquerque na França, tendo atuado com psicologia cognitiva em estudos desenvolvidos entre 1970 a 1995 junto ao *L'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* (IREM) de Estrasburgo na França. Seu campo de investigação se refere à aprendizagem matemática e o papel dos registros de representação semiótica para a compreensão do conhecimento matemático. A sistematização de sua teoria é apresentada na obra *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels* (Duval, 1995, 2009).

A teoria de Raymond Duval tem sido investigada por diversos pesquisadores da área de ensino de matemática, como apontam os trabalhos constantes em artigos, estados da arte, pesquisas de mestrado e doutorado, como os presentes em: Boemo (2015), Boemo, Rosa e Mariani (2014), Brandt (2005), Brandt e Moretti (2014), Colombo, Flores e Moretti (2008), Costa (2010), Kluppel e Brandt (2014), Picone (2007), Pontes, Brandt e Nunes (2017), Ribeiro (2007) e, Richit e Silva (2014).

Os trabalhos acima ilustram o interesse pela teoria de Raymond Duval por parte dos pesquisadores brasileiros, e sua aplicação no ensino, constatando um aumento significativo de taxas de sucesso em resoluções de problemas por parte dos estudantes. E, por tratar-se de uma teoria voltada às aprendizagens matemáticas devemos mostrar aqui o motivo de sua empregabilidade à física ser frutífera aos propósitos

desse artigo. Em sua obra, Duval (2009) expõe que atividades cognitivas, como a internalização conceitual, o raciocínio, a resolução de problemas e compreensão textual, exigem o uso de vários sistemas semióticos para o desenvolvimento e funcionamento cognitivo do pensamento humano, o que a nosso ver, articula-se perfeitamente com o ensino e aprendizagem da física.

Segundo o autor, é a diversidade de representações semióticas que possibilita o aumento da cognição e, por consequência, surge o desenvolvimento das representações mentais. Também aponta para a necessidade de se coordenar a variedade de sistemas semióticos, a qual não é exclusiva da matemática, sendo observada tanto no domínio da língua natural, nos casos em que é preciso compreender, interpretar, extrair informações e escrever coerentemente, quanto no domínio dos conceitos físicos, onde é preciso compreender e interpretar problemas para aplicar os conceitos adequados em suas resoluções. Assim, de acordo com Duval (2009): “*Não há noésis sem semiósis, é a semiósis que determina as condições de possibilidade e de exercício da noésis*” (Duval, 2009, p. 17). Vale lembrar que, para o autor, o termo noésis significa inteligência, o ato de entender, e semiósis indica a ação do signo, sua representação em ação. Assim, a afirmação relatada é a de que não existe compreensão sem uma representação que conduza até ela.

Tal verificação responde o denominado *paradoxo cognitivo* apresentado por Duval (2005, p. 21): “*como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação*”? Para Duval (2005), a utilização e mobilização de várias representações semióticas que correspondam a um único objeto responde a esse paradoxo, embora deixe bem claro que essa passagem de um sistema de representação para outro, não é, de forma alguma, clara ou espontânea para os alunos. Tal dificuldade, por parte dos alunos, é evidenciada por Duval (2009) ao afirmar que os estudantes:

“Não reconhecem o mesmo objeto através das representações que lhe podem ser dadas nos sistemas semióticos diferentes: a escritura algébrica de uma relação e sua representação gráfica, a escritura numérica de um relatório e sua representação geométrica sobre uma reta ou no plano, o enunciado de uma fórmula em francês e a escritura dessa fórmula sob forma literal, etc. E, de maneira mais significativa, uma tal separação persiste mesmo após, no processo de ensino, tendo sido bastante utilizados esses diferentes sistemas semióticos de representação” (Duval, 2009, p.19).

O mesmo se constata nos estudantes de física, pois não reconhecem um mesmo objeto físico através de distintas representações, como, por exemplo, uma equação das posições do movimento retilíneo uniforme descrita em forma algébrica não é compreendida em outras formas de representação como a gráfica, ou através de um enunciado em língua portuguesa. É importante esclarecer que em sua teoria, Duval utiliza o termo *registros de representação semiótica*, que representa os sistemas semióticos, como a escrita algébrica, a representação gráfica, a língua natural, a ilustração, entre outros, que cumprem as chamadas três atividades cognitivas necessárias para classificar uma representação semiótica, explicadas por Duval (2009), como as ações de:

“1ª Constituir um traço ou um ajuntamento de traços perceptíveis que sejam identificáveis como uma representação de alguma coisa em um sistema determinado; 2ª Transformar as representações apenas pelas regras próprias ao sistema, de modo a obter outras representações que possam constituir uma representação de conhecimento em comparação às representações iniciais; 3ª Converter as representações produzidas, em um sistema, em representações de um outro sistema, de tal maneira que estas últimas permitam explicar outras significações relativas ao que é representado” (Duval, 2009, p. 36-37).

Essas atividades cognitivas fundamentais de representação ligadas às semioses são denominadas por Duval (2009) por formação, tratamento e conversão.

A *formação* de uma representação semiótica consiste no uso de um ou vários signos, pertencentes a um sistema semiótico já existente e utilizado, para representar um objeto, seja por sua nomeação, sua reprodução icônica, seja pela esquematização de suas propriedades, constituindo as chamadas regras de conformidade que garantem o processo de formação de representação semiótica dentro do domínio definido. Essas regras de conformidade, segundo Duval (2009): “*Definem um sistema de representação, e por consequência, os tipos de unidades constitutivas de todas as representações possíveis num registro*” (Duval, 2009, p. 55-56). Essa definição permite compreender a formação intrínseca de uma representação em um registro específico, como a escrita simbólica de um comprimento de onda qualquer (λ), ou escrita de um texto,

ou uma expressão física ($E = mgh$) que constituem, dentro de cada registro, uma representação de um registro já utilizado, permitindo, pela regra de conformidade, o reconhecimento e aceitação da representação que foi formada. Assim, o aluno reconhecerá a representação formada, dizendo: esse é o símbolo do comprimento de onda; isso é um texto; ou, essa é a expressão matemática da energia potencial gravitacional.

A segunda atividade denominada de *tratamento*, indica uma transformação de uma representação em outra, interna a um registro ou a um sistema, Duval (2009, p. 57) fornece o exemplo do cálculo que, segundo o autor: “é um *tratamento interno ao registro de uma escritura simbólica de algarismos e de letras: ele substitui novas expressões em expressões dadas no mesmo registro de escrita de números*”. O mesmo processo se constata na física, no tratamento da linguagem conceitual em uma explicação sobre um fenômeno, que se mantém na língua natural, ou seja, não passa para outro tipo de registro semiótico, permanece naquele que originou o problema. Nesse exemplo, mantém-se a internalidade do registro ou sistema semiótico, no caso, a língua natural utilizada na explicação de um fenômeno que, ao sofrer o tratamento resulta na escrita, na mesma língua materna, de um conceito físico. Também, pode-se ter o tratamento na solução de um exercício dado em forma de equações e resolvido por equações.

Assim, como a formação possui a regra de conformidade, o tratamento ocorre mediante regras de expansão informacional que garantem a representação do registro final no mesmo registro de partida. Duval (2009) indica as *regras de derivação*, de natureza dedutiva, no quadro da lógica; as *regras de produção* de natureza inferencial, no quadro da inteligência artificial; as *regras de coerência temática*, de natureza linguística, no quadro das línguas naturais e; as *regras associativas de contiguidade e de similitude*, de natureza cognitiva, no quadro das ideias, por permitir a expansão discursiva e a mobilização de representações mentais. Um exemplo típico da cinemática, a respeito dessa atividade cognitiva, talvez seja esclarecedor: seja a equação $X = 10 + 5.t$, sendo $t = 2$, qual o valor de X ? Nessa ilustração a solução é dada por $X = 10 + 5(2) = 20$, constituindo uma resolução que ocorreu sem necessidade de se mudar o registro para outro, como um gráfico, isto é, permaneceu interna ao registro inicial.

A terceira atividade denomina-se *conversão* de representação, cuja tese explicita a transformação da representação de um objeto, ou situação ou informação pertencente a um registro em uma representação do mesmo objeto, da mesma situação ou informação, porém num outro registro. Conforme aponta Duval (1993), a conversão é uma transformação externa ao registro inicial, sendo cognitivamente diferente do tratamento e, a mais importante para as aprendizagens intelectuais.

O autor cita quatro exemplos de conversão: 1) a ilustração como a conversão de uma linguagem escrita (uma representação linguística) em uma representação imagética em forma de figura; 2) a tradução que é a conversão de uma representação linguística em uma determinada língua em outra representação linguística em outra língua; 3) a descrição que indica a conversão de uma representação não verbal como os esquemas, figuras, gráficos, tabelas, em uma representação linguística, sendo que o autor alerta para que não se confunda essa conversão com a descrição de um objeto, ou situação, ou informação que não foram, ainda, semioticamente representados e; 4) a conversão de uma representação linguística, dos dados de um problema, para uma representação de escrita simbólica em forma de equação.

Esses exemplos fornecidos pelo autor permitem ao pesquisador em ensino de física, bem como aos professores da disciplina, a articulação no desenvolvimento de conceitos físicos baseando-se nas atividades de conversão. Assim, ao tratar de um conceito, como a cinemática vetorial, pode trabalhá-lo conscientemente em um registro por meio de uma figura, a ser convertido em uma representação vetorial, ou na tradução de um texto em língua natural sobre o problema vetorial representado para um outro registro em forma de escrita algébrica, entre outras conversões, que garantem maior segurança no aprendizado conceitual.

Essas amostras, entre outras, indicam a enorme dificuldade para os alunos na compreensão dos conceitos e fenômenos físicos, pois a conversão constitui, segundo Duval (2009, p. 63) “a *atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos*”. Para o autor, existem falhas no ensino e aprendizagem que acentuam essa dificuldade, como a falta de estudos e emprego da conversão, levando a inexistência de regras de conversão. Há ainda, a execução de princípios de simplicidade e economia didáticas que resultam no uso exclusivo do registro convertido, não havendo preocupação com a coordenação dos registros representados, além de certo imediatismo e simplicidade ingênua na mudança de registros, como se ela fosse natural.

A congruência tem relevante importância, por permitir transpor os obstáculos surgidos quanto à mudança e coordenação de registros, favorecendo as aprendizagens conceituais. O problema específico colocado por Duval (2009) sobre esses obstáculos se refere a uma aprendizagem que leve à aquisição de atividades de conversão. É importante lembrar que é comum a fala de que os alunos chegam ao Ensino Médio

sem saber calcular. Esse fracasso é interpretado, erroneamente, como relativo ao cálculo *per se*, ou ao seu tratamento. Entretanto, esse fracasso resulta em não saberem realizar a conversão. Como exemplo, o autor cita o caso das escrituras decimal, fracionária e exponencial, que são de registros totalmente diferentes de representação semiótica de números, como nos exemplos abaixo citados por Duval (1993):

“Para a expressão de um número é preciso, de fato, distinguir a significação operatória ligada ao significante, em virtude das regras do sistema de expressão escrita (esta significação operatória não é a mesma para 0,25, 1/4 e 25.10⁻²: não são os mesmos tratamentos que devem ser considerados para efetuar as adições 0,25 + 0,25 = 0,5, 1/4 + 1/4 = 1/2 e 25.10⁻² + 25.10⁻² = 50.10⁻² e o número representado que não é o significante 0,25, nem o significante 1/4 e nem o significante 25.10⁻². Cada uma destas três expressões tem uma significação operatória, mas representa o mesmo número” (Duval, 1993, p. 42-43).

É importante notar e mostrar, ao menos duas coisas, a primeira é a de que essas operações são frequentes nos problemas de física. A segunda, que as operações matemáticas para resolução desses cálculos são diferentes, embora tenham o mesmo significado, conforme ilustrado no quadro 2, demonstrando diversos registros de representação semiótica de números.

Quadro 2: casos de soma com decimal, fração e potenciação. Fonte: Duval (2009, p. 60).

<p>1º caso</p> $0,25 + \frac{0,25}{1} = 0,50$	<p>2º caso</p> $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1+1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,50$	<p>3º caso</p> $25 \cdot 10^{-2} + 25 \cdot 10^{-2} = (25 + 25) \cdot 10^{-2} = 50 \cdot 10^{-2} = 0,50$
---	---	--

Ressaltasse a distinção de significação operatória em cada um dos casos, a forma de operacionalizar as somas é totalmente diferente nas três situações, no 1º caso é uma soma direta, no 2º caso o estudante deve considerar a soma de fração tomando a noção de mínimo múltiplo comum e, no 3º caso, a soma se dá pelo conceito de potenciação. Ora, precisamos lembrar que operações desse tipo não se restringem à matemática, ao contrário, são mais que frequentes nas salas de aula de física, onde os alunos se deparam com essas mudanças de registro, como se isso fosse natural para eles.

Assim, uma tarefa que implique: realize a soma 0,25 + 0,25 na forma de fração e na forma de potenciação, torna-se extremamente complexa para o estudante. O mesmo ocorre, ao observarmos um problema de física dado por um registro, mas cuja resolução, exija outro registro que não está claro no enunciado do problema, como no caso de um resistor ôhmico, por exemplo, dado em um gráfico, mas cuja solicitação seja a expressão da Lei de Ohm. Portanto, a problemática principal, exposta por Duval (2009) é a inexistência de regras de conversão que possibilitem a aprendizagem conceitual, sendo que, ela é para aprendizagem *“uma atividade tão fundamental quanto as atividades de formação ou de tratamento. Porque ela, sozinha, pode favorecer a coordenação dos registros de representações”* (Duval, 2009, p. 63).

Para Duval (2009), essa discrepância na aprendizagem intelectual, entre solicitações e resoluções nos problemas de matemática ou física, se dá pela falta de congruência entre as representações de um objeto relativo a sistemas semióticos diferentes. Para que haja congruência é necessário, segundo Duval (2009), segmentar a representação em unidades que sejam significantes de tal modo que possam ser correspondentes, sendo necessários três critérios de congruência, como descrito a seguir.

1º Possibilidade de correspondência semântica dos elementos significantes: a cada unidade significativa simples de uma das representações pode-se associar uma unidade significativa elementar (conversão de uma expressão referencial em uma escritura algébrica, como no exemplo: João tem 4 bolinhas e ganhou 2 → 4+2). Esse critério ocorre quando o número de signos no registro de partida é o mesmo que no registro de chegada, como no exemplo citado “4 ganhou dois”, representam três signos de partida, enquanto que o registro de chegada deve, obrigatoriamente, possuir, também, três signos, como se observa “4+2” constituem os três signos exigidos. Ao contrário, esse critério não se observa quando o número de signos distinguem na partida e chegada, como por exemplo, o registro de partida “quatro vezes mais” possui três signos, entretanto, o registro de chegada se apresenta como “vezes quatro” ou “x4”, constituindo-se com dois signos apenas, não garantindo, portanto, o estabelecimento da correspondência semântica dos elementos significantes e dificultando a conversão.

2º Univocidade semântica terminal: a cada unidade significativa elementar da representação de partida deve corresponder uma só unidade significativa elementar no registro de representação de chegada (registro icônico possui um só valor significativo, enquanto que no registro da língua natural temos duas unidades significantes elementares possíveis). Esse critério exige que, nos problemas, deva existir uma só operação para cada registro por vez. Por exemplo, se o problema trata de multiplicação em seu enunciado, a solução deve ter apenas multiplicação. Nos casos em que há presença de operações distintas no registro de partida e no registro de representação de chegada, tais como (ganhou/perdeu, mais/menos, multiplicar/dividir, escalar/vetorial, entre outras), esse critério não é observado, conseqüentemente não há congruência e a conversão pode ser impossível de ser realizada. Como por exemplo, no problema: “Qual a aceleração escalar média de um automóvel que aumenta sua velocidade de 36 para 72km/h em 5s”? Fica evidente a não-congruência, pois a univocidade semântica terminal não é preservada uma vez que para resolver o problema deve-se efetuar conversão por divisão (km/h para m/s), subtrações (20 m/s – 10 m/s) e, novamente, divisão (10 m/s / 5 s), resultando na aceleração de 2 m/s². Só que no enunciado do problema há apenas a indicação de soma (que aumenta), o que implica várias operações para um só registro, portanto, caracteriza-se como um fenômeno de não-congruência, e a taxa de fracasso dos alunos aumenta consideravelmente em exercícios desse tipo.

3º Organização das unidades significantes: as organizações respectivas das unidades significantes de duas representações comparadas conduzem a apreender nelas as unidades em correspondência semântica segundo a mesma ordem nas duas representações (pertinente apenas quando estas apresentam o mesmo número de dimensão). Esse critério é útil para se comparar frases e fórmulas literais, sendo observado quando lemos o registro de partida no mesmo sentido que escrevemos o registro de chegada, por exemplo, no problema “ganho 2 doces e ganho 3, fico com 5”, resulta em (ganha) 2 + (ganha) 3 = (ganha) 5, conservando, dessa forma, a organização das unidades significantes, pois garante a mesma ordem de apreensão das unidades nas duas representações: (ganha 2, ganha 3, ganha 5 → 2, 3, 5). Ao contrário, essa organização não se observa quando temos, por exemplo, que realizar inversões na ordem em que o registro de partida se apresenta, como no problema “Uma pessoa corre numa pista de Cooper de 600 m de comprimento, com velocidade média de 1,5 m/s. Quantas voltas ela completará em 60 minutos”? A organização das unidades significantes não é conservada, pois há uma inversão necessária para solução do problema, ou seja, primeiro devemos calcular o tempo para uma volta (600m/1,5m/s), depois transformar 60 min em s (60.60) e só depois efetuar 3600/400 para obter as 9 voltas e, tal solução, não está evidente no enunciado, pois o sentido de solução no registro de chegada é outro, totalmente diferente, do registro de partida, o que torna a resolução praticamente impossível ao estudante.

São esses os critérios que possibilitam determinar se existem ou não-congruência entre duas representações semióticas diferentes. A não-congruência das representações semióticas corresponde, segundo Duval (2009), ao frequente fracasso na atividade cognitiva de conversão, sendo que se pode compreender um conceito, mas não saber operacionalizar a representação em termos de outra representação por falta dos critérios de congruência entre os registros.

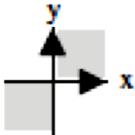
Esse comportamento é ressaltado por Duval (2009) ao mostrar as taxas de sucessos e fracassos de alunos nas resoluções de problemas com e sem os critérios de congruência. O autor fornece exemplos esclarecedores em uma tarefa de conversão entre expressões referenciais e escritura simbólica como ao apresentar, I: a soma dos dois produtos inteiros, todos inteiros sendo diferentes. E, II: sua expressão algébrica $a.b + c.d$.

Ao solicitar que os alunos realizassem as conversões de I → II ou de II → I, constatou uma taxa de sucesso de 90 % em ambos os casos, pois foram garantidos os critérios de congruência. Em outro exemplo, o autor apresenta, I: A soma dos produtos de um inteiro com dois outros inteiros. E, II: $a.b + a.c$.

Ao solicitar a conversão de I → II, constatou uma taxa de acertos de apenas 48%. Os fracassos notados, constituem e evidenciam o fenômeno de não-congruência, principalmente por falta de correspondência semântica, o que não ocorre com o primeiro exemplo, onde existem os três critérios de congruência.

Tais dificuldades não são exclusivas da passagem da língua natural à simbólica, constata-se em diversas outras conversões, cujos elementos constitutivos possuam não-congruência entre si. Duval (2009) expõe a mesma dificuldade ao analisar a conversão da representação de escritura algébrica para sua representação gráfica e vice-versa, como pode ser melhor visualizado na tabela 1.

Tabela 1: Conversões de registros: língua natural, algébrico, gráfico. Fonte: Duval (2009, p. 76)

I	II	III	I→III: hachurar	III→II: escolher a expressão
3... o conjunto dos pontos cuja abscissa e ordenada são de mesmo sinal.	$xy \geq 0$		56%	25%

Observa-se que o fenômeno de não-congruência é claramente observado na passagem III→II, já na passagem I→III tem-se correspondência semântica e univocidade semântica terminal entre a representação linguística (I) e sua representação gráfica (III), o que corresponde a uma maior taxa de sucesso dos estudantes nessa conversão pelo fato de possuir congruência entre as representações. De acordo com Duval (2009) a conversão da escritura algébrica para um gráfico (equação → gráfico) ocorre tranquilamente, porém a conversão inversa (gráfico → equação) se torna, ao estudante, extremamente difícil. Segundo o autor, isso se deve à indeterminação das unidades significantes em relação aos pontos do gráfico, sendo determinadas por valores visuais do gráfico, como explica: “As unidades significantes de um gráfico correspondem aos valores de diferentes variáveis visuais. O aluno que não as discrimine é como cego para a conversão inversa da que é classicamente ensinada. Isso quer dizer que ele **tem poucas chances de fazer uma leitura correta dos gráficos**” (Duval, 2009, p.78-79, grifo nosso).

É relevante ressaltar que as representações semióticas se referem, aqui, aos símbolos próprios do aprendizado físico, os símbolos matemáticos e conceituais próprios da física. Lembrando que a obtenção de seus caracteres próprios, sua utilização, são oriundos dos bancos escolares e não da praxis cotidiana, conforme afirma Vygotsky (2008, p. 145): “os conceitos científicos são produto do aprendizado escolar”. As representações semióticas são, portanto, conforme Duval (2009) figuras, gráficos, tabelas, escrituras simbólicas, língua natural, ou língua materna, que, inclusive, é a representação semiótica primeira segundo Peirce (1931, p. 61), entre outras, específicas da física, como visto no quadro 1.

Nesse contexto, a mobilidade entre os registros também é significativa, e a análise do procedimento de correspondência dos registros de representação semiótica se faz necessária ao desenvolvimento dos conteúdos físicos, e é apresentada por Duval (2009) por meio da congruência e da não-congruência entre as representações, a fim de possibilitar a investigação sobre os casos em que há conversão entre as representações ou não. A mobilidade, por meio da correspondência, possibilita avaliar um enunciado de uma lei física como, por exemplo, a segunda lei de Newton, em uma representação semiótica inicialmente representada em língua natural como “a força é o produto entre a massa e a aceleração”, e algumas possíveis conversões, tais como:

- i. Representação algébrica $\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a}$; ou, $\vec{I} = \Delta\vec{Q}/\Delta t \rightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{v}/t = m \cdot \vec{a}$
- ii. Representação simbólica $\Sigma\vec{F}_R \neq 0$;
- iii. Representação em língua original por meio da qual a lei foi escrita no Principia: “*Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secumdem lineam rectam qua vis illa imprimitur*”.
- iv. A tradução que é a conversão da representação linguística em latim em outra representação linguística em português: “A mudança do movimento é proporcional à força motriz impressa, e se faz segundo a linha reta pela qual se imprime essa força”.
- v. A ilustração, esquema, figura ou imagem que represente o enunciado escrito.

Torna-se claro, pelo exposto acima, que a mobilidade e a conversão entre essas diversas representações não são naturais aos estudantes, sendo árdua a tarefa de resolução de muitos problemas.

Desse modo, uma aprendizagem desenvolvida sobre a coordenação de registros, que possa desenvolver a atividade cognitiva de conversão nos estudantes parece essencial. Como indica Duval (2009), ao afirmar que qualquer aprendizagem que esteja centrada na conversão de representações, realizada fora do tratamento parece “*necessária ao início de todo ensino que dá acesso a um novo domínio ou uma nova rede conceitual*” (DUVAL, 2009, p. 99). Para o autor, não basta que o professor insira exercícios de conversão sobre alguns tópicos de seu conteúdo, o que constitui um erro didático, pois o que não se observa é exatamente a não-congruência, que não é explícita em processos de resolução, além da conversão, que

exige as unidades significantes, tanto nos registros iniciais, quanto nos finais, porém: “sempre é a discriminação dessas unidades significantes que falta” (Duval, 2009, p. 99).

A discriminação das unidades significantes constitui-se, portanto, como a condição preliminar para a atividade de conversão de representações semióticas, sendo que a dificuldade de conversão não se resolve pela prática de exercícios de conversão, mas sim pela discriminação dessas unidades significantes. O objetivo central da discriminação é, de acordo com o exposto por Duval (2009), “fazer o objeto de uma aprendizagem específica. Ela é a condição necessária para toda atividade de conversão e, em seguida, para o desenvolvimento da coordenação dos registros de representação” (Duval, 2009, p. 100, grifo nosso).

Isso implica a segmentação das representações em suas unidades, explorando-se as suas variáveis possíveis nos diferentes registros de representação. A quantidade de variáveis em um registro de representação semiótica, que possibilite a previsão e observação destas em outro registro de representação semiótica, pode ser um dos fatores de acentuada dificuldade para os estudantes. Decerto, os problemas onde apareçam muitas variáveis são de extrema dificuldade de solução.

Nesse aspecto, a noésis e a aprendizagem em termos conceituais, tão preciosa para o ensino da física, podem ser obtidas por meio de uma coordenação e mobilidade que garanta a correspondência entre os registros de representação semiótica e os três critérios de congruência. Segundo Duval (2009) essa apreensão conceitual é dada pelo conceito de objetivação.

A atividade conceitual implica a coordenação dos registros de representação. É preciso que um sujeito seja capaz de atingir o estado da coordenação de representações semioticamente heterogêneas, para que ele possa discriminar o representante e o representado, ou a representação e o conteúdo conceitual que essa representação exprime. Mas é no que diz respeito à função de objetivação, e não às de expressão ou à de tratamento, que a estrutura da representação deve ser, em definitivo, analisada para se compreender seu papel no funcionamento cognitivo do pensamento (Duval, 2009, p. 82).

Dada a importância da objetivação ressaltada acima, apresentamos o modelo cognitivo de representação baseado nessa função proposta pelo autor na figura 1.

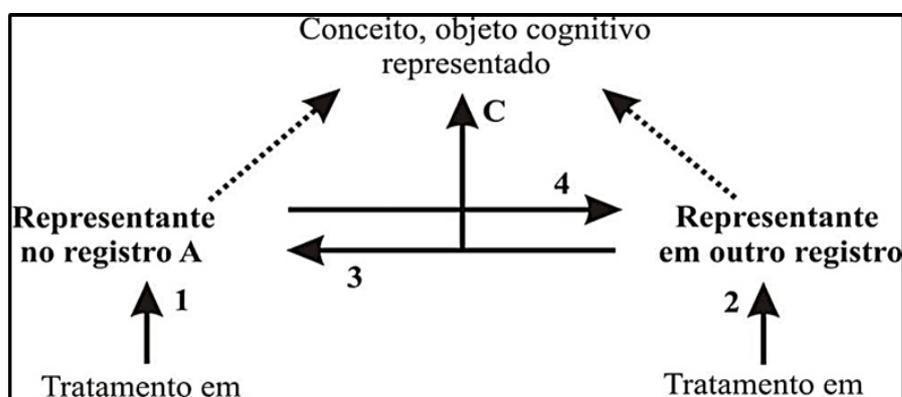


Figura 1: Modelo cognitivo de representação centrado sobre a função de objetivação. Fonte Duval (2009, p. 89).

Segundo esse modelo, Duval (2009) explica que:

“As flechas 1 e 2 correspondem às transformações internas a um registro. As flechas 3 e 4 correspondem às transformações externas, isso quer dizer a conversões por mudança de registro. A flecha C corresponde ao que chamaremos compreensão integrativa de uma representação: ela supõe uma coordenação de dois registros. As flechas em pontilhado correspondem à distinção clássica entre representante e representado. Naturalmente esse esquema considera o caso mais simples da coordenação entre dois registros: em certos domínios, como a álgebra linear, uma coordenação entre três registros ao menos pode ser requisitada. Podemos ver igualmente uma das possibilidades importantes da estrutura da representação: o representante de um registro pode ser considerado como o representado de um outro registro, como é o caso na relação entre texto e imagem. Enfim não existem flechas entre os tratamentos próprios a cada registro. Isso não exclui o caso de congruência ou ‘equivalência computacional’, mas o interesse de

mudanças de registro se apega ao fato de que cada registro tem tratamentos que lhe são próprios” (Duval, 2009, p. 89).

Assim, como se pode observar, a atividade cognitiva de conversão das representações semióticas leva a uma coordenação entre os dois registros de representação (flechas 3 e 4), por meio da objetivação à compreensão integrativa (flecha C), a qual se refere ao entendimento alcançado por meio da coordenação de registros.

Para conseguir converter registros de representações semióticas o estudante deve, primeiro, aprender a identificar e trabalhar com a discriminação de unidades significantes ao registro, o que o leva a necessidade de verificar as variáveis desse registro e observá-las em outros registros. A prática histórica, portanto, instaurada no ensino da física de se utilizar e trabalhar com poucos registros, como exclusivamente a álgebra, aponta para a incompreensão da física pelos estudantes da disciplina.

De modo geral, podemos considerar que os pontos mais importantes da teoria de Raymond Duval foram apresentados, em especial o conceito de conversão de representação e suas particularidades de coordenação de registros, juntamente com o modelo cognitivo centrado na função da objetivação. Um esquema geral da teoria pode ser observado na figura 2, constante no anexo I.

METODOLOGIA

Dada a exposição geral da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, é apresentado um modelo de aplicação dessa teoria voltado à resolução de problemas de física trabalhados em sala de aula. O intuito é apontar as vantagens em se articular essa teoria com o ensino e aprendizagem da física, combinando as discriminações das unidades significantes, com a função de objetivação, na resolução de problemas da física escolar.

A justificativa dessas atividades encontra-se respaldada em Duval (2009), ao afirmar que “o que interessa de maneira mais prática aos que ensinam Matemáticas e aos formadores dos que ensinam são ferramentas que permitem analisar os trâmites matemáticos no quadro de resolução de problemas” (Duval, 2009, p. 10). O mesmo podemos dizer em relação à física trabalhada em sala de aula, ou seja, a física escolar que trata da resolução de problemas.

Nesse propósito são apresentados cinco problemas canônicos de física, os quais constituem a parcela de um total de 20 problemas, como apresentei em Lima (2018), os quais forma selecionados de uma lista de exercícios aplicados com 28 alunos de 3º ano do Ensino Médio, de uma escola da rede privada de São Paulo, durante o 2º semestre de 2017. Os problemas consistiam de lista preparada pelo professor da disciplina, a qual seguimos sem interferir, ou acrescentar demais questões. Os alunos participantes estavam em etapa de revisão dos conteúdos de física, ou seja, encontravam-se estudando conteúdos revisionais para os vestibulares de fim de ano. A escolha dos cinco problemas do total presente na lista, se justifica pela sua diversidade em termos de conteúdos e pelo alto índice de fracasso da turma em resolvê-los sem aplicação da teoria duvalina. Assim, houve dois momentos, o primeiro os alunos tentaram resolver os problemas sozinhos e, o segundo, logo na aula seguinte, resolveram os mesmos problemas, agora com a discriminação das unidades significantes, e com a garantia dos três critérios de congruência.

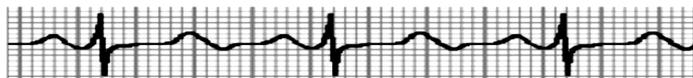
Os problemas selecionados estão descritos abaixo:

01) - (UEL) - O homem utiliza o fogo para moldar os mais diversos utensílios. Por exemplo, um forno é essencial para o trabalho do ferreiro na confecção de ferraduras. Para isso, o ferro é aquecido até que se torne moldável. Considerando que a massa de ferro empregada na confecção de uma ferradura é de 0,5 kg, que a temperatura em que o ferro se torna moldável é de 520 °C e que o calor específico do ferro vale 0,1 cal/g°C, assinale a alternativa que fornece a quantidade de calor, em calorias, a ser cedida a essa massa de ferro para que possa ser trabalhada pelo ferreiro. Dado: temperatura inicial da ferradura: 20 °C.

- a) 25 b) 250 c) 2500 d) 25000 e) 250000

02) - (UNIFESP) - O eletrocardiograma é um dos exames mais comuns da prática cardiológica. Criado no início do século XX, é utilizado para analisar o funcionamento do coração em função das correntes elétricas que nele circulam. Uma pena ou caneta registra a atividade elétrica do coração, movimentando-se

transversalmente ao movimento de uma fita de papel milimetrado, que se desloca em movimento uniforme com velocidade de 25 mm/s. A figura mostra parte de uma fita de um eletrocardiograma.

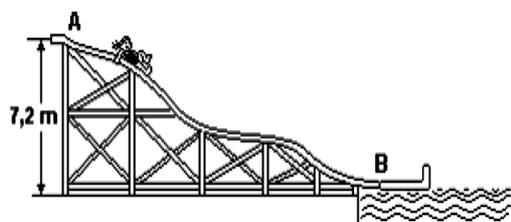


Sabendo-se que a cada pico maior está associada uma contração do coração, a frequência cardíaca dessa pessoa, em batimentos por minuto, é:

- a) 60. b) 75. c) 80. d) 95. e) 100.

03) - (Fonte: Tipler, volume 2) - A carga $q_1 = +25 \text{ nC}$ está na origem, a carga $q_2 = -15 \text{ nC}$ está no eixo em $x = 2,0 \text{ m}$ e a carga $q_0 = +20 \text{ nC}$ está no ponto $x = 2,0 \text{ m}$, $y = 2,0 \text{ m}$. Determine a intensidade, a direção e o sentido da força elétrica resultante em q_0 .

04) - (UFG) - A figura mostra uma pessoa com massa de 60 kg que desliza, sem atrito, do alto de um tobogã de 7,2 m de altura (ponto A), acoplando-se a um carrinho com massa de 120 kg, que se encontra em repouso no ponto B. A partir desse instante, a pessoa e o carrinho movem-se juntos na água, até parar. Considere que a força de atrito entre o carrinho e a água é constante, e o coeficiente de atrito dinâmico é 0,10. A aceleração gravitacional local é 10 m/s^2 .



- a) calcule a velocidade da pessoa ao atingir o ponto B.
 b) calcule a velocidade do conjunto pessoa-carrinho, imediatamente após o acoplamento.
 c) calcule a distância percorrida na água pelo conjunto pessoa-carrinho, até parar.

05) - (UNESP) - Um projétil de 20 gramas, com velocidade de 240 m/s, atinge o tronco de uma árvore e nele penetra uma certa distância até parar.

a) determine a energia cinética E_c do projétil antes de colidir com o tronco e o trabalho T realizado sobre o projétil na sua trajetória no interior do tronco, até parar.

b) sabendo que o projétil penetrou 18 cm no tronco da árvore, determine o valor médio \vec{F}_m da força de resistência que o tronco ofereceu à penetração do projétil.

A análise desses problemas, juntamente com a resposta dos alunos e a aplicação de nossa metodologia, empregando a teoria duvalina, encontram-se explicitado a seguir.

RESULTADOS E ANÁLISE

O problema 1, insere-se na área de física térmica, em calorimetria, como um problema corriqueiro de aplicação da equação fundamental da calorimetria. A solução canônica do problema encontra-se abaixo:

Da equação fundamental da calorimetria, temos:

$$Q = mc\Delta\theta \rightarrow Q = 500 (0,1) (520-20) = 25000 \text{ cal} = 25 \text{ kcal} \therefore (d).$$

Dos 28 alunos que responderam a atividade, 17 deixaram a questão em branco, enquanto três apresentaram soluções erradas e, apenas oito alunos resolveram adequadamente o problema. O que representa uma taxa de fracasso acentuada na solução do problema. As tentativas de solução estão representadas na amostra abaixo:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta$$

$$Q = 0,5 \cdot 0,1 \cdot (520 - 20)$$

$$Q = 5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{+2}$$

$$Q = 25 \text{ cal}$$

Resposta do aluno 01.

Handwritten work for Aluno 11: $m = 0,5 \text{ kg}$, $\theta_i = 520^\circ\text{C}$, $c = 0,1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$, $\theta_f = 20^\circ\text{C}$. The calculation shows $Q = \frac{520}{0,1} = 20$.

Resposta do aluno 11.

Handwritten work for Aluno 24: $C = \frac{500 \cdot 0,5}{0,1}$, resulting in $C = 2500$.

Resposta do aluno 24.

Das respostas fornecidas, verifica-se que o aluno 01 utiliza a equação fundamental da calorimetria, contudo, erra na unidade de massa empregada na solução, o que se justifica pela falta dos critérios de congruência, pois não está evidente no enunciado do problema que a massa fornecida como 0,5 kg deva ser transformada em gramas, levando ao erro.

O aluno 11 não consegue aplicar a equação fundamental da calorimetria no problema, o que indica a falta de organização das unidades significantes, além de não ter compreendido que o problema solicita a incógnita Q e não o calor específico c. O aluno 24 também não entende que deve aplicar a equação fundamental da calorimetria, errando a solução do problema pela falta dos critérios de congruência no enunciado.

Verifica-se que há por parte dos estudantes uma incompreensão do problema proposto, o que mostra sua falta de congruência. A Análise do problema, segundo os três critérios de congruência é apresentada abaixo.

1º Não há Possibilidade de Correspondência Semântica dos Elementos Significantes: A quantidade dos elementos de significado (signos) presentes no início (enunciado) diferem dos signos que são apresentados para a adequada solução do problema. Como se vê, temos no enunciado registros em língua natural, números, números em decimal, unidades de massa em kg e g, temperatura em °C, além da palavra cedida que leva à ideia de perda/subtração. Já na solução, temos uma representação algébrica em forma de equação, onde é necessário transformar unidades e aplicar somas, subtrações e multiplicações.

2º Não existe Univocidade Semântica Terminal: Não se constata as operações necessárias para solução do problema, sendo que existem operações distintas que não são evidenciadas no enunciado, tais como a transformação da massa para grama, bem como a equação da calorimetria que exige operações de multiplicação e subtração.

3º Não há Organização das Unidades Significantes: Não é possível encontrar organização das unidades significantes no enunciado que sejam evidenciadas na solução do problema. Da forma que se lê o enunciado não há possibilidades de se encontrar uma forma de solução para o mesmo.

Verificamos que não há o estabelecimento de nenhum dos 3 critérios necessários à congruência, portanto, esse problema se insere como um fenômeno de não-congruência. A fim de garantir a congruência, o problema foi reaplicado aos mesmos alunos, mas com o devido estabelecimento da discriminação das unidades significantes (Duval, 2009).

Primeira discriminação: transforme a massa de ferro para gramas, por exemplo, por meio de uma regra de três.

Segunda discriminação: utilize a equação fundamental da calorimetria, conhecida de acordo com a expressão $Q = mc\Delta\theta$, realizando a multiplicação da massa encontrada na primeira parte, pelo calor específico dado no enunciado, pela variação da temperatura, fornecida pela subtração entre a temperatura final e inicial, constantes no enunciado do problema.

Por meio dessas discriminações das unidades significantes, foi possível aplicar o modelo cognitivo (figura 1), onde as flechas 1 e 2 indicam os tratamentos sobre os representantes dos registros A e B. Assim, na primeira parte, temos para a flecha 1 a quantidade de 1 kg, e para flecha 2, a quantidade de 1000 g para cada kg. Na segunda parte, as mesmas flechas indicam, respectivamente, o produto $mc\Delta\theta$ e a substituição numérica dos símbolos como representantes dos registros A e B.

As conversões dos registros ocorrem pelas flechas 3 e 4, que possibilitam, na primeira parte que seja convertida a massa de 0,5 kg para 500 g e, na segunda parte, que ocorra a conversão da expressão algébrica

$mc\Delta\theta$ para o produto $500 \cdot 0,1 \cdot (520-20)$, obtendo, em ambos os casos, a noésis conduzida pela flecha C, dada a coordenação dos registros sobre os objetos e suas representações.

Uma vez garantido o fenômeno de congruência, 24 dos 28 alunos passaram a desenvolver corretamente o problema efetuando a conversão da unidade de massa, bem como o produto da equação fundamental da calorimetria, chegando a alternativa correta d, elevando em mais de 85% a taxa de sucesso. A amostra de respostas abaixo ilustra esse processo.

$m = 0,5 \text{ kg}$	$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$	$Q = mc\Delta\theta$
$c = 0,1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$	$0,5 = 500 \text{ g}$	$Q = 500 \cdot 0,1 \cdot 500$
$T = 520^\circ\text{C}$	500	$Q = 25000$
$T_1 = 20^\circ\text{C}$	25000 g	
	25000 g	

Resposta do aluno 03.

$1^\circ \rightarrow 0,5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$

$Q = mc\Delta\theta$ $d = 25000$

$500 \cdot 0,1 \cdot (520 - 20)$

$Q = 25000$

Resposta do aluno 13.

$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$ $x = 500 \text{ g}$

$95 \text{ kg} \quad x$

$Q = mc\Delta\theta$

$Q = 500 \text{ g} \cdot 0,1 \cdot 520 - 20$

$Q = 500 \cdot 0,1 \cdot 500$

$Q = 25000$

$Q = 25000$

letra d.

Resposta do aluno 21.

$m = 0,5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$ $Q = mc\Delta\theta$

$Q = 500 \cdot 0,1 \cdot (520 - 20)$

$Q = 500 \cdot 0,1 \cdot 500$

$Q = 25000$

alternativa d

Resposta do aluno 26.

Interessante notar que alguns alunos como o 13 e o 26 não descreveram o primeiro passo para prosseguir na solução do problema, ou seja, não sentiram a necessidade de escrever a regra de três para converter 0,5 kg em 500 g, dando a resposta direta. Isso pode ser um indicativo de que uma vez garantido os três critérios de congruências, alguns passos são compreendidos e automatizados pelos alunos. Entretanto, como se observa na amostra acima, os alunos 03 e 21 preferiram descrever a regra de três para terem certeza do valor da massa a ser empregada na solução. Recordemos que havia um fracasso superior de 70% nessa atividade em seu formato canônico, mas efetuada a discriminação das unidades significantes do problema e garantido os três critérios de congruência, os alunos foram levados à compreensão integrativa, aumentando consideravelmente suas chances de sucesso (Duval, 2009).

Procedendo na mesma modelização, ou seja, primeiro assegurar a discriminação das unidades significantes, para garantir os critérios de congruência e depois aplicar o modelo cognitivo de representação centrado sobre a função de objetivação, tratamos os demais problemas. Assim, o problema 02, que se insere na área de estudos da ondulatória, solicita a frequência cardíaca de um paciente em bpm. Sua solução é: $f = \frac{v \left(\frac{\text{mm}}{\text{s}}\right)}{\lambda \text{ (mm)}} \rightarrow f = \frac{25 \left(\frac{\text{mm}}{\text{s}}\right)}{20 \text{ (mm)}} \rightarrow f = 1,25 \frac{1}{\text{s}} \rightarrow f = 1,25 \text{ s}^{-1} \rightarrow f = 1,25 \text{ Hz} \cdot 60 \frac{\text{s}}{\text{min}} \rightarrow f = 75 \frac{1}{\text{min}} \therefore f = 75 \text{ rpm}$, assim, alternativa b.

Um total de 20 alunos não conseguiram resolver esse problema, como a amostra abaixo ilustra.

$V = 20 \cdot 10^6 \text{ m/s}$

Resposta do aluno 05.

$25 = \lambda \cdot f$

$f = \lambda$

25

Resposta do aluno 08.

$V = \lambda \cdot f$

$25 = 20 \cdot f$

$f = 1,25 \text{ Hz}$

Resposta do aluno 14.

Como se observa dessa amostra, os alunos não conseguiram dar andamento na solução do problema. O aluno 05 sequer entendeu o que foi solicitado, enquanto o aluno 08 tentou aplicar a equação fundamental da ondulatória sem sucesso. Já o aluno 14 chegou na frequência, mas não em bpm.

A análise do problema nos leva a constatação do fenômeno de não-congruência. De fato, não existe possibilidade de correspondência semântica dos elementos significantes, pois o problema apresenta quatro signos de entrada, língua natural, números, unidades e figura, sendo apresentado apenas dois signos de saída, equação e operadores matemáticos. Da mesma forma temos diversas operações para um mesmo registro, o que leva a não observância da univocidade semântica terminal. Por fim, a sequência de resolução diverge da organização presente nos registros de entrada, o que leva a não constatação da organização das unidades significantes.

Diante do fato, procedemos na segmentação das unidades significantes do problema para atender aos critérios de congruência e reaplicamos a atividade aos alunos, como segue.

Primeiro: conte a distância entre dois picos da onda na figura, ou seja, conte quantos quadrados, de 1mm cada, separam dois picos da onda, encontrando o comprimento de onda λ , na mesma unidade que a figura mostra.

Segundo: Use a equação fundamental da ondulatória $v = \lambda \cdot f$ para determinar f . Para isso, divida a velocidade v em mm/s pelo comprimento de onda λ em mm, determinado na parte 1.

Terceiro: como um minuto tem 60 s, e o problema solicita a frequência em batimentos por minuto, realize a transformação do valor da frequência encontrada na parte 2 por meio de regra de três, para minutos, encontrando a solução solicitada.

Conforme o modelo cognitivo de representação centrado sobre a função de objetivação, como apresentado na figura 1, observa-se o ganho cognitivo na solução do problema após garantido os critérios de congruência. As flechas 1 e 2 indicam em cada parte, respectivamente, os seguintes representantes nos registros A e B: figura com os picos da onda e a distância em milímetros (parte 1); a equação da ondulatória e a divisão aritmética de v por λ (parte 2) e o valor de $f = 1,25 \text{ s}^{-1}$ e a regra de três que culmina na multiplicação de f por 60s. Nas três segmentações do problema, a flecha C conduz às conversões realizadas ao solicitado, sendo nas respectivas partes, o objeto cognitivo representado por $\lambda = 20 \text{ mm}$; $f = 1,25 \text{ s}^{-1}$ e $f = 75 \text{ batimentos por minuto}$, resultando na alternativa b do problema.

Constata-se que, a segmentação apresentada transformou o problema em um fenômeno de congruência, aumentando a taxa de sucesso em sua resolução. De fato, 25 dos 28 estudantes conseguiram desenvolver a solução do problema. A amostra abaixo ilustra o sucesso atingido:

$\lambda = 20 \text{ mm}$

$$v = \lambda \cdot f$$

$$25 = 20 \cdot f$$

$$\frac{25}{20} = f$$

$$f = 1,25 \text{ Hz} \cdot 60 \Rightarrow 75 \text{ bpm}$$

↳ *Eu multipliquei pois o problema quer em bpm*

Resposta do aluno 09.

$\lambda = 20 \text{ mm}$

$$v = \lambda \cdot f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f = \frac{25}{20} = 1,25 \text{ Hz}$$

$$f = 1,25 \text{ Hz} \cdot 60 = 75 \text{ bpm}$$

↳ *transformando para bpm*

Alternativa (b)

Resposta do aluno 18.

Note-se que uma vez realizada a segmentação das unidades significantes e garantido os três critérios de congruência, os alunos não só entendem o que fazer, como demonstram alta confiança nas resoluções.

O problema 03, por sua vez, insere-se nos estudos da eletricidade, envolvendo tanto a física escalar quanto a vetorial. Nesse problema, nenhum dos 28 alunos conseguiu chegar na resolução, sendo que a grande maioria deixou o problema em branco. Dada essa dificuldade, observamos que nenhum dos três critérios de congruência se faz presentes no problema. A quantidade existente de signos de representação inicial no enunciado é bem menor que a quantidade de signos utilizados para solução do problema, portanto, não apresenta correspondência semântica das unidades significantes. A univocidade semântica terminal é parcial, uma vez que, apenas a primeira operação de colocar as cargas elétricas nos respectivos pontos cartesianos apresenta-se como uma mesma operação presente no enunciado. Porém, a sequência de

solução não apresenta o critério de conversão da univocidade semântica terminal, pois há uma quantidade enorme de operações inversas para solução, como operações de cálculos vetoriais e escalares, além de soma, subtração, multiplicação e divisão, além das representações gráficas e vetoriais. Por último, apesar de haver certa organização das unidades significantes junto a leitura das unidades de carga, e suas posições no sistema cartesiano, a mesma não se verifica em todo o restante, uma vez que, para se determinar a força resultante solicitada é necessário organizar o problema em suas unidades, o que não se evidencia.

A amostra de tentativa de resolução do problema abaixo, aponta a dificuldade do problema 03.

Handwritten student work for problem 03. It shows two Cartesian coordinate systems. The first shows charges q_1 at $(0, 1)$ and q_2 at $(0, 2)$. The second shows q_1 at $(1, -1)$, q_2 at $(2, -1)$, and q_0 at $(2, 2)$. Below the graphs are calculations for the force $F_E = k \cdot |q_1| \cdot |q_2| / r^2$, resulting in $F_E = 9 \cdot 10^9 \cdot 25 \cdot 10^{-9} \cdot 15 \cdot 10^{-9} / 4 = 849 \cdot 10^{-9}$ N. The student asks "Fazer um triângulo para descobrir os ângulos? Somar vetores?" and concludes with "* Não consegui fazer a soma de vetores * e achar a resultante!".

Resposta do aluno 03.

Como se observa, o aluno 03 inseriu corretamente as cargas nos pontos cartesianos, devido ao atendimento parcial de um dos critérios de congruência, como ressaltado anteriormente. Contudo em todo o restante do problema não há estabelecimento dos critérios de congruência o que leva a não solução do problema por parte do aluno 03. Interessante notar que o aluno descreve perguntas sobre como proceder, mas assume não conseguir dar continuidade na solução.

A solução canônica do problema é apresentada abaixo, a fim de demonstrar a dificuldade sofrida pelos alunos em sua solução.

$$\vec{F}_{10} \rightarrow \vec{F}_{10} = \frac{k |q_1 \cdot q_2|}{r^2} \rightarrow \vec{F}_{10} = \frac{9 \cdot 10^9 |25 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-9}|}{(2\sqrt{2})^2} \rightarrow \vec{F}_{10} = 5,62 \cdot 10^{-7} \text{ N.}$$

$$\vec{F}_{10x} = \vec{F}_{10y} = \vec{F}_{10} \cdot \cos 45^\circ = 3,97 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$\vec{F}_{20} \rightarrow -\vec{F}_{20} = -\frac{k |q_1 \cdot q_2|}{r^2} \rightarrow \vec{F}_{20} = -\frac{9 \cdot 10^9 |15 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-9}|}{(2)^2} \rightarrow \vec{F}_{20} = -6,74 \cdot 10^{-7} \text{ N.}$$

$$\vec{F}_x = \vec{F}_{10x} + \vec{F}_{20x} = 3,97 \cdot 10^{-7} + 0 = 3,97 \cdot 10^{-7} \text{ N.}$$

$$\vec{F}_y = \vec{F}_{10y} + \vec{F}_{20y} = 3,97 \cdot 10^{-7} + (-6,74 \cdot 10^{-7}) = -2,77 \cdot 10^{-7} \text{ N.}$$

$$\text{Força resultante: } \vec{F}_R = \sqrt{(3,97 \cdot 10^{-7})^2 + (2,77 \cdot 10^{-7})^2} \therefore \vec{F}_R = 4,8 \cdot 10^{-7} \text{ N.}$$

A fim de possibilitar uma solução por parte dos estudantes, foi preciso segmentar o problema em quinze unidades apresentadas a seguir, de forma a garantir o fenômeno de congruência.

- Desenhe os eixos x e y (plano cartesiano) mostrando as posições das três cargas. Observe se as forças de q_1 e q_2 exercidas em q_0 são atrativas ou repulsivas e represente-as vetorialmente por meio

de setas, indicando os sentidos das forças em q_0 devido às cargas de q_1 e q_2 no plano cartesiano traçado.

- b) Escreva a expressão da força resultante em q_0 como soma das forças individuais geradas pelas cargas e representadas por $\vec{F}_{1,0}$ e $\vec{F}_{2,0}$, juntamente com suas componentes x e y .
- c) Determine a distância r que une q_1 a q_0 . Observe o triângulo formado. O que a distância r representa no triângulo? Determine-a.
- d) Calcule a intensidade de $\vec{F}_{1,0}$ a partir da lei de Coulomb.
- e) Decomponha vetorialmente $\vec{F}_{1,0}$ em suas componentes x e y , obtendo $\vec{F}_{1,0x}$ e $\vec{F}_{1,0y}$.
- f) Observe a figura que foi formada nessa decomposição vetorial. Quais são seus ângulos?
- g) Calcule a intensidade dessas componentes vetoriais $\vec{F}_{1,0x}$ e $\vec{F}_{1,0y}$.
- h) Sobre a força $\vec{F}_{2,0}$, exercida por q_2 em q_0 , responda: a) quais suas componentes vetoriais? b) aponta contra ou a favor do referencial y ? c) qual sinal, positivo ou negativo, deve ser utilizado para determinar sua intensidade? d) qual a distância r que une q_2 a q_0 ?
- i) A partir da lei de Coulomb determine $\vec{F}_{2,0}$.
- j) Use a expressão escrita no item 2 para calcular as componentes da força resultante em x e y . Use $\Sigma \vec{F}_x = \vec{F}_{1,0x} + \vec{F}_{2,0x}$ e $\Sigma \vec{F}_y = \vec{F}_{1,0y} + \vec{F}_{2,0y}$.
- k) Desenhe um sistema cartesiano (x,y) sobre q_0 e insira sobre ele as componentes vetoriais das forças determinadas no item 10, observe com cuidado o comprimento no desenho dos vetores das forças \vec{F}_x e \vec{F}_y nesse caso e trace a resultante vetorial.
- l) Observe a figura formada em 11. Qual método parece eficaz para determinar a \vec{F}_R , na figura gerada?
- m) Usando o método visualizado em 12, determine a intensidade da força resultante.
- n) Qual a direção e o sentido da força resultante determinada em 13 e desenhada em 11?
- o) Escreva a solução do problema, apresentando a intensidade da força resultante, sua direção e seu sentido, apresentados nos itens 13 e 14.

Uma vez, atendido os critérios de congruência, verificamos, por meio do modelo cognitivo centrado na função de objetivação, que o problema 03 passou a ser inteligível aos estudantes e a noésis foi alcançada. Tal constatação se deu pelo fato de que 17 alunos que seguiram os critérios de congruência discriminados chegaram na resolução completa desse problema, como visto na amostra abaixo, os demais alunos não fizeram a atividade por acharem muito longa, mas os que persistiram desenvolveram a solução com sucesso.

1

$q_1 > 0, q_0 > 0$: Repulsão
 $q_2 < 0, q_0 > 0$: Atração
 $\vec{F}_R = \vec{F}_{1,0} + \vec{F}_{2,0}$
 $r^2 = 2^2 + 2^2$
 $r = \sqrt{8}$
 $r = 2\sqrt{2} \text{ m}$
 $F_{1,0} = 9 \cdot 10^9 \cdot 25 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-9} / (2\sqrt{2})^2$
 $F_{1,0} = 5.62 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
 $\theta = 45^\circ$
 $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ \Rightarrow F_{1,0x} = F_{1,0y}$
 $= 5.62 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 3.97 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
 08 a) Si F_y , b) contra, c) negativo, d) 2m

Resposta do aluno 06.

09 $F_{2,0} = -9 \cdot 10^9 \cdot 15 \cdot 10^{-9} \cdot 20 \cdot 10^{-9} / 2^2 = -6.74 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
 ↳ negativo porque é contra a trajetória
 10 $\sum F_x = 3.97 \cdot 10^{-7} + 0 = 3.97 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
 $\sum F_y = 3.97 \cdot 10^{-7} + (-6.74 \cdot 10^{-7}) = -2.77 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
 11 12 Pitágoras
 13 $F_R = \sqrt{(3.97 \cdot 10^{-7})^2 + (-2.77 \cdot 10^{-7})^2} = 4.8 \cdot 10^{-7} \text{ N}$
 14 Direção diagonal, sentido sudeste
 15 Intensidade $4.8 \cdot 10^{-7} \text{ N}$, oblíqua e sudeste

Resposta aluno 06 – continuação.

O problema seguinte, 04, está subdividido em três itens, o item (a) trata da conservação de energia, o item (b) da conservação da quantidade de movimento e o item (c) do teorema da energia cinética.

A solução esperada está apresentada abaixo:

a) $E_{potg} = E_{cin} \rightarrow mgh = mv^2/2 \rightarrow v = \sqrt{2gh} \rightarrow v = \sqrt{144} \rightarrow v = 12 \text{ m/s}$.

b) $|\vec{Q}_f| = |\vec{Q}_i| \rightarrow m+M \cdot v_f = m_p \cdot v_p + M_c \cdot v_c = 0 \rightarrow v_f = \frac{m_p \cdot v_p}{m+M} \therefore v_f = 4 \text{ m/s}$.

c) TEC: $\tau = \Delta E_{cin} \rightarrow F \cdot d = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v_i^2}{2} \rightarrow \mu \cdot N \cdot d = 0 - mv_i^2/2 \rightarrow \mu \cdot g \cdot d = -v_i^2/2$

$\rightarrow d = -\frac{v_i^2}{2\mu g} \rightarrow |d| = \frac{4^2}{2.0.1.10} \therefore d = 8 \text{ m}$.

Todos os 28 alunos conseguiram aplicar a conservação de energia no item (a) e chegar ao resultado da velocidade solicitada, uma vez que a operação necessária podia ser facilmente interpretada pelo enunciado do problema. Entretanto, o item (b), por não possuir discriminações nas unidades significantes, dificultou a solução por parte dos alunos, dos quais 15 conseguiram chegar à solução. Já o item (c) demonstrou ser o mais difícil aos alunos, sendo que 21 deles não conseguiram chegar na resposta da questão, haja vista a falta dos critérios de congruência.

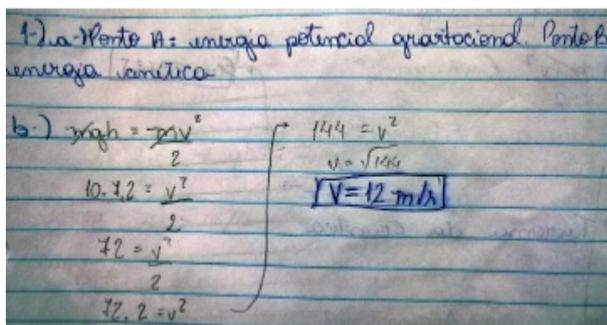
Analisando a questão 04, constata-se que a correspondência semântica das unidades significantes foi parcial. No item (a), o enunciado apresenta a altura (ponto A) e (ponto B), onde a velocidade deve ser calculada, o que corresponde ao signo de energia potencial e ao de energia cinética. O mesmo não ocorre nos demais itens. O item (b) apresenta um signo de entrada (língua natural), mas o registro de saída necessita um signo de igualdade, outro de soma, multiplicação e divisão. Já no item (c) temos um signo no registro inicial, mas a quantidade de signos da resolução é bem maior. A univocidade semântica terminal não ocorre em nenhum dos itens do problema, uma vez que não estão evidenciadas as operações necessárias à resolução da questão. E sua solução exige operações variadas que não estão evidentes no enunciado. Já a organização das unidades significantes é atendida parcialmente no item (a), uma vez que está claro o solicitado, embora não haja organização dos registros de entrada e saída para solução dos demais itens, em especial o item (c), cuja ordem de escrita do item não é a mesma para a sua correta solução.

A fim de permitir a existência dos critérios de congruência, o problema 04 foi segmentado nas unidades a seguir e rerepresentado aos alunos.

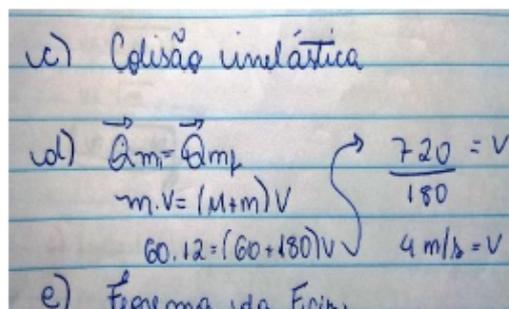
- a) Quais os tipos de energia no ponto A e no ponto B?
- b) Considerando o sistema conservativo, qual a velocidade da pessoa ao chegar no ponto B?
- c) Qual o tipo de colisão quando a pessoa colide no carrinho acoplado a este?
- d) Dada essa colisão, calcule a velocidade do conjunto pessoa-carrinho, imediatamente após o acoplamento.
- e) Considerando a existência no enunciado do atrito com a água, qual conceito melhor permite calcular o trabalho efetuado pelo conjunto pessoa-carrinho no seu deslocamento até parar?
- f) Qual o tipo de força que atua neste deslocamento?
- g) Aplicando o conceito identificado nos itens (e-f), calcule o deslocamento do conjunto pessoa-carrinho até parar.

Dada a segmentação do problema 04, verifica-se que algumas segmentações não necessitam de conversão, bastando o tratamento para resolver o solicitado, como se observa no item (a), onde basta identificar a energia potencial gravitacional no ponto A e a cinética no ponto B. O mesmo é verificado nos itens (c), (e) e (f), que necessitam apenas o tratamento da língua natural para o conceito em língua natural, obtendo, respectivamente, colisão perfeitamente inelástica, teoria da energia cinética e força de atrito. Os demais itens (b), (d) e (g), foram tratados mediante o modelo cognitivo da representação centrado sobre a função de objetivação (figura 1). Neles, as flechas 1 e 2 representam os tratamentos sobre os representantes dos registros A e B. Dessa forma, no item (b) a flecha 1 representa a energia potencial ($m.g.h$) e a flecha 2 a energia cinética ($m.v^2/2$). No item (d) a flecha 1 representa a quantidade de movimento final e a flecha 2 a quantidade de movimento inicial. No item (g) a flecha 1 indica o trabalho da força de atrito e a flecha 2 a variação de energia cinética. As conversões dos registros acontecem por meio das flechas 3 e 4, permitindo que no item (b) ocorra a igualdade entre as energias isolando-se a variável solicitada da velocidade. Da mesma forma, no item (d) essas flechas permitem a igualdade entre as quantidades de movimento isolando-se a variável solicitada da velocidade e, no item (g), as flechas 3 e 4 viabilizam a conversão do enunciado em linguagem algébrica, isolando-se a variável solicitada da distância. Para cada um dos itens a flecha C conduz ao conceito, ao objeto cognitivo representado pela solução da questão de cada um dos itens. A velocidade final por conservação de energia no item (b), a velocidade final após o acoplamento da pessoa com o carrinho no item (d) e a distância percorrida pelo conjunto pessoa-carrinho no item (g).

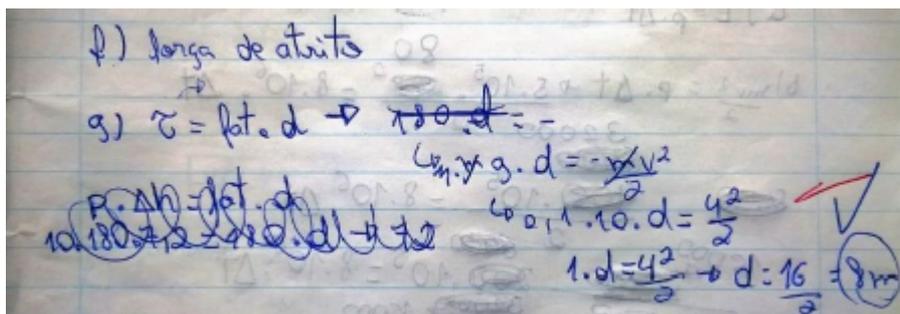
Após garantidos os critérios de congruência, os alunos procederam à solução com maior clareza e confiança, o que resultou em acerto dos três itens do problema por 26 alunos. Abaixo, ilustramos o sucesso alcançado em uma amostra de respostas.



Resposta (itens a e b) aluno 26.



Resposta (itens c, d, e) aluno 23.



Resposta (itens f, g) aluno 11.

É possível observar, nessas respostas, que o fenômeno de congruência, uma vez estabelecido, permite aos estudantes resolverem os problemas propostos. E mais, a atividade proposta após a sua segmentação, possibilitou, também, um ganho conceitual do problema, como se observa nas respostas dos itens (a), (c), (e) e (f), o que possibilita aumentar o entendimento sobre as aplicações de resolução.

O último problema proposto 05, trata do conteúdo de energia mecânica, com colisão e trabalho, subdividido em dois itens: (a), solicitando a energia cinética e o trabalho; e (b), solicitando a força de resistência do tronco à penetração do projétil.

Em relação ao item (a) 14 estudantes conseguiram chegar a uma solução correta, enquanto, apenas quatro alunos resolveram o item (b), apontando para falta dos critérios de congruência.

A solução do problema 05 esperada é apresentada abaixo:

$$a) E_{cin} = \frac{mv_0^2}{2} = \left(\frac{20 \cdot 10^{-3}}{2}\right) \cdot 240^2 = 576J.$$

$$O \text{ trabalho é dado por } T = \Delta E_{CIN} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = 0 - \left(\frac{20 \cdot 10^{-3}}{2}\right) \cdot 240^2 = - 576J.$$

$$b) T = F \cdot d \cdot \cos 180^\circ, \text{ então: } -576 = F_m \cdot 018 \cdot (-1) \therefore F_m = 3,2kN.$$

Analisando os três critérios de congruência para cada item temos que, nos três itens não existe correspondência semântica das unidades significantes. No item (a), o enunciado apresenta distintos números de signos que não correspondem ao total de signos da resolução. Como 20 gramas (três signos: números e grandeza física) sendo que a solução exige para massa 4 signos (0,02 kg) ou $2,0 \cdot 10^{-2}$ kg (6 signos). No item (b), a quantidade de signos de entrada é bem menores que os de saída. Quanto a univocidade semântica terminal, não se observa em ambos os itens. No enunciado não está discriminado todas as operações necessárias para solução dos itens (a) e (b), isto é, exige várias operações matemáticas distintas que não estão presentes no registro semiótico de entrada, o que impede o entendimento para conversão do registro semiótico de saída. Em relação a organização das unidades significantes, ambos os itens solicitados não possibilitam que o aluno inicie a resolução com todas as operações matemáticas necessárias, ou seja, a ordem de apresentação do problema é distinta da ordem de sua resolução, portanto, da forma que se lê não é possível proceder à solução adequada.

A segmentação, para o estabelecimento dos três critérios de congruência, foi realizada como consta a seguir, permitindo que o fenômeno de não-congruência se torne em fenômeno de congruência.

a) Transforme a massa do projétil para unidade SI correspondente.

- b) Calcule a energia cinética E_c do projétil antes de colidir com o tronco.
- c) Qual conceito permite relacionar a E_{cin} calculada acima com o trabalho?
- d) Qual o valor do trabalho τ realizado sobre o projétil na sua trajetória no interior do tronco, até parar?
- e) Sabendo que o projétil penetrou 18 cm no tronco da árvore, determine o valor médio (\vec{F}_m) da força de resistência que o tronco ofereceu à penetração do projétil, aplicando o Teorema da Energia Cinética, após transformar a distância penetrada pelo projétil para unidade SI correspondente.

Aplicando-se o modelo cognitivo de representação centrado na função de objetivação (figura 1) a esses itens é possível observar a atividade cognitiva da conversão das representações semióticas mediante “uma correspondência análoga não mais entre o sistema da representação e o sistema formado pelo objeto real representado e seu contexto, mas entre dois registros de representação” (DUVAL, 2009, p. 88). Assim, verifica-se que as flechas 1 e 2 mostram os tratamentos internos sobre os registros A e B para cada um dos itens. No item (a), a flecha 1 corresponde ao tratamento da massa em gramas, a flecha 2 o tratamento de 1000 g para cada 1 kg. No item (b), as flechas 1 e 2, indicam, por sua vez, os tratamentos internos algébricos ($E = mv^2/2$) e seus correspondentes numéricos ($E_{cin} = 0,02 \cdot 240^2/2$). No item (c) as flechas representam, respectivamente, os tratamentos da leitura em língua natural e a expressão $\tau = mv^2/2 - mv^2/2$. No item (d), a flecha 1 representa o tratamento sobre $\tau = -mv^2/2$ e a flecha 2 o tratamento sobre a expressão com os dados numéricos $\tau = 0,02 \cdot 240^2/2$. Já no item (e), a flecha 1 representa o tratamento $F \cdot d = mv^2/2 - mv^2/2$ e a flecha 2 o tratamento com os valores numéricos $F \cdot 0,18 = -576 \text{ J}$. As flechas 3 e 4, inseridas para cada um dos itens, correspondem às transformações externas. Representam as conversões semióticas por mudanças de registros que levam às soluções exigidas, mas é a flecha C que garante a compreensão integrativa, constituída pelos 3 critérios de congruência, como indicado na figura 2, levando ao conceito, ao objeto cognitivo esperado.

Após o tratamento didático, ofertado pela garantia dos três critérios de congruência, apenas 1 aluno não resolveu o item (a) e 3 não resolveram o item (b), tal sucesso é apresentado na amostra abaixo.

a) $20g = 0,02kg = 2,0 \cdot 10^{-2} kg$

b) $\frac{2,0 \cdot 10^{-2} \cdot 240^2}{2}$
 $\frac{2,0 \cdot 10^{-2} \cdot 576 \cdot 10^2}{2}$
 $E_{cin} = 576 J$

c) Teorema da E_{cin} ($\tau = \Delta E_{cin}$)

d) $\tau = 0 - 576$
 $\tau = -576 J$

e) $\tau = F \cdot d$
 $F_m = \frac{-576 \cdot 10^2}{18 \cdot 10^{-2}}$
 $F_m = 0,32 \cdot 10^9$
 $F_m = 3200 N$

Resposta aluno 19.

a) $20g = 2 \cdot 10^{-2} kg$

b) $E_{cin} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 240^2}{2} = 576 J$
 $E_{cin} = 576 J$

c) $\tau = \Delta E_{cin} \therefore F \cdot d = \Delta E_{cin}$

d) $\tau = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{m \cdot v^2}{2} \quad \tau = -576 J$

e) $18cm = 0,18m$
 $\tau = F \cdot d$
 $-57,6 = F \cdot 0,18$
 $F = \frac{-576}{0,18} = -3200 N$
 $L_{resistente}$

Resposta aluno 24

Essas soluções apontam para a compreensão dos estudantes em relação à resolução do problema proposto, o que indica, como visto nas atividades anteriores, que se forem garantidos os critérios de congruência, os alunos conseguem dar andamento nas soluções dos problemas propostos. Observamos, ainda, que o item (c), conceitual foi entendido pelos alunos e, ainda, que o aluno 24 ressaltou que a força calculada é resistente. Uma vez que tenha sido facilitada a compreensão da atividade proposta, por meio da incorporação dos critérios de congruência, a solução do problema se torna inteligível aos estudantes.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Neste trabalho foi discutido como a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval pode contribuir para a área de pesquisa em ensino de física, em especial para o ensino e aprendizagem da física escolar, voltada à resolução de problemas canônicos em sala de aula. Embora essa teoria tenha sido desenvolvida para a matemática, sua aplicação para a física escolar, ou seja, a física do ensino básico, trabalhada diariamente no chão de sala de aula, entre professor e alunos, no tocante aos problemas canônicos da disciplina, se mostrou frutífera nas atividades empregadas.

Percebe-se que a apreensão intelectual é possível de ser desenvolvida, quando se busca garantir um desenvolvimento dos problemas de física com a inserção de uma variedade de registros de representação semiótica. Como visto em Duval (2009) não há noésis sem semiósis, pois só é possível compreender um objeto cognoscível a partir de sua representação.

Essa exigência demonstra que, o ensino de física realizado com apenas um tipo de registro, como por exemplo, a linguagem algoritmizada dos exercícios, pode levar ao fracasso dos estudantes. Ao contrário, é necessário que os alunos possam ter a oportunidade de ter contato com diversos tipos de registros de representação semiótica em seu aprendizado. Assim, uma exposição conceitual deve ser desenvolvida de tal forma que os alunos tenham acesso à registros variados como a língua natural, tabelas, gráficos, expressões algébricas, esquemas, caracteres simbólicos, ilustrações, entre outros. Mas, como visto, não basta a inserção desses registros, é preciso que seja garantido que ocorra a congruência entre esses registros, por meio da discriminação de suas unidades significantes, o que leva ao aumento na taxa de sucesso dos alunos a respeito da solução dos problemas trabalhados.

De acordo com Duval (2009), é o estabelecimento do fenômeno de congruência que garante o sucesso nas atividades desenvolvidas pelos alunos, como afirma o autor:

“Toda tarefa na qual a conversão das representações é congruente dá lugar a uma taxa elevada de sucesso. Toda tarefa na qual a conversão não é congruente dá lugar a uma taxa mais ou menos fraca de sucesso, conforme o grau de não-congruência” (Duval, 2009, p. 19, grifos meus).

Os problemas propostos demonstraram essa afirmação, vimos que, quando não havia congruência a taxa de fracasso era elevada, diminuindo à medida que se estabelecia o fenômeno da congruência, mesmo parcial. E, a principal responsável para analisar a cognição dos estudantes, segundo o autor é *“a função de objetivação que é essencial para analisar a relação entre a diversidade de registros e o funcionamento cognitivo do pensamento”* (Duval, 2009, p. 88). Para Duval, a objetivação é tão importante que é a responsável pela formação de representações mentais novas, as quais são dependentes da produção de representações semióticas. Inclusive, é possível verificar que é sobre a função de objetivação que a estrutura de representação semiótica deve ser analisada, a fim de permitir compreender o desenvolvimento cognitivo do pensamento humano, pois é, a respeito dessa função, que surge a possibilidade da mudança de registros, constituindo-se em uma atividade cognitiva fundamental, cujo emprego para didática da física pode vir a facilitar a aprendizagem da disciplina. Lembrando-se que essa função foi aplicada nas atividades.

Como proposta de aplicação de um modelo, partindo do estabelecimento dos três critérios de congruência, pela discriminação das unidades significantes e, as análises efetuadas pelo modelo cognitivo de representação centrado na função de objetivação, foram aplicados cinco problemas canônicos da física escolar, trabalhados com alunos de 3º EM, que já tinham tido toda a física e estavam em processo de revisão, como preparo aos vestibulares de fim de ano. Ressalte-se que, apesar dos alunos já terem estudado todos os conteúdos de física do EM, tiveram altas taxas de fracasso nas resoluções dos problemas trabalhados, antes da aplicação do modelo proposto. A aplicação desse modelo se mostrou satisfatória, constituindo-se como uma ferramenta didática útil para soluções de problemas de física. Após garantido o fenômeno de congruência nas atividades, verificou-se, também, um aumento considerável da taxa de sucesso dos alunos,

o que evidencia as vantagens da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para o ensino e aprendizagem da física.

Parece aceitável afirmar que, ao se trabalhar problemas de física com os alunos, há necessidade de, inicialmente, apresentar os registros semióticos em uma única representação. Com isso, busca-se desenvolver sua formação e seu tratamento em um único registro, para só depois iniciar a conversão desses registros em outros tipos de registros de representação semiótica. Como visto nos problemas propostos, a conversão dos registros ocorreu por meio do estabelecimento do fenômeno da congruência considerando a discriminação das unidades significante, e o modelo cognitivo centrado sobre a função de objetivação, o que garantiu a compreensão dos alunos a respeito dos problemas trabalhados.

Entendemos que, sem essa atuação didática realizada pelo professor junto aos seus alunos, os índices e taxas de fracasso tendem a aumentar, enquanto que, ao buscar desenvolver os registros individualmente, principalmente buscando sua discriminação, para, na sequência, aplicar a conversão, as taxas de sucesso aumentam consideravelmente, como visto nas respostas dos estudantes.

Com isso, podemos rebater a fala de muitos professores, de que os alunos não aprendem física por não saberem matemática. O que ocorre, de fato, é falta de congruência e não se trata de dar dicas demais aos estudantes, pelo contrário. Trata-se de garantir o desenvolvimento de sua abstração, por meio dos símbolos próprios da física, para que possam lidar com os registros de representação semiótica inerentes ao ensino e aprendizagem da física, e passem a internalizar a matemática como uma estrutura do pensamento físico para o desenvolvimento dos problemas propostos.

Esperamos ter realizado satisfatoriamente a apresentação da teoria de Raymond Duval (1993; 2005 e 2009) e sua relação didática com a física, a qual pode ser compreendida e aplicada por professores de física, desde que se realize a aplicação da formação, tratamento e conversão semiótica, a partir da discriminação das unidades significantes, como apresentadas, sobre os conteúdos de física trabalhados em sala de aula.

Futuras investigações podem contribuir com maiores aplicações empíricas da teoria, a fim de obterem maiores provas que possam vir a validar ou refutar a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para o Ensino e Aprendizagem da Física para outros conteúdos e, inclusive, para o nível superior, nos cursos de formação inicial e continuada de professores de física.

REFERÊNCIAS

- Bachelard, G. (2011). *A formação do Espírito Científico*. Rio de Janeiro, RJ: Contraponto.
- BIPM. *Bureau International des Poids et Mesures*. Recuperado de <https://www.bipm.org/en/about-us/>
- Boemo, M. S. (2015). *Registros de Representação Semiótica Mobilizados do Estudo de Sistemas Lineares no Ensino Médio*. (Dissertação de mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS. Recuperado de <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/6757>
- Boemo, M. S., Rosa, C. W., & Mariani, R. C. P. (2014). Os Registros de Representação Semiótica nas Pesquisas em Matemática: Um olhar para os sistemas lineares e funções. In *IV Escola de Inverno de Educação Matemática*. Santa Maria, RS. Recuperado de http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/CC/CC_Boemo_Marinela.pdf
- Brandt, C. F. (2005). *Contribuições dos registros de representação semiótica na conceituação do sistema de numeração*. (Tese de Doutorado em Educação Científica e Tecnológica). Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. Recuperado de <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/103059>
- Brandt, C. F., & Moretti, M. T. (2014). (Orgs.) *As contribuições da teoria das representações semióticas para o ensino e pesquisa na educação Matemática*. Ijuí, RS: Unijuí.
- Colombo, J. A. A., Flores, C. R., & Moretti, M. T. (2008). Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em educação matemática: pontuando tendências. *Zetetiké – Revista de Educação*

Matemática, Campinas, 16(29), 41-72. Recuperado de <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/download/8647035/13936>.

- Costa, W. R. (2010). *Investigando a conversão da escrita natural para registros em escrita algébrica em problemas envolvendo equações de primeiro grau*. (Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, PE. Recuperado de <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/3808>
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. Strasbourg, France: IREM - ULP.
- Duval, R. (2005). Registros de representações semióticas e o funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In S. D. A. Machado (Org.) *Aprendizagem em matemática: registros de representações semióticas*. São Paulo, SP: Papirus.
- Duval, R. (2009). *Semiósis e Pensamento Humano: Registros Semióticos e Aprendizagens Intelectuais*. São Paulo, SP: Livraria da Física.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Bern, Suisse: Peter Lang.
- Feio, E. S. P., & Silveira, M. R. A. (2008). A conversão da língua natural para a linguagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica. *Anais do sexto Encontro Paraense de Educação Matemática*, Belém, PA. Recuperado de <http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/2664>.
- Granger, G. G. (1979). *Langages et Épistémologie*. Paris, France: Editions Lincksieck.
- Kluppel, G. T., & Brandt, C. F. (2014). *Reflexões sobre o ensino da Geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval*. Ijuí, RS: Unijuí.
- Lima, L.G. (2014). *A abstração como ponte entre a física e a literatura na construção de conceitos de Mecânica Quântica no Ensino Médio*. (Dissertação de mestrado em Ensino de Física). Universidade de São Paulo. São Paulo, SP. <http://doi.org/10.11606/D.81.2014.tde-27042015-104526>
- Lima, L. G. (2018). *A abstração no ensino e aprendizagem da física: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica na resolução de problemas*. (Tese de doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. Universidade de São Paulo. São Paulo, SP. <http://doi.org/10.11606/T.48.2019.tde-14122018-160748>
- OCDE. Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico. Recuperado de <http://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-Brazil-PRT.pdf>.
- Paulo, I. J. C. D., & Moreira, M. A. (2011). O problema da linguagem e o ensino da mecânica quântica no nível médio. *Ciência & Educação (Bauru)*. 17(2), 421-434. Recuperado de <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v17n2/a11v17n2.pdf>.
- Peirce, C. S. (1931). *Collected Papers, II, Elements of Logic*. Cambridge, United States of America: Harvard University Press.
- Peirce, C. S. (2017). *Semiótica*. São Paulo, SP: Editora Perspectiva.
- Pessoa, F. (1998). *Mensagem*. São Paulo, SP: Martin Claret.
- Picone, D. F. B. (2007). *Os registros de representação semiótica mobilizados por professores no ensino do teorema fundamental do Cálculo*. (Dissertação de mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, SP. Recuperado de <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11275>
- Pietrocola, M. (2002). A Matemática como estruturante do conhecimento Físico. *Caderno Catarinense de Ensino de Física* 19(1), 89-109. Recuperado de <https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/9297>

- Pontes, H. M. S., Brandt, C. F., & Nunes, A. L. R. (2017). O estado da arte da teoria dos registros de representação semiótica na educação matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 19(1), 297-325. Recuperado de <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/30291>
- Ribeiro, A. J. (2007). *Equação e seus multissignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico*. (Tese de doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP. Recuperado de <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11208>
- Richit, A., & Silva, R. S. (2014). Superfícies quádricas e TIC's: concepção, aplicação e análise de uma proposta didática à luz da teoria da representação semiótica de Duval. # *Tear: Revista de Educação, Ciência e Tecnologia*, 3(2), 1-23. Recuperado de <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/tear/article/download/1865/1445>.
- Vygotsky, L. S. (2007). *A formação social da mente*. São Paulo, SP: Martins Fontes.
- Vygotsky, L. S. (2008). *Pensamento e Linguagem*. São Paulo, SP: Martins Fontes.

Recebido em: 21.12.2018

Aceito em: 08.10.2019

Anexo I

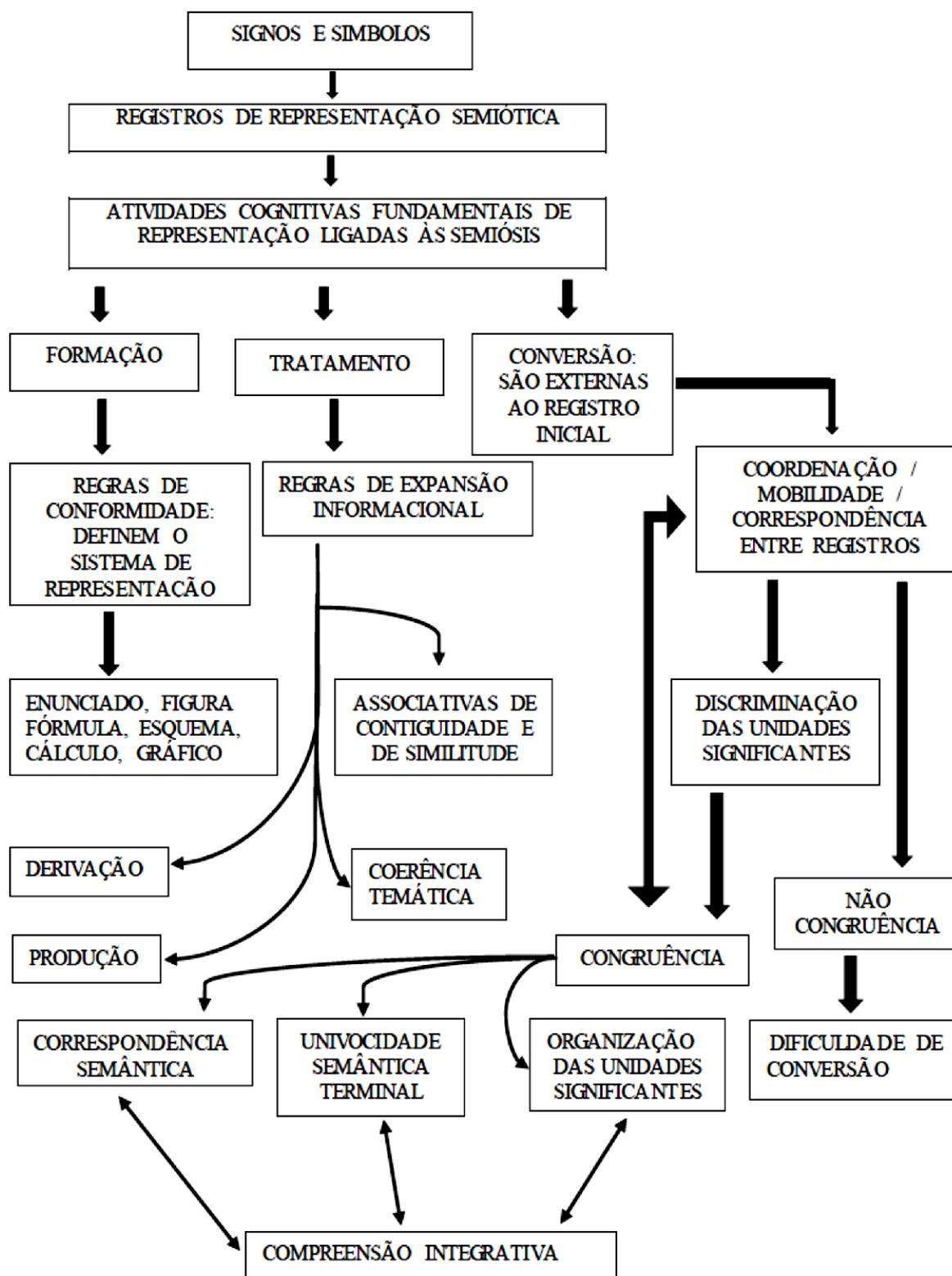


Figura 2: Quadro teórico global da Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval – Fonte: o autor.