

INTERAÇÕES DOCENTES E APRENDIZAGEM MATEMÁTICA EM UM AMBIENTE VIRTUAL

(Teachers' interactions and mathematics learning within a virtual environment)

Aline Terra Salles [alinets.math@yahoo.com.br]

Marcelo Almeida Bairral [mbairral@ufrj.br]

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro – IE/DTPE/PPGEduc

BR-465, Km 7 Seropédica-Rio de Janeiro CEP. 23.890-000

Resumo

O uso das tecnologias da informação e comunicação traz novas formas de envolvimento e motivação dos indivíduos. Essas tecnologias têm sido um importante veículo para compartilhar informações e constituir comunidades variadas. Em razão disso, tornam-se necessárias análises da aprendizagem em ambientes virtuais. O objetivo principal do artigo está focado na análise de interações docentes no ambiente *Virtual Math Team* (VMT-Chat) em um problema da geometria do táxi. Estudamos a aprendizagem através das diferentes formas de participação dos indivíduos no ambiente. Os resultados mostram que a identificação dos diferentes tipos de interlocução (avaliativa, interpretativa, informativa ou negociativa) possibilita ao professor a criação de estratégias para contribuir com a continuidade do debate e para promover o desenvolvimento das ideias matemáticas emergentes nas interlocuções. A análise também ilustra como os docentes interagiram *online*, com uso da análise combinatória, sobre a métrica na geometria do táxi.

Palavras-chave: Ambiente virtual de aprendizagem; tipos de interlocução; aprendizagem docente; geometria do táxi

Abstract

The use of information and communication technology brings new ways of enrolment and motivation of individuals. These technologies have been an important vehicle for sharing information and constitute various communities. For this reason, it is necessary analysis of learning in virtual environments. The aim of this article focuses on the analysis of teachers interactions in the environment *Virtual Math Team* (VMT-Chat) in addressing one problem of taxicab geometry. We study learning through different forms of participation of individuals within the environment. The results shows that the identification of different types of interlocution (evaluative, interpretative, informative and negociative) allows the teacher the creation of strategies to contribute with the continuity of the debate and to promote the development of mathematical ideas emerged from interlocutions. The analysis also illustrates how teachers interacted online with the use of combinatorial analysis on the metric in taxicab geometry.

Keywords: Virtual environment of learning; types of interlocution; teachers' learning; taxicab geometry

Introdução

A análise do discurso constitui um campo de pesquisa na educação científica nacional e internacional. Todavia, o estudo do discurso em cenários mediados pelas tecnologias da informação e comunicação (TIC) ainda é escasso na investigação brasileira, principalmente, a interpretação de interações a distância efetivadas em contextos virtuais. A presente investigação visa a contribuir com essa demanda apresentando uma possibilidade de análise da aprendizagem e de interlocuções em um ambiente virtual específico: o *Virtual Math Team* (VMT-Chat). Trata-se, portanto, de um *chat*¹.

¹ Agradecemos aos professores Arthur B. Powell, Fernando de O. Vieira e Kátia Talon pelas sugestões feitas em uma das versões anteriores desse artigo.

Pesquisas em educação que analisam a conversação em *chat* têm diferentes focos. Particularmente, em educação matemática, Bairral (2004) identificou momentos de interação e indicou contribuições didático-pedagógicas para o trabalho com bate-papos. Borba e Penteadó (2001) e Borba e Villarreal (2005) sublinharam que multidialógos podem ser identificados em um *chat*. Esses multidialógos constituem turnos variados de discussão sobre temáticas e interesses variados.

Os dois estudos anteriores aconteceram em bate-papos escritos, no entanto, pesquisas mais recentes estão implementando *chats* que possuem, como as aulas convencionais, o quadro branco. Hwang e co-autores (2009), por exemplo, analisaram aspectos relacionados à resolução de problemas geométricos e às formas de representação. Embora o ambiente virtual tenha se mostrado importante para a resolução *online* dos problemas e para evidenciar concepções prévias dos discentes, o trabalho esteve focado na funcionalidade do quadro branco. Ou seja, os pesquisadores não aprofundaram análise sobre a dinâmica interativa estabelecida e sua singularidade discursiva.

No caso específico do ambiente VMT-Chat, Çakir e colaboradores (2009) ressaltaram a natureza dual da interação neste espaço, ou seja, a conjunção das interações no quadro branco (espaço dos desenhos, etc.) com as do próprio *chat* (espaço da escrita). Assumindo essa relação dual e inter-relacionada dos espaços do VMT-Chat, nossa pesquisa² busca evidenciar o tipo de interlocução presente nas interações estabelecidas. Entendemos que, ao identificar e analisar interlocuções, o professor poderá construir estratégias discursivas que visem a continuidade do debate virtual.

