Investigações em Ensino de Ciências – V17(2), pp. 435-452, 2012

EL CONOCIMIENTO FÍSICO INTUITIVO, LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN FÍSICA Y EL LUGAR DE LAS ECUACIONES MATEMÁTICAS[1]

(Intuitive physics knowledge, physics problem solving and the role of mathematical equations)

Laura Buteler [lbuteler@famaf.unc.edu.ar]
Enrique Coleoni
Instituto de Física Enrique Gaviola – FaMAF – CONICET
Universidad Nacional de Córdoba - Argentina

Resumen

En este trabajo se estudia el lugar que ocupan las ecuaciones matemáticas en la modificación del conocimiento previo de los estudiantes. Este conocimiento se denominará intuición física (diSessa, 1993). Bajo el supuesto de que la modificación gradual de la intuición física se produce, en gran medida, durante la resolución de problemas, la pregunta que guía este estudio es cómo las ecuaciones matemáticas contribuyen a este proceso durante la resolución de un problema. Se intenta ampliar la hipótesis propuesta por Sherin (2006), sugiriendo una relación más vinculante entre intuiciones físicas y matemática, en la que las ecuaciones se subordinan a las intuiciones físicas y parecen “decidir” qué tipo de ecuaciones son aceptadas y cuáles no. Se construye una hipótesis a partir de tres casos: uno publicado por Sherin (2006) y otros dos obtenidos por los autores de este trabajo. Se comparan y analizan los casos en relación al rol de la matemática en la modificación –o no- de las intuiciones físicas utilizada por estos estudiantes durante la resolución.
Palabras-clave: resolución de problemas en física; intuición física; ecuaciones matemáticas.

Abstract

The present work explores the role that mathematical equations play in modifying students’ physical intuition (diSessa, 1993). The work is carried out assuming that students achieve a great deal of the refinement in their physical intuitions during problem solving (Sherin, 2006). The study is guided by the question of how the use of mathematical equations contributes to this refinement. The authors aim at expanding on Sherin´s (2006) hypothesis, suggesting a more bounding relation between physical intuitions and mathematics. In this scenario, intuitions play a more compelling role in “deciding” which equations are acceptable and which are not. Our hypothesis is constructed on the basis of three cases: the first published by Sherin (2006) and two more from registries of our own. The three cases are compared and analyzed in relation to the role of mathematical equations in refining – or not – the intuitive knowledge students bring to play during problem solving.
Keywords: physics problem solving; intuitive physics knowledge; mathematical equations.

Introducción

La formalización matemática de una situación física es, sin duda, un proceso fundamental del desarrollo de la física y por ello un objetivo ineludible para la enseñanza de la misma. Paradójicamente, a pesar de ser un objetivo (explícito o implícito) en casi todos los programas de estudio de física, es también uno de los logros más difíciles de alcanzar para los estudiantes. Es un saber muy valorado por los docentes de física, y a la vez es un proceso del cual conocemos muy poco cómo se aprende, y menos aún, cómo se enseña.

Existen investigaciones previas que han estudiado cómo expertos y novatos resuelven problemas instruccionales de física usando ecuaciones matemáticas. Chi, Feltovich y Glaser (1981), Larkin (1983) y Priest y Lindsay (1992), explican diferencias entre expertos y novatos suponiendo que las ecuaciones que ellos utilizan durante el proceso de solución están asociadas a _o son

[1] Resultados preliminares fueron presentados en el X Simposio de Investigación en Educación en Física, Posadas, 2010.

inferidas de_ *esquemas de conocimiento*[2] relativos a diferentes principios físicos. En estos trabajos los sujetos son considerados poseedores de esquemas de resolución, que se corresponden con principios y/o conceptos físicos, y que dirigen el proceso de solución cuando se activan e identifican un problema concreto con un principio o concepto físico. Una vez activados, estos esquemas permiten al sujeto inferir cuáles ecuaciones deben ser utilizadas. Aunque existen importantes diferencias entre estos estudios, ellos comparten algunos rasgos al presuponer que: 1) el único conocimiento a utilizar es normativo _ conceptos, leyes y principios físicos_ representado por esquemas[3] y 2) existe una asociación unívoca entre estos principios, conceptos y leyes físicas y las ecuaciones matemáticas a ser utilizadas. Estos presupuestos deben ser revisados, al menos, por dos motivos.

Está bien documentado que los estudiantes traen conocimiento cuando llegan a las aulas de física, que no necesariamente coincide con el conocimiento físico normativo y que es muy resistente al cambio. Este conocimiento, que proviene tanto de sus vivencias en el mundo físico como también de su instrucción previa, conforma el bagaje conceptual que permite dar sentido a los nuevos aprendizajes. Quizás por esta razón, muchos estudiantes exhiben ese conocimiento aún después de haber recibido instrucción formal sobre el tema. Este conocimiento se ha denominado, y posiblemente conceptualizado, de maneras diferentes como concepciones alternativas, concepciones erróneas, concepciones intuitivas, teorías intuitivas, etc. (Mc Dermott y Redish, 1999, McCloskey, Caramazza y Green, 1980, Clement, 1983, McCloskey, 1983, Ioannides y Vosniadou, 2002). Sería ingenuo pensar que cuando los estudiantes resuelven problemas instruccionales de física que involucran ecuaciones matemáticas, no utilizan nada de ese conocimiento.

Además, suponer una asociación directa y unívoca entre principios físicos y ecuaciones matemáticas no permite entender cómo y cuando la matemática utilizada durante el proceso de resolución se relaciona con ese conocimiento previo, que presenta facetas normativas y no normativas. Ignorar el proceso por el cual este conocimiento se relaciona con las ecuaciones matemáticas sería ignorar un aspecto relevante del desarrollo de la experticia, si se considera que este desarrollo incluye la modificación gradual del conocimiento previo a fin de que no presente contradicciones con el conocimiento normativo. En este trabajo se intentará profundizar la comprensión del lugar que ocupan las ecuaciones matemáticas en esta modificación gradual del conocimiento previo.

Fundamentos teóricos

Intuición física: una definición

Sin entrar en un análisis de los posibles significados de los muchos términos utilizados para referir al conocimiento previo de los estudiantes, que sin duda excede los alcances de este estudio, se intentará clarificar qué es aquello a lo que referiremos aquí como “conocimiento previo que los estudiantes ponen en juego durante la resolución de problemas”. Como se ha expresado anteriormente, los estudiantes ya saben cosas cuando comienzan su instrucción. Cualquier estudiante que aborda algún contenido de mecánica o termodinámica seguramente ha experimentado rozamientos, empujes, atracción gravitatoria, sensaciones de frío o calor, y/o ha observado transformaciones de calor en movimiento o viceversa. Este conocimiento proviene de sus vivencias en el mundo físico. También es posible que estos fenómenos hayan sido objeto de estudio en cursos previos, por lo que posiblemente ha conceptualizado (correcta o incorrectamente) algunos aspectos de éstos fenómenos. Además, durante su actual instrucción está intentando re-significar la nueva información a partir de lo que ya sabe. En este contexto es difícil, sino imposible, discriminar

---

[2] El término *esquema* proviene de la Psicología Cognitiva y se refiere a la conceptualización utilizada por Rumelhart y Norman (1978)

[3] Larkin considera una primera representación ingenua en el proceso de solución, pero la relaciona con la representación física (los esquemas) mediante conocimiento puramente formal, con lo cual lo que dirige el proceso son los principios físicos normativos.

de qué experiencia de aprendizaje (cotidiana o instruccional, previa o actual) proviene el conocimiento que está siendo usado para resolver un problema dado. Podemos juzgar si ese conocimiento es correcto o incorrecto, pero no podemos saber de cual de las fuentes anteriores proviene. Es difícil afirmar si se trata de conocimiento experiencial cotidiano o de conceptualizaciones erróneas previas o actuales. Tampoco es simple asegurar que las conceptualizaciones, previas o actuales, coinciden totalmente con el conocimiento físico normativo. Muchas veces hemos observado que los estudiantes realizan procedimientos correctos aduciendo a motivos incorrectos o viceversa.

Dada la ausencia de límites claros entre las posibles fuentes del conocimiento puesto en juego al resolver un problema, en este trabajo no se realizarán distinciones en ese sentido y se denominará *intuición física* a este conocimiento. Así, la *intuición física* son los “principios” que los estudiantes utilizan para entender y resolver problemas, que no necesariamente coinciden con el conocimiento normativo, y que están cerca de la fenomenología o la observación (es lo que pasa, es lo que se ve, es lo que me parece, es lo que sé). Este conocimiento posee las siguientes características: a) no es conocimiento puramente normativo, ni puramente experiencial, ni necesariamente erróneo, sino una “mezcla” de éstos, b) es un conocimiento que poseen tanto novatos como expertos, ya que el experto no ha abandonado su intuición física, sino que la ha modificado pudiendo ahora ser explicada en términos de conocimiento normativo, y c) es un conocimiento necesario para nuevos aprendizajes, es decir, es conocimiento útil. Desde esta perspectiva, un aspecto crucial del desarrollo de la experticia puede ser entendido como la construcción de una *intuición física refinada*, que son aquellas intuiciones que son consistentes con el conocimiento físico normativo. O dicho de otra forma, es la intuición física que incorpora el conocimiento de cuándo y porqué una intuición sí puede ser utilizada y cuándo y porqué no.

Por ejemplo, muchos estudiantes explican que el movimiento de los planetas alrededor del sol, siguen trayectorias circulares debido a la presencia permanente de dos fuerzas equilibradas. Una fuerza centrífuga, bajo cuya única acción el planeta sería expulsado hacia afuera de la órbita, y otra fuerza centrípeta, bajo cuya única acción el planeta sería atraído hacia el sol. Esta respuesta, que es incorrecta, se sustenta en un conocimiento que les permite entender un fenómeno que saben que ocurre. Este conocimiento se denomina aquí intuición física. Si bien la respuesta basada en esta intuición es incorrecta, ella tiene facetas correctas (la existencia de la fuerza centrípeta) y facetas incorrectas (la existencia de la fuerza centrífuga). Un físico, por su parte, explica el movimiento circular por la acción de una única fuerza centrípeta que provoca una “caída” permanente del planeta hacia el centro del sol. Para él la fuerza centrífuga simplemente no existe. A lo largo del trabajo se mostrarán otros ejemplos que, se espera, ayuden a interpretar mejor aquello a lo que referimos como *intuición física*.

Un modelo para la intuición física: los primitivos fenomenológicos

La idea de que la intuición física puede jugar roles muy productivos en el desarrollo de la experticia no es nueva y tiene sus orígenes en un trabajo de Smith, diSessa y Roschelle (1993). Según ellos, el cambio de pensar que el conocimiento previo es un obstáculo para el aprendizaje, al que concibe a éste como una base útil y necesaria para aprender, conlleva un cambio en la ontología de este conocimiento. Este cambio, compartido más recientemente por otros investigadores (Sherin, 2001, Redish, 2004, Hammer et. al, 2005, Sherin, 2006), consiste en dejar de pensar los conceptos o principios o leyes físicas como una unidad cognitiva indivisible, para hacerlo en términos de un sistema complejo conformado por elementos cognitivos más pequeños. Desde esta perspectiva, un concepto o un principio físico, estaría codificado de forma distribuida sobre varias unidades cognitivas elementales, cada una de lo cuales cumpliría alguna función en nuestra comprensión de los distintos aspectos o facetas de ese concepto o principio. Estas unidades cognitivas pueden pensarse como nodos de una red cuyas conexiones definen las probabilidades de activación de éstos en relación a sus vecinos próximos.

Estos elementos cognitivos han sido conceptualizados de manera ligeramente diferentes por distintos autores. En este trabajo se utilizará la conceptualización de diSessa, quien denomina *primitivos fenomenológicos* a tales elementos (diSessa, 1993, diSessa y Sherin, 1998). Son fenomenológicos porque son pequeñas abstracciones de fenómenos experimentados u observados. Son primitivos porque en sus orígenes no admiten explicaciones: son auto-explicativos, las cosas ocurren así porque es así como deben ocurrir. Estos primitivos nos ayudan a desarrollar habilidades para interactuar con el mundo físico y también nos permiten anticiparnos y juzgar la plausibilidad de ciertos comportamientos de un sistema físico. Una característica de estos elementos es que ellos pueden cambiar de funciones durante la instrucción. Así, estos elementos pueden dejar de ser auto-explicativos para admitir una explicación basada en principios físicos, o pueden comenzar a ocupar roles menos importantes, como heurísticos para invocar conocimiento normativo. diSessa (1993) propone un conjunto de primitivos fenomenológicos para entender la física intuitiva referida a los mecanismos físicos (que él denomina *sense-of-mechanism*). Algunos ejemplos de éstos se presentan a continuación.

El primitivo de *fuerza como movimiento* resulta muy utilizado durante el aprendizaje de la mecánica. Según este primitivo, el empuje que se aplica a un objeto es visto como la causa para que este objeto se mueva en la dirección de ese empuje. Otras veces puede ser entendido como el causante del frenado un objeto, cuando este empuje se aplica en la dirección contraria al movimiento original. Depende del contexto en que se aplique, este primitivo puede dar lugar, o no, a interpretaciones acordes con la mecánica Newtoniana. Es un elemento que ha mostrado tener un alto protagonismo en las explicaciones de los estudiantes en el ámbito de la mecánica. Quizás por este protagonismo sea tan difícil para los aprendices entender, por ejemplo, la existencia de movimientos causados por fuerzas que no están en la dirección del mismo, como el caso de los movimientos curvilíneos.

Otro primitivo muy utilizado durante el aprendizaje es el de *resistencia espontánea*. Este primitivo se refiere a una propiedad de los objetos para resistirse a los efectos causados por agentes externos. Permite entender, por ejemplo, la presión que sentimos cuando ejercemos una fuerza sobre algún objeto, lo que en física se denomina fuerza de reacción. También permite entender porqué las cuerdas se tensan cuando son utilizadas para arrastrar a un objeto masivo: los cuerpos resisten al movimiento. Desde un punto de vista Newtoniano, la fuerza externa aplicada a un objeto es modulada por una propiedad del cuerpo (que no tiene características de agente), que es su masa inerte, por lo que este primitivo podría jugar un rol importante en la comprensión de la segunda ley de Newton.

A diferencia de los dos ejemplos anteriores, el primitivo de *soporte*, aunque utilizado a menudo por niños y adolescentes para explicar ciertos fenómenos físicos, es un primitivo de escasa utilidad para comprender el mundo desde una visión Newtoniana. Según este primitivo, los objetos tienden a caer libremente excepto que algo se interponga en su camino para mantenerlo quieto. Mientras que para un físico ese estado de reposo se explica a partir de fuerzas actuando sobre ese cuerpo, desde una visión ingenua este primitivo es auto-explicativo: esos objetos están en reposo porque hay algo que los sostiene.

Volviendo al ejemplo de las explicaciones de los estudiantes para el movimiento de los planetas, estas respuestas pueden interpretarse en términos de la activación del primitivo de *balance dinámico*. Este primitivo probablemente se origina como una pequeña abstracción de situaciones en las que dos agentes opuestos “compiten” para lograr distintos resultados, pero eventualmente terminan cancelándose entre sí. Presupone un conflicto entre dos interacciones opuestas y dinámicas. Según diSessa (1993) la respuesta de los estudiantes para el movimiento planetario no es difícil de entender ya que el mundo ofrece muchos ejemplos de movimientos circulares que no requieren de agentes evidentes para ser mantenidos (como por ejemplo alguna parte de una rueda girando). Posiblemente, la importancia que la instrucción atribuye a la fuerza centrípeta y la preocupación de que el planeta no puede colapsar hacia el centro, da lugar a esta explicación en términos de *balance dinámico*.

Por último, un primitivo usual en las explicaciones de los estudiantes en el ámbito de la mecánica es el de *superación*. Este primitivo provee una herramienta útil en las situaciones de ausencia de balance dinámico. Se entiende cómo lo que ocurre cuando una influencia es mayor que otra, y, gradualmente al principio, logra su objetivo. Se activa en escenarios de interacciones de fuerzas o influencias en donde unas "ganan" a otras, y esas "ganadoras" logran el resultado perseguido. Se observa en casos en los que estas influencias (a menudo fuerzas) están en la misma dirección y sentidos opuestos, pero también cuando no tienen la misma dirección. Por ejemplo, puede interpretarse la presencia de este primitivo en las respuestas de los estudiantes al explicar la trayectoria de un cuerpo lanzado con velocidad horizontal desde una plataforma elevada. Los estudiantes suelen predecir, a menudo, que los objetos viajarán horizontalmente hasta un punto, a partir del cual, caerán verticalmente por la acción de la gravedad. La gravedad termina "ganando" la competición con la velocidad y termina logrando su objetivo.

Posibles cambios en los primitivos fenomenológicos: refinamiento de la intuición física

Esta ontología que se atribuye al conocimiento de los estudiantes, permite explicar los cambios de este sistema complejo de manera gradual, a partir del cambio de sus elementos más pequeños, permitiendo entender no sólo las diferencias, sino también las similitudes en el comportamiento de novatos y expertos. De manera especulativa, diSessa (1993), propone que el refinamiento de la intuición física podría ocurrir a partir de: 1) la disminución progresiva del uso de ciertos primitivos fenomenológicos menos sofisticados (ej: *soporte*) y el aumento progresivo en el uso de otros más sofisticados (ej: *fuerza como movimiento*), 2) la generación de primitivos auténticamente nuevos, a partir de la observación dirigida hacia nuevas piezas de información del mundo físico, y 3) un cambio en las funciones de los primitivos pasando, por ejemplo, de ser utilizados como un heurísticos para recuperar conocimiento normativo a ser utilizados para entender distintos atributos de algún principio, concepto o ley física.

A partir de algunos casos, Sherín (2006) sugiere algunos mecanismos para esos cambios durante la resolución de problemas. El se plantea concretamente tres preguntas: 1-¿Qué rol juega (o no) la intuición física en la resolución de problemas? 2-¿Cómo cambia, si es que lo hace, la intuición física para jugar ese rol? 3-¿Cómo y cuándo ocurren típicamente esos cambios? ¿Cuáles son las experiencias cruciales? Concretamente, ¿Puede la resolución de problemas cuantitativos dar lugar a cambios en la intuición física? Dado que no realiza un estudio longitudinal, sino que compara lo que se esperaría de un estudiante principiante con lo que él observa sobre casos de estudiantes de nivel intermedio, sus conclusiones se plantean a nivel especulativo, generando posibles hipótesis. Queda claro que tanto la segunda como la tercera pregunta apuntan a estudiar el refinamiento de la intuición física, sin embargo, nuestra investigación se centra en una hipótesis generada por Sherin para responder la última pregunta, y pretende hacer un aporte a esa hipótesis.

Antes de pasar a la descripción de nuestro estudio, es relevante hacer una aclaración. En un trabajo previo, Sherin (2001) propone un nuevo tipo de conocimiento, que él denomina *formas simbólicas*, como posibles mediadoras entre los primitivos fenomenológicos y las ecuaciones. Estas son esquematizaciones intuitivas de situaciones físicas que pueden ser corporizadas en ecuaciones. Estos elementos serían generados por los estudiantes al intentar entender las ecuaciones durante la resolución de problemas. Y Sherin (2006) acude a las formas simbólicas para responder la segunda de las preguntas planteadas en el párrafo anterior. Es decir, él propone que uno de tales cambios podría incluir la generación de nuevos elementos de conocimiento, las formas simbólicas, que le dan cuerpo matemático a las intuiciones físicas. Queremos resaltar que nuestro trabajo no se orienta a estudiar la generación de formas simbólicas durante la resolución de problemas, sino a refinar la hipótesis generada por Sherin (2006) para responder a su tercera pregunta.

Objetivo del estudio

Bajo el supuesto de que el refinamiento del conocimiento intuitivo se produce, en gran medida, durante la resolución de problemas, la pregunta general que guía este estudio es cómo las ecuaciones matemáticas contribuirían a este refinamiento durante el proceso de solución. Más concretamente, una hipótesis propuesta por Sherin (2006) a modo de respuesta a la tercera de sus preguntas enunciadas en la sección anterior, es que el uso de ecuaciones matemáticas ayudaría a elegir entre intuiciones competentes, dando por resultado que la intuición "ganadora" aumente su probabilidad de ser activada en explicaciones de situaciones físicas similares futuras. Esta sería una de tales experiencias cruciales. En este estudio se intenta mostrar una relación más vinculante entre intuiciones físicas y matemática, en la que las ecuaciones se subordinan a las intuiciones físicas, quienes parecen "decidir" qué tipo de ecuaciones son aceptadas y cuáles no. En este sentido, el presente trabajo intenta ampliar esa hipótesis de Sherin, ensayando otra posible respuesta a la pregunta de cuáles serían las experiencias cruciales en las que las ecuaciones intervienen en el refinamiento de las intuiciones físicas durante la resolución de problemas. Para ello se compara un caso publicado por Sherin (2006) y otros dos obtenidos por los autores de este trabajo, y se analiza el rol de la matemática en el cambio –o no- de las intuiciones físicas utilizadas por estos estudiantes durante la resolución de problemas de física.

El estudio

El estudio es exploratorio y basado en el análisis de casos, por lo que las conclusiones se referirán a esos casos y a los modos de razonamiento de esos estudiantes ante esos problemas. La metodología empleada posee, por cierto, fortalezas y debilidades. La debilidad es la reducida posibilidad de generalización de resultados referidos sólo a los casos estudiados. La fortaleza es que esta metodología permite observar la riqueza de los razonamientos de esos estudiantes, si es que existe. Aunque los individuos pueden diferir bastante en sus razonamientos a nivel detallado, el conocimiento de tales detalles es un importante indicador para entender el proceso de aprendizaje durante la resolución de problemas. Las observaciones de tales detalles pueden conducir a la propuesta de nuevas hipótesis, a importantes cambios en la definición de elementos teóricos, o a la construcción de nuevas categorías.

Los sujetos involucrados son estudiantes universitarios de física que cursaban el segundo año de sus carreras (ingeniería en el primer caso y licenciatura de física en los otros dos). En ambos casos se encontraban cursando el tercer cuatrimestre de sus estudios universitarios. Seguramente los estudiantes del primer caso tienen historias académicas diferentes a las de los otros dos, no obstante ello, creemos que los razonamientos de estos estudiantes pueden ser considerados válidos para aportar al refinamiento de la hipótesis que se pretende en este estudio. En cuanto a las condiciones en las que se efectuaron las entrevistas y se tomaron los registros, y que se reportan más abajo, entendemos que el caso I es comparable a los casos II y III.

En el primer caso, extraído de Sherin (2006), se trata de estudiantes pertenecientes a una universidad extranjera (EEUU). Este caso es parte de un conjunto más amplio de registros generados en el marco de una tesis doctoral (Sherin) referida al estudio del uso significativo de las ecuaciones en física. Los registros completos corresponden a las grabaciones audiovisuales (y sus transcripciones) de cinco pares de estudiantes resolviendo problemas en un pizarrón planteados por el entrevistador. Cada par de estudiantes acudió a varias sesiones de aproximadamente 1,5 hs cada una, en las que resolvían una serie de problemas de mecánica. Los pares estudiantes participaron voluntariamente del estudio y el entrevistador intervenía para generar preguntas y visibilizar posibles conflictos en las respuestas. Sólo se reproduce aquí un segmento de una sesión correspondiente a un par de estudiantes mientras resuelve un problema (Figura 1). Una lista de los problemas presentados a los estudiantes pueden consultarse en Sherin (2006). Dado que no tenemos acceso a los registros originales, nos limitamos a los datos y al análisis de lo ya reportado por Sherin en 2006.

Los casos II y III están protagonizados por estudiantes universitarios del segundo año de una licenciatura de física de una universidad pública Argentina. Estos estudiantes fueron invitados a participar del estudio de a pares (también voluntariamente). A cada uno de estos pares se les presentaron dos situaciones físicas relativas a mecánica de fluidos (Figura 2 y Figura 3) y trabajaron en ellas durante 1.5 hs aproximadamente. La consigna dada fue que resolvieran los problemas intercambiando ideas y tratando de consensuar lo que hacían. El entrevistador intervenía para aclarar, en caso que lo requirieran y para movilizar las discusiones generando preguntas y contrastando ideas planteadas por ellos. El clima de trabajo fue espontáneo y distendido. Las sesiones se grabaron en formato audiovisual y luego fueron transcriptas.

Caso I

Sherin (2006) analiza un episodio en el que dos estudiantes de física, ***A*** y ***B***, resuelven el siguiente problema, al cual llama "el problema de los bloques". En las figuras 1a y 1b, se provee el enunciado del problema, así como también la descripción pictórica del mismo, ofrecida por el autor.

Una persona empuja horizontalmente un bloque que se encuentra sobre una superficie también horizontal. Luego de un tiempo el bloque queda en reposo. Diga cuáles son las fuerzas que actúan sobre el bloque y por qué se detiene. Si ahora se empuja a un bloque del mismo material pero de mayor peso sobre la misma mesa, ¿cambia en algo respecto de la situación anterior? (asuma que los dos bloques tienen la misma velocidad inicial)

Figura 1a: Problema dado a los estudiantes en el estudio de Sherin (2006)

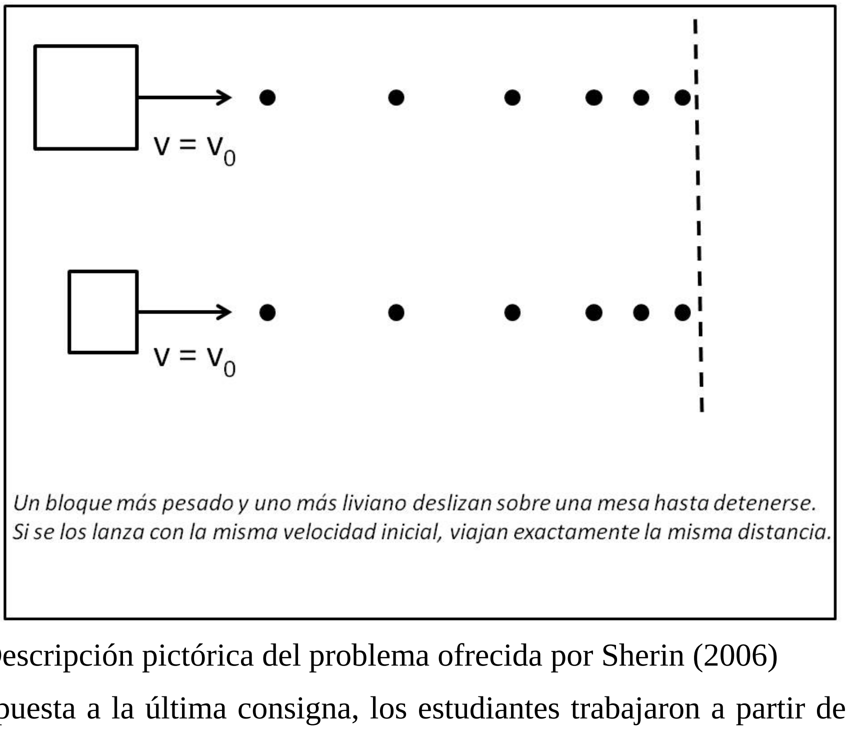


Figura 1b: Descripción pictórica del problema ofrecida por Sherin (2006)

En respuesta a la última consigna, los estudiantes trabajaron a partir de dos intuiciones. Una según la cual el bloque más pesado recorrería una distancia más pequeña porque la fuerza de fricción sería grande debido a su peso. La otra intuición era que el bloque más pesado recorrería una distancia mayor, dado que los objetos más pesados son más "difíciles de frenar" que los objetos más livianos. En un mundo perfectamente Newtoniano, esos dos efectos se cancelan mutuamente (la masa gravitatoria es idéntica a la masa inercial), y los dos bloques recorren exactamente la misma distancia.

A: *… si el bloque es más pesado, entonces la fuerza de roce será mayor y disminuirá la velocidad más rápidamente que para el otro caso… y queda quieto antes*

A*… pero algo parece raro porque si vos tuvieras un bloque pesado y otro más liviano que estuvieran por chocarte…dos situaciones diferentes…si vos quisieras frenar esos bloques hasta que queden en reposo…vas a tener que hacer más fuerza para frenar el bloque más pesado que para el más liviano…*

B*: sí, es verdad!*

A*: …porque aunque ambos estén sobre la misma superficie, con el mismo rozamiento, lógicamente el bloque más pesado es más difícil de frenar….es como frenar una pelota de fútbol más grande…*

Una vez planteadas ambas ideas, ***A*** y ***B*** se enfrentaron a la tarea de decidir cuál de ellas era la correcta para este caso. Para ello, empezaron a escribir la ecuación $F = ma$ y dibujaron una flecha indicando a F y a m para considerar qué ocurriría si cada una de esas variables aumentaba.

$$\underset{\uparrow}{F} = \underset{\uparrow}{m}\ a$$

B*: la fuerza de fricción* F_f *aumenta a medida que* m *aumenta… entonces yo creo que la distancia recorrida sí depende de la masa del cuerpo… pero si* F_f *aumenta, la aceleración también aumenta!... pero si la masa aumenta la aceleración debería decrecer…*

Este primer intento de usar la ecuación de la segunda ley no los llevó al resultado esperado. Entonces ***A*** y ***B***, intentaron una solución más completa y escribieron la expresión para la fuerza de fricción

$$F_f = mg\mu \quad y \quad F_f = ma$$

Sustituyeron la expresión de la fuerza de fricción en la ecuación de la segunda ley, simplificaron las masas y llegaron, asombrados, a que la aceleración de cualquiera de los dos bloques era la misma. Resolvieron el conflicto de una manera sorprendente para ellos porque encontraron, que de algún modo, ambas intuiciones eran aplicables.

$$\cancel{m}g\mu = \cancel{m}a$$

$$a = g\mu$$

B*: entonces las masas se van…*

A*: Claro, sí, porque es la misma cantidad en ambos lados*

B*: A ver, esperá. ¡Sí!¡Son las mismas!*

...

B*: entonces no importa cuál es la masa, va a tener siempre la misma aceleración*

Según Sherin, la primera intuición –que el bloque más pesado se detiene antes- puede ser considerada como una aplicación del primitivo *fuerza como movimiento,* donde la presencia de la fuerza de fricción es la responsable del frenado del bloque. La segunda intuición involucra el primitivo de *resistencia espontánea*: el bloque se resiste (o tiene una resistencia intrínseca) a cambiar su velocidad durante el frenado.

Las ecuaciones matemáticas utilizadas en este problema, permitieron a ***A*** y ***B*** resolver el conflicto planteado inicialmente entre las dos intuiciones, aparentemente contradictorias, a favor de la consideración de ambas a la vez. El trabajo con las ecuaciones les permitió decidir que ambas intuiciones eran correctas, pero que los efectos que ambas predecían se cancelaban mutuamente en esta situación.

Caso II

En esta sección se analiza la filmación de dos estudiantes (***M*** y ***J***), alumnos de una licenciatura de física de una universidad pública de Argentina, mientras resuelven el siguiente problema[4].

Un objeto flota en agua con 3/4 de su volumen sumergido en agua. Se vierte aceite sobre el agua, cuya densidad es la mitad que la del agua. Prediga qué ocurrirá cuando se alcance el equilibrio.

1) El objeto se hundirá más en el agua.

2) El objeto permanecerá a la misma altura con respecto al nivel del agua.

3) El objeto subirá con respecto al nivel del agua.

4) No hay suficiente información.

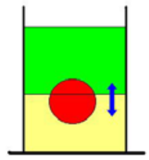


Figura 2: Problema dado a los estudiantes ***M*** y ***J***

Ellos comienzan a pensar en esta situación a partir de la idea de que el aceite provoca dos efectos sobre la pelota: una fuerza hacia abajo que empuja y hace que la pelota se hunda, y una fuerza de flotación que lleva la pelota hacia arriba. Según esta intuición, ambos efectos compiten para dar un resultado. Un físico vería un solo efecto: que el aceite provoca un aumento de presión sobre la superficie de la pelota, que es mayor en la superficie de pelota sumergida en agua que en la sumergida en aceite, por lo que la pelota sube respecto a la situación agua-aire. Estos estudiantes, en cambio, ven dos efectos independientes actuando sobre la pelota.

> ***M***: *tengo el peso de la pelota, el empuje que le va a hacer el agua...* ***¿y el aceite como va a actuar? Porque el aceite puede hacer un peso con esta columna… y también le va a hacer empuje*** *porque… no se…*
>
> ***J***: *a mi también me parece que queda igual, pero no se por qué… no estoy convencido*
>
> ***M***: *… yo creo que tiene que haber una relación entre el empuje del aceite…* ***porque yo estoy convencida que el aceite le hace una fuerza para abajo a la pelota***, *le tiene que hacer una fuerza igual al peso de la columna… y ahí no entiendo la relación que hace el peso de este aceite y el empuje*
>
> ***J***: *¿no deberíamos considerar la presión que el fluido de arriba hace sobre la pelota?*
>
> ***M***: *sí, pero no tenemos información…*
>
> ***J***: *bueno, pero la presión no puede ser negativa*

Luego comienzan a pensar que el peso de la columna de aceite será mayor que el empuje, por lo que la pelota bajará respecto de la interfase. Esta intuición puede ser entendida a partir del primitivo de *superación* (*overcoming* en su idioma original). *S*egún este primitivo, una fuerza, que inicialmente es mayor que otra, "logra su propósito". Este primitivo plantea un escenario para la interacción entre dos fuerzas o influencias, donde una de las influencias "gana" a la otra logrando el resultado esperado. En este caso, estas influencias son el peso de la columna de aceite y el empuje del aceite sobre la pelota, y el resultado esperado es el descenso de la pelota respecto a la interfase. Es bastante usual interpretar explicaciones en el ámbito de la mecánica a partir de este primitivo. Por ejemplo, permite interpretar las frecuentes explicaciones de los estudiantes según las cuales, la velocidad constante de deslizamiento de un objeto sobre una superficie requiere de una fuerza en la dirección del movimiento que sea mayor a la del rozamiento entre el objeto y la superficie.

> ***J***: *mirá… esta área, esta superficie de acá arriba, tiene que soportar una presión debido al líquido* (aceite) *que tiene arriba… no sabemos cuánto vale la presión, pero sabemos que le va*

[4] Extraído de Leonard, W., Dufresne, R., Gerace, W. Y Mestre, J. (2001).

a hacer una fuerza hacia abajo… o sea que se va a hundir un poco más... no sabemos cuánto… pero tampoco nos pregunta acá…

***M**: o sea… el empuje que le haga el aceite a la pelota nunca lo va a hacer subir… pero tampoco lo va a hacer ir para abajo… porque el empuje siempre va para arriba*

***J**: el empuje a lo sumo va a valer el peso del volumen de líquido desalojado*

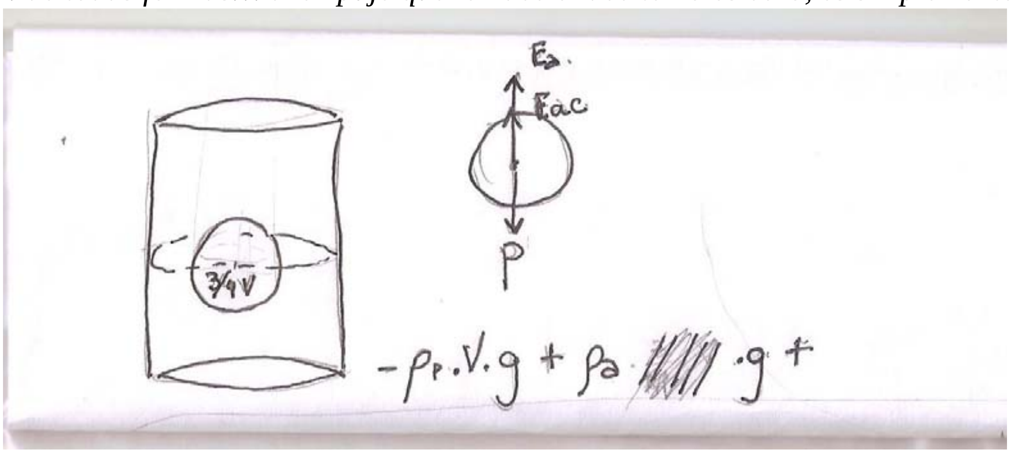
***M**: entonces el objeto se hundirá más en el agua, por el peso de la columna de aceite que la empuja hacia abajo…y si… tiene una fuerza más hacia abajo…*

Al final comienzan a dudar de este resultando imaginando una columna cada vez mayor de aceite. Según sus predicciones, si la columna de aceite aumenta, su peso también, y entonces la pelota se sumerge cada vez más respecto a la interfase. En un momento dado, la pelota podría quedar totalmente sumergida en agua, y en ese caso, les parece raro que a partir de allí, la pelota no sienta más el efecto del aceite.

***M**: no se pero hay algo raro… suponte que ponemos una columna enorme tal que la pelota se hunda hasta llegar a estar sumergida toda en agua, ¿entonces no pasa nada cuando echas más aceite?*

Comienzan a trabajar con ecuaciones tratando, probablemente, de encontrar una manera de corroborar su predicción. Plantean las fuerzas que actúan sobre la pelota, manteniendo la intuición física antes mencionada.

***M**: de todas formas… el empuje que le hace el aceite no es cero, es simplemente menor que el*



peso de la columna de aceite que tengo… o sea… sí hay una fuerza que va para arriba que le hace el aceite… o sea hay un empuje del aceite y del agua… hay… porque hay líquido desalojado … que sea chiquito ese empuje… bueno… entonces ahí está… el peso de la pelota (escribe el peso en función de densidad y volumen) *más el empuje del agua* (escribe la expresión matemática para el empuje)

***M:** ah! Pero el volumen sumergido de la pelota en el agua no sabemos si es tres cuartos como antes, eso es lo que queremos averiguar… entonces lo planteamos como una variable… entonces, menos el peso de la pelota* (vuelve a escribir la expresión para el peso con signo menos)*… y de última nos olvidamos de la columna de aceite… porque no conocemos el radio… ¿vos lo sabés?*

***J**: ¿qué radio? ¿Para qué querés saber el radio?*

***M**: para calcular la superficie de pelota que toca al aceite… bueno… no importa* (sigue con el planteo de las fuerzas) *menos el peso de la pelota más el empuje que le hace el agua* (escribe la expresión de empuje) *más el empuje que le hace el aceite* (escribe ese empuje en función de la incógnita que es el volumen de pelota sumergido en agua) *y ¿consideramos la columna de aceite?*

$$-\rho_p \cdot V_p \cdot \cancel{g} + \rho_a \cdot V \cdot \cancel{g} + \rho_{ac} (V_p - V) \cancel{g} = 0$$

$$\overbrace{-\rho_p V_p} + \underbrace{\tfrac{4}{3}\rho_p V} + \overbrace{\tfrac{2}{3}\rho_p V_p} - \underbrace{\tfrac{2}{3}\rho_p \cdot V} = 0$$

$$-\frac{1}{3}\cancel{\rho_p} V_p + \frac{2}{3}\cancel{\rho_p} V = 0$$

$$\frac{2}{\cancel{3}} V = \frac{1}{\cancel{3}} V_p$$

$$V = \frac{1}{2} V_p$$

***J**: sí, claro esa presión ejerce una fuerza hacia abajo*

***M**: entonces…* (Intenta plantear la presión sobre la superficie de la pelota pero se complica con la geometría del problema)

En ese momento el entrevistador consideró que una intervención suya podría ayudarles a continuar con la resolución, entonces les aclara que el efecto de la columna de aceite está ya incorporado en el empuje que le hacen los dos líquidos. Esta acotación no les ayuda para continuar, parecen confundidos, no entienden que una fuerza, según ellos hacia abajo, se “transforme” en (parte de) un empuje hacia arriba.

***M**: ¿¿pero entonces vos me decís que el empuje me anula la columna de aceite??*

***Entrevistador**: Más que anularla la tiene en cuenta*

***M**: no… no entiendo… no puedo hacerlo…*

***Entrevistador**: vos ya lo estabas haciendo bien, teniendo en cuenta el peso y los empujes… entonces si vos ahora agarras esta ecuación* (sin la columna de aceite) *y la resolvés, fijate a que llegás*

Ellos se ponen a resolver la ecuación que no contiene el peso de la columna de aceite (o sea una ecuación correcta para resolver el problema) y llegan a que la pelota ahora está sumergida la mitad de su volumen.

***M**: ¡pero no llegamos a lo mismo! ¡Ahora está sumergida la mitad!*

***Entrevistador**: ahora con el aceite encontraron que el volumen sumergido es distinto…*

***M**: ¡pero antes estaba sumergido tres cuartos!*

***Entrevistador**: ¿entonces que pasó, se fue para arriba o para abajo?*

***J**: para arriba…* (sorprendido)

***M**: ¿por qué?* (con cara de confusión)… *¿Se agregó el empuje del aceite? ¿Cómo pasa eso?*

Ante la cara de sorpresa y confusión de ambos, el entrevistador les propone que piensen en una situación análoga en la que la pelota está dividida en dos casquetes esféricos cuyas bases planas coinciden con la interfase: uno de ellos sumergido en agua y otro sumergido en aceite. Así, la pelota entera puede ser pensada como dos partes, cada una de ellas recibiendo un empuje hacia arriba, en agua y en aceite respectivamente. Si bien la analogía es adecuada para resolver el problema, ella no incluye de manera explícita el peso de la columna de aceite, y parece no serles útil entender la situación. Evidentemente, el planteo matemático propuesto por el entrevistador y llevado a cabo por ellos, si bien les arroja un resultado que les indica cuál es el efecto del aceite sobre la pelota, no les alcanza para cuestionar su intuición.

¿Cómo podría la matemática ayudar a cuestionar y, posiblemente, modificar su intuición física con respecto a este problema? Una especulación posible es que las ecuaciones contengan explícitamente a la columna de aceite. Un planteo matemático que considere las fuerzas actuantes sobre la pelota como el resultado de la integral de las presiones sobre toda su superficie, en donde una porción de esa integral corresponde al peso de la columna de aceite que, en efecto, es hacia abajo. Ese planteo matemático, aunque posiblemente un poco más complejo, es el que podría, sospechamos, ayudar a cuestionar su intuición.

Caso III

En esta sección se analiza la filmación de dos estudiantes (***E*** y ***C***), alumnos de una licenciatura de física de una universidad pública de Argentina, mientras resuelven el siguiente problema[5]

Un bloque de madera (que flota en el agua) se sumerge 10 cm en un recipiente con agua, <u>sin tocar el recipiente</u>. La balanza, ¿marcará más, menos o lo mismo que antes de sumergirlo?

1) más

2) menos

3) igual

4) no se

5) no hay suficiente información

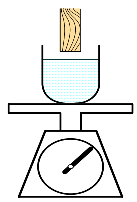


Figura 3: Tarea dada a los estudiantes ***E*** y ***C***

E y ***C*** mantienen intuiciones diferentes respecto a lo que marcará la balanza. ***E*** sostiene que la balanza marcará más, porque dice que introducir el bloque en el agua tiene el mismo efecto que aumentar el volumen de agua en el recipiente, y tener más volumen de agua implica tener más peso. ***C*** no puede predecir lo que marcará la balanza, porque no sabe qué rol juega la fuerza que hace la mano sobre la barra, con el empuje que le hace el agua. Un físico probablemente respondería que la balanza marcará de más una cantidad igual al empuje, ya que éste actúa sobre el cuerpo hacia arriba y sobre el agua hacia abajo, notando la balanza esta nueva fuerza sobre ella. O quizás adhiera a la respuesta de ***E***, la cual, como veremos más adelante, es coherente con el principio de Arquímedes.

> ***E***: *o sea que en realidad al cuerpo lo está sosteniendo la mano…pero está aumentando el volumen del agua…pero digamos que esa es la idea que tengo…**es como si metieras un cubito de agua del mismo volumen que la barra sumergida***
>
> ***C***: ***a mí me puso en duda eso de que la mano le hace una fuerza al bloque para que se sumerja y que no está flotando libremente**…porque la balanza suma fuerzas… pero la fuerza que estoy haciendo yo no sé que papel juega con todas las otras fuerzas…o sea no sé si hay un empuje al sostenerlo yo*
>
> ***Entrevistador***: *¿por qué piensan eso?*
>
> ***E***: *porque si alguien lo toma…digamos…es como si de alguna forma…como si no tuviera peso el cuerpo, pero sin embargo incrementa el volumen del agua, entonces **es como si fuera una porción más de agua digamos…eso es lo que me imagino… yo contesto que la balanza marcaría más***

[5] Extraído de Leonard, W., Dufresne, R., Gerace, W. Y Mestre, J. (2001).

C: *yo no sé, porque* ***no sé si la fuerza del brazo vence al empuje…no se si se cancelan****…*

Entrevistador*: ¿y qué pasaría si en vez de madera, la barra fuera de metal, tal que si la suelto, se hunde en el agua?*

E*: y para mí…la lectura de la balanza va a ser mayor*

C*: para mí es lo mismo que el anterior, que cambie el material y que no flote no importa, sigo pensando que no sé si aumenta la lectura de la balanza… porque no sé cómo trabaja la fuerza del brazo con el empuje…*

E*: es el mismo problema…porque en los dos me parece que la lectura de la balanza aumenta… si alguien la sostiene, lo que va a variar es la fuerza del que lo sostiene*

C*: y, si dejo que algo flote libremente en un líquido…ahí se que la balanza marca el peso de ese cuerpo de más…pero cuando hay alguien…****yo no sé porque me molesta la fuerza de la mano porque yo no sé cómo influye con el empuje que hace el líquido***

E*: y…para mí sostenerlo es como que flote…porque si tenés algo de baja densidad, tendrás que hacer menos fuerza para sostenerlo y algo más denso, más fuerza…porque la fuerza que va a hacer el agua va a ser la misma en los dos casos…va a ser el peso del volumen del agua desalojada… o sea para mí, el empuje es el mismo en los dos casos*

Si bien ***E*** no dice que su respuesta está basada en el principio de Arquímedes, su explicación es coherente con éste. Piensa el problema en términos de volumen de agua desplazada por un cuerpo que se sumerge, que tiene el efecto de aumentar el volumen del agua, y por lo tanto, de aumentar el peso total. Él entiende que si la barra es de madera o de metal no plantea diferencia para contestar la pregunta, y dice que en ambos casos lo que mide la balanza es el peso del volumen de líquido desalojado. ***C*** comienza diciendo que la balanza suma fuerzas, y su objetivo parece ser determinar cuáles son esas fuerzas en este problema particular. El razonamiento de ***C*** se interpreta a partir del primitivo fenomenológico de *balance dinámico*. Este primitivo tiene su origen en situaciones en las que dos agentes opuestos (fuerzas en este caso), intentan obtener resultados mutuamente excluyentes y, eventualmente, se cancelan. En este caso los agentes son la fuerza de la mano y el empuje que recibe la barra, y el resultado de la competencia, es para ***C***, incierto.

Las indicaciones del entrevistador hacen que ambos conjuntamente dirijan sus razonamientos hacia una explicación basada en fuerzas:

Entrevistador*: bueno, si sospechan que puede ser diferente la respuesta según el material, traten de volver a analizar una situación y después vean si es diferente o no de la otra*

E*: bueno…en este para mí* (madera), *la balanza va a marcar más…vos tenés el agua* (empieza a dibujar el recipiente y algunas fuerzas: peso del cuerpo, peso del líquido y empuje)

C*: ¿y a la fuerza que le hace la mano la vas a considerar?* (señala el dibujo)*…si analizás el cuerpo sí la tenés que considerar*

E*: bueno…ponele…ahí quedaría la fuerza del brazo* (la dibuja y la tacha y deja el lápiz le sigue explicando con las manos)*…me parece a mí que no va a hacer tanta falta porque en vez de ponerle la fuerza del brazo vos podés ponerle a la barra algo largo de madera para que se sumerja 10 cm en vez de presionar…en vez de presionar con el brazo, vos ponés una madera muy larga que tenga el peso suficiente como para que esto se sumerja 10 cm*

***C**: ahá, bueno*

***E**: ¿querés hacer la cuenta?…entonces tenés la fuerza de empuje, peso del líquido, peso del cuerpo…ahora ¿qué es lo que marca la balanza? sobre la balanza está el peso del líquido…la normal…*

***C**: la normal sobre la balanza* (la agregan en el dibujo) *más a la suma de las otras fuerzas sobre la balanza es cero…entonces el peso del líquido más el peso del cuerpo más la normal…y lo que no se…esas son todas las fuerzas sobre la balanza, no?...entonces lo que me va a marcar la balanza es esta normal que es la suma de las otras dos fuerzas…entonces lo que la balanza marca de más es el peso del cuerpo… y no importan ni la fuerza de la mano ni el empuje…¿es así?¿está bien esto?*

$$\vec{N} = \vec{P}_L + \vec{P}_c$$

***E**: y…experimentalmente sí se nota la fuerza del empuje…o sea cuando vos tenés un vaso de agua y sumergís un cuerpo colgado de un resorte te fijás en la balanza y marca menos que si ponés el cuerpo al lado del vaso de agua*

***C**: pero ¿está bien esto?*

***E**: no sé, para mí también está la fuerza de empuje que la ejerce el agua sobre el cuerpo y digamos…para la balanza es como que el cuerpo pesara menos gracias a la fuerza de empuje…porque ayuda a sostener*

La pregunta que hace ***C*** (dos veces) respecto al resultado obtenido *¿está bien esto*? muestra su desconfianza con respecto a este resultado. Su intuición inicial, la competencia entre la fuerza del brazo y el empuje para decidir lo que marca la balanza, no está contenida en el proceso de solución. En ninguna instancia del proceso de solución se plantea matemáticamente la relación entre esas dos fuerzas para determinar lo que mide la balanza. ***E*** también duda del resultado al que llegan, el hubiera esperado que el empuje (que en el caso de la barra más larga que él propone es igual a su peso) estuviera contenido allí, al igual que lo estaba en su razonamiento inicial referido a cuanto más marcaria la balanza. El resultado obtenido no contiene la intuición física de ***C*** ni de ***E*** respecto al problema, y no están conformes con el resultado matemático.

¿Cómo podría la matemática ayudar a cuestionar y eventualmente refinar la intuición de ***C***? Teniéndola en cuenta. Un escenario hipotético que permitiría a ***C*** poner en cuestión, y por lo tanto refinar esta intuición, sería uno que la incluya, es decir, en el cual aparezcan las fuerzas sobre la barra (incorporando explícitamente el *balance dinámico* entre la fuerza del brazo y el empuje) y sobre el agua, para obtener así lo que mide la normal. Es decir, seguir haciendo lo que estaba tratando de hacer. En ese escenario, el empuje que el agua le hace al cuerpo es la resultante entre la fuerza de la mano y el peso de la barra. Ese empuje, está aplicado al agua por acción y reacción. Sobre la balanza actúa el peso del agua más ese empuje, que a su vez es la resultante entre la fuerza del brazo y el peso de la barra. Así estarían la fuerza del brazo y el empuje presentes en el planteo matemático del problema, y ***C*** tendría una oportunidad para refinar su intuición, advirtiendo que la fuerza del brazo y el peso de la barra se suman para dar el empuje en ambas situaciones. Y esa suma es la que mide de más la balanza, que además es la misma independientemente del material de que esté hecha la barra.

Cada vez que los estudiantes llegan a un resultado incorrecto o cada vez que se pierden en el intento de resolver un problema, una estrategia de enseñanza bastante habitual consiste en “cambiarles” el camino de solución por otro, que suele ser el más apropiado según la comprensión o el criterio del docente que está explicando. Si bien este cambio es en principio valorado por los estudiantes, porque les permite llegar correctamente al resultado, también les quita la oportunidad de refinar su conocimiento físico intuitivo, es decir la oportunidad de aprender física a partir de lo que ya saben y desde donde se sienten más confiados para hacerlo. Esta confianza en sus intuiciones se observa en la insistencia de ***C*** en plantear el problema como uno de fuerzas donde se contemple la fuerza del brazo y el empuje, y en la de ***E*** por tratar el problema cualitativamente. Luego de que ellos llegan a un resultado en el que no confían, el entrevistador les propone opciones:

> ***Entrevistador****: ¿Habrá alguna explicación alternativa a esta de las fuerzas? ¿O quieren seguir por este camino?*
>
> ***E****: por ejemplo, me parecería más fácil si fuera por ejemplo, agua, o un líquido, y arriba flotando un pedazo de madera …entonces acá…en realidad esta madera acá arriba modifica la presión del agua…entonces también modifica la presión en todos los puntos y…eso…me parece que se trasluce en la balanza…es una forma…a lo que voy es a que está relacionado el peso que se siente acá en la base del recipiente con el de la madera…por eso se incrementa el peso cuando le pongo una madera flotando en el agua…y al cambiar la presión acá arriba y trasmitirse ese cambio de presión en cierta forma es como si se trasmitiera la fuerza para mí…bueno transmisión de fuerzas no se… pero presión sí…se trasmite la presión…y termina en este punto en la base siendo más grande la presión que antes de poner la madera y en la base calculo la fuerza como presión por área*
>
> ***Entrevistador****: ¿a vos* ***C*** *te convenció?*
>
> ***C****: algo me dice que si yo le agrego algo al agua va a marcar más, pero mi duda es como demostrarlo*

Discusión

¿Cómo y cuándo las ecuaciones matemáticas pueden modificar las intuiciones físicas?

El caso trabajado por Sherin (2006) permite observar cómo dos intuiciones aparentemente contradictorias entre sí, pueden comenzar a verse como complementarias a partir del planteo de la ecuación de movimiento para los bloques. Sherín refiere a este ejemplo como una posible circunstancia para refinar intuiciones físicas, en donde las ecuaciones matemáticas permiten decidir, en este caso, que ambas intuiciones son adecuadas y sus efectos se cancelan entre sí. Ésta es, probablemente, una de las formas de refinar conocimiento intuitivo, en donde las ecuaciones matemáticas juegan un rol importante.

El objetivo de este trabajo es ampliar la hipótesis anterior y mostrar otra posible vinculación entre la matemática y el desarrollo de la experticia. Se pretende, a partir de los casos analizados, otorgar plausibilidad a una hipótesis según la cual no cualquier ecuación matemática tendría la capacidad de modificar intuiciones físicas, sólo podrían hacerlo aquellas ecuaciones que las tienen en cuenta. Los tres casos presentados presentan evidencias que permiten sustentar tal hipótesis.

Más allá del análisis propuesto por Sherín (2006), y señalado en el primer párrafo de este apartado, las ecuaciones planteadas en el caso I, contenían los primitivos fenomenológicos utilizados durante la discusión cualitativa. Una de las intuiciones (que el bloque mas pesado recorrería menor distancia antes de detenerse porque la fuerza de roce es mayor), interpretada a partir del primitivo *fuerza como movimiento*, está representada en la ecuación para la fuerza de roce, según la cual, esta fuerza es el agente que se opone y frena el movimiento, y que además aumenta mientras mayor sea la masa del cuerpo. Por su parte, el primitivo de *resistencia espontánea*, que es el sustento para la otra intuición en competencia en este caso (que el bloque más pesado recorre mayor distancia porque se requiere de mayor fuerza para detenerlo), también está representado en la expresión para la segunda ley de Newton, según la cual, dada una aceleración fija, se necesita una fuerza mayor para frenar el bloque de mayor masa. Sintetizando, ambas intuiciones estaban de algún modo incorporadas o tenidas en cuenta en la descripción matemática del problema.

El caso provisto por ***M*** y ***J*** permite observar lo que ocurre cuando las intuiciones físicas no están contenidas en las ecuaciones matemáticas que llevan al resultado del problema. La ecuación matemática que plantean ***M*** y ***J*** no tiene en cuenta el primitivo de *superación* aplicado al peso de la columna de aceite y al empuje conjuntamente, y eso podría estar relacionado con la imposibilidad de modificar sus intuiciones respecto al problema. En esta circunstancia, el planteo matemático del problema, aunque físicamente correcto, no les permitió cuestionar sus intuiciones físicas. Podría aducirse que hubo un sesgo en ese planteo matemático, en cuanto a que fue en parte propuesto por el entrevistador, pero ese no es el punto. La cuestión es que la utilización de planteos matemáticos, sean éstos elaborados con o sin ayuda de un experto, no necesariamente conducen a refinar las intuiciones físicas de los estudiantes. Para que esto ocurra, se especula, sería necesario tenerlas en cuenta en la formalización matemática del problema.

El caso provisto por ***C*** y ***E***, presenta una circunstancia similar. ***C*** intuye que la fuerza del brazo y el empuje deberían influir en la medida de la balanza a través de un *balance* de resultado que es incierto para ***C***, pero ese primitivo fenomenológico no está contenido en el planteo de fuerzas realizado por ellos. El empuje está presente en el dibujo que hacen, pero no está tenido en cuenta entre las fuerzas que mide la balanza, y la fuerza del brazo es desestimada por ***E*** desde el principio y reemplazada por otra porción de barra sobre la barra inicial. Cuando llegan al resultado ***C*** cuestiona que en el resultado esté ausente la fuerza del brazo y ambos cuestionan que esté ausente el empuje. Hipotetizamos que eso ocurre debido a que sus intuiciones no estuvieron contenidas en el planteo matemático del problema.

Si bien las conclusiones de este estudio exploratorio son provisorias y están acotadas a los casos estudiados, ofrecen un marco para formular una hipótesis. La hipótesis sugerida es que no siempre el planteo matemático de un problema físico ayuda a cuestionar y refinar intuiciones. En particular no lo hace cuando ese planteo no involucra, de alguna manera evidente para los estudiantes, las intuiciones físicas que permitieron la comprensión (correcta o incorrecta) de la situación. Esta hipótesis va más allá de la propuesta por Sherín (2006), según la cual las ecuaciones matemáticas permiten decidir entre intuiciones físicas competentes, instancia que brindaría una oportunidad para modificar el conocimiento físico intuitivo.

Los razonamientos observados también ofrecen una base para generar alguna reflexión en relación a la instrucción formal en física. Los dos últimos casos (***M*** y ***J*** y ***E*** y ***C***), parecen indicar que las intuiciones físicas están estrechamente involucradas durante la resolución de problemas en dos sentidos: en la comprensión cualitativa de los mecanismos involucrados en la situación y en el planteo de las ecuaciones matemáticas. Esto nos hace pensar en la relevancia de poder entender los razonamientos de los estudiantes, sus intuiciones físicas, para actuar en consecuencia.

M y ***J***, probablemente habrían tenido oportunidad de refinar sus intuiciones si el entrevistador (en el rol de docente) hubiera ensayado una explicación que las incluyera. Por ejemplo, proponiéndoles que calculen el empuje de un cubo (que hace más fáciles los planteos matemáticos por la geometría del problema) flotando en agua y en aceite, en términos del principio de Pascal. Es decir, re-obteniendo el principio de Arquímedes a partir del Principio de Pascal para este caso particular de dos fluidos, en vez de uno como se da normalmente en las clases de Física y como aparece en la mayor parte de los libros de texto usuales. En ese proceso pueden visualizar que existen fuerzas hacia arriba y fuerzas hacia abajo realizadas por los fluidos sobre las dos superficies horizontales del cuerpo. Estos estudiantes habrían estado en condiciones de hacer tal planteo, del cual, probablemente, hubieran podido inferir lo que pasaría si en vez del cubo se tiene una pelota. Otra posibilidad hubiera sido proponerles un análisis cualitativo respecto al aumento de presión experimentado por las dos mitades de esa pelota cuando se vierte aceite sobre ella, y de las consecuencias que esto tendría en términos de la variación de su posición con respecto a la interfase. Así ellos podrían haber identificado fuerzas resultantes hacia arriba y hacia abajo en cada mitad, y habrían podido deducir que sobre la mitad inferior el aumento de presión es constantemente igual a la ejercida por la columna de aceite, mientras que sobre la mitad superior, ese aumento es igual o menor a esa cantidad. En cualquiera de los dos casos hubieran podido advertir que el empuje total sobre la pelota efectivamente contiene a la fuerza ejercida por el aceite, hacia abajo, sobre la pelota, y así tener una oportunidad de modificar su intuición de dos influencias por una sola.

E y ***C*** presentan escenarios algo diferentes y por lo tanto, sus oportunidades para refinar sus intuiciones presentarían características también diferentes. ***C*** debería haber sido alentado a seguir trabajando en términos de fuerzas, incluyendo la fuerza del brazo y el empuje del agua y, a partir de allí, relacionar ese planteo con la fuerza que siente el agua y por lo tanto, la que siente la balanza. Si bien ***E*** valoraría el razonamiento anterior, él no necesitaría hacerlo para refinar sus intuiciones, ya que para él el problema puede ser resuelto (y lo hace correctamente) cualitativamente, teniendo en cuenta el volumen de agua desplazada, o bien, advirtiendo la variación de presión en el líquido y su relación con los cambios en lo que marca la balanza.

En cualquier caso, la hipótesis que se propone y los escenarios instruccionales que se plantean se refieren a posibles situaciones de aprendizaje que no lo agotan, sino que lo orientan en una dirección que, creemos, es más adecuada. La modificación de una intuición basada en un primitivo fenomenológico no ocurre de una vez y para siempre, es un proceso largo y gradual que involucra, seguramente, muchas situaciones problemáticas, muchas intuiciones compitiendo y muchas resoluciones involucrando ecuaciones matemáticas.

Agradecimientos

Agradecemos las valiosas apreciaciones de los evaluadores de este trabajo porque ellas nos permitieron aportar mayor claridad a los argumentos y a al contexto de la investigación.

Referencias

Chi, M., Feltovich, P. y Glaser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 5, pp. 121- 152.

Clement, J. (1983). A conceptual model discussed by Galileo and used intuitively by physics students. En Gentner, D. and Stevens, A. (Eds.), *Mental Models*, pp. 325-339. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

diSessa, A. (1993). Toward an epistemology of physics. *Cognition and Instruction*, 10, pp. 105-225.

diSessa, A. y Sherin, B. (1998). What changes in conceptual change? *International Journal of Science Education*, 20 (10), pp. 1155-1191.

Hammer, D., Elby, A., Scherr R., Redish, E. (2005). Resources, framing and transfer. En Mestre, J. (Ed.), *Transfer of Learning from a Modern Multidisciplinary Perspective*, pp. 89-119. Greenwich, CT: Information Age Publishing.

Ioannides, C. y Vosniadou, S. (2002). The changing meanings of force. *Cognitive Science* Q. 2 (1), pp. 5-62.

Larkin, J. (1983). The role of problem representations in physics. En Gentner, D y Stevens, A.L. (Eds.) *Mental Models*, pp. 75-97. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Leonard, W., Dufresne, R., Gerace, W. Y Mestre, J. (2001). *Minds on Physics – Complex* Sistems. Iowa: Kendall/Hunt Publishing Company.

Mc Dermott, L. y Redish, E. (1999). Resource Letter PER-1: Physics Education Research. *American Journal of Physics*, 67, pp. 755- 767.

McCloskey, M. (1983). Naive theories of motion. En Gentner, D. and Stevens, A. (Eds.), *Mental Models*, pp. 289-324. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

McCloskey, M., Caramazza, A. y Green, B. (1980). Curvilinear motion in the absence of external forces: Naïve beliefs about the motion of objects, *Science*, 210, 1139-1141.

Priest, A. y Lindsay, S. (1992). New Light on novice-expert differences in physics problem solving. *British Journal of Psychology*, 83, pp. 389-405.

Redish, E. (2004). A theorical framework for physics education research: modeling student thinking. En Redish, E. y Vicentini, M. (Eds.) *Proceedings of the Enrico Fermi Summer School, Course CLVI,* pp. 1-63. Bologna: Società Italiana di Física.

Rumelhart, D. y Norman, D. (1978). En Pozo, J. I. *Teorías Cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Ediciones Morata, 1989.

Sherin, B. (2001). How students understand physics equations. *Cognition and Instruction*, 19 (4), pp. 479-541.

Sherin, B. (2006). Common sense clarified: The role of intuitive knowledge in physics problem solving. *Journal of Research in Science Teaching*, 43 (6), pp. 535-555.

Smith, J., diSessa, A. y Roschelle, J. (1993). Misconceptions reconceived: A constructivist analysis of knowledge in transition. *The Journal of The Learning Sciences*, 3 (2), pp. 115-163.

Recebido em: 29.11.2010
Aceito em: 18.09.2012