Comunicação e interlocuções em ambientes mediados pela tecnologia informática

Em ambientes virtuais, observações sobre objetos, sobre relações ou sobre relações entre relações podem, mediante as diferentes formas de escrita e representação, resultar no desenvolvimento do raciocínio e do trabalho colaborativo (Powell e Bairral, 2006). Interação colaborativa é definida quando indivíduos trabalham juntos na realização de um propósito de interesse comum (Stahl, 2008). Apesar de o pensamento ser uma forma individualizada da comunicação interpessoal, em uma dinâmica de trabalho colaborativo, o que um indivíduo cria é produto de um fazer coletivo (Sfard, 2008). Ainda, segundo Sfard (*op. cit.*), os diferentes tipos de comunicação definem seus objetos, os tipos de mediadores usados e as regras seguidas pelos participantes e, dessa forma, definem diferentes comunidades de atores comunicativos.

No âmbito dos estudos socioculturais, reconhecemos que o raciocínio matemático se desenvolve mediante interações sociais efetivadas em comunidades discursivas com propósito e intencionalidade específicos. Portanto, em contextos virtuais, a aprendizagem deve ser vista como formas variadas de imersão e de participação no coletivo constituído. Neste artigo, ilustraremos possibilidades de analisar a aprendizagem evidenciando diferentes interlocuções de professores de matemática.

A interlocução é a análise das diferentes formas de participação que ocorrem em unidades de conversas, sejam elas interações orais ou escritas. Essas análises surgiram da ampliação feita por Powell (2006), que não analisava apenas a escuta como fez Davis (*apud* Powell, *op. cit.*). Powell faz um questionamento das práticas discursivas dos sujeitos em suas trocas conversacionais. Essa ampliação apresenta quatro propriedades baseadas nos três modos de escutar que Davis (*op. cit.*) propôs, e que são conhecidas como: Avaliativa, Informativa, Interpretativa e Negociativa.

² Projeto financiado pela Faperj (bolsa JCNE) e pelo CNPq (bolsa de IC e de PQ).

Na avaliativa, o interlocutor se mantém avaliador e não participativo. Suas afirmações são apresentadas de forma crítica sem qualquer intervenção. Na informativa, o interlocutor solicita ou menciona alguma informação para satisfazer ou gerar uma pergunta e/ou curiosidade. Já na interpretativa, o interlocutor se posiciona de maneira a buscar entender e interpretar o que seu parceiro está querendo dizer ou pensando. Finalmente, na negociativa, o interlocutor e seu parceiro interagem mutuamente com uma sequência de questionamentos, participando juntos na busca de uma solução.

Essas quatro propriedades podem ser notadas em vários momentos de uma conversação e não necessariamente isoladas. Apesar de Powell (2006) apresentar a divisão dessas quatro propriedades, as diferentes formas de participação nas unidades de conversação se mantêm em constante alternância. Vejamos, por exemplo, a tabela³ a seguir:

Tabela 1. Excerto analisado da sala JF1(155-160)

Índice	Autor	Mensagem
155	Elder	acho que o n° de caminhos é $2C(b+d,d)$ mesmo
156	Wallace	por exemplo, para chegar ao azul, temos que dar 5 passos, sendo 4 para baixo e 1 para direita
157	Amandabm	Nossa, mas aí daria 840 caminhos para o vermelho? É isso mesmo ou errei a fórmula?
158	Elder	Errou
159	Wallace	bom, para ida seriam 35 caminhos
160	Wallace	para volta Tb

Nesse fragmento de conversação, *Elder* e *Wallace* estão *negociando* a melhor forma de representar a fórmula matemática de resolver o problema (155, *Elder* e 156, *Wallace*), e *amandabm*, que tenta *entender* o que os outros participantes estão dizendo, realiza seus próprios cálculos e pede para que seus companheiros confirmem a sua resposta (157, *amandabm*). *Elder*, que negociava com *Wallace*, após a pergunta de *amandabm*, mostra-se numa posição *avaliativa*, quando apenas julga a resposta de *amandabm*, sem continuar o questionamento ou tentar fazê-la entender (158, *Elder*). Contudo, *Wallace*, logo abaixo, responde a pergunta de *amandabm*, continuando a negociação com ela (159 e 160, *Wallace*).

Como se vê, com poucos índices de interação, é possível notar diferentes categorias da interlocução juntos, e também perceber que um mesmo participante pode mudar seu posicionamento em uma unidade de conversa. Como exemplo, temos *Elder* que primeiro estava *negociando* e depois passa para *avaliando*. A partir do exemplificado, sublinhamos, a relevância da análise de interlocuções.

Por que analisar interlocução é importante?

As análises dos processos interativos têm assumido cada vez mais uma centralidade nos estudos interessados pela aprendizagem em ambientes virtuais específicos. Assumimos que esse tipo de análise é importante para esses estudos porque:

- Favorecem uma compreensão das diferentes formas de participação e de colaboração de modo a poder contribuir no processo interativo e aprendizado *online*.
- Permitem ao professor analisar com mais detalhe o processo “local” de desenvolvimento e aprofundamento do raciocínio matemático.

³ As interações serão reproduzidas na forma em que foram compartilhadas.

- Contribuem para a constituição de um conjunto de “estratégias” comunicativas (de resposta, animação etc.) que podem ser utilizadas pelo docente para promover a continuidade de um debate no *chat*.

O ambiente VMT-Chat

O ambiente virtual utilizado para a resolução do problema pelos docentes é cedido pela Drexel University, Philadelphia, EUA. Para acessar o dispositivo⁴, é necessária a realização de um cadastro para gerar nome e senha de acesso.

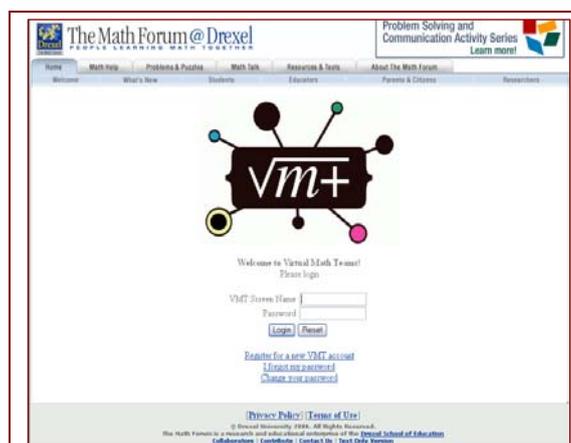


Figura 1. Tela de acesso ao VMT Lobby.

Com a obtenção do nome e senha de acesso, através do link *Register for a new VMT account*, é possível ingressar no site do VMT Lobby e, em seguida, escolher a atividade a participar. As atividades são classificadas em uma tabela de *links*. Essa organização é feita de acordo com o conceito matemático abordado. No caso da geometria do táxi, foi *Taxicab Problem* que é inserido no contexto da matemática discreta.



Figura 2. VMT Lobby.

Localizado o problema a ser trabalhado, é preciso clicar sobre o mesmo. Assim, abrirá uma sala do ambiente VMT-Chat que usa a plataforma *Java*. O VMT-Chat é constituído de duas⁵ partes fundamentais e irrestritas aos participantes em sua funcionalidade: o quadro branco (*whiteboard*) para representações gráficas e área de *chat* para representações textuais. No entanto, a disponibilidade do ambiente virtual permite aos usuários trabalhar nos dois espaços. Pode-se associar uma representação gráfica a uma mensagem textual e vice-versa.

⁴ <http://devvmt.mathforum.org/VMTLobby/>

⁵ Tem também a Wiki, que não utilizamos. Na sua versão mais recente o VMT já possui o GeoGebra, que pode ser utilizado na resolução de problemas.

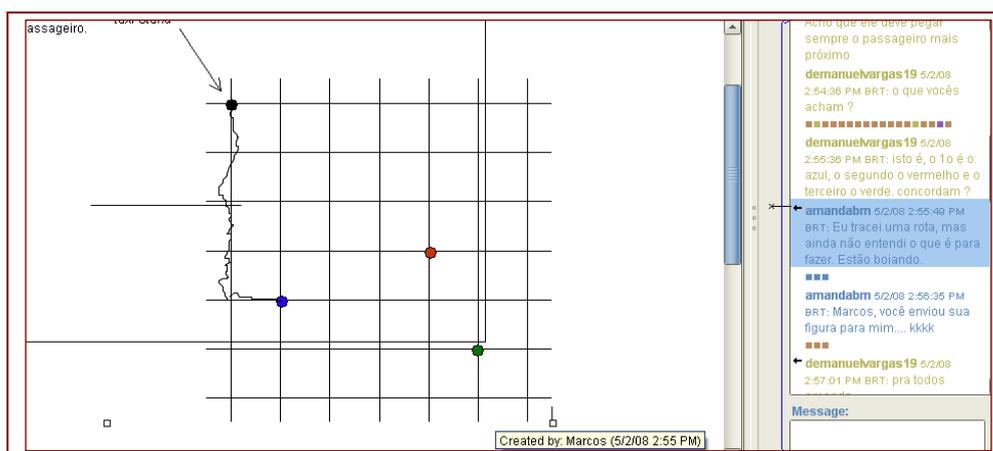


Figura 3. Interação dos docentes.

Contexto da pesquisa

Foram formadas sete salas no VMT-Chat (<http://vmt.mathforum.org/VMTLobby/>) que contou com a participação de professores de matemática⁶. Os participantes trabalharam colaborativamente no problema do táxi através dos *chats*, com duração total aproximada de 3 horas, divididas em duas sessões de 1h 30min. O problema proposto foi o seguinte (Powell, 2003):

Uma taxista trabalha em uma região específica de uma cidade, conforme ilustrado abaixo. Todas as viagens se iniciam no mesmo ponto. Em uma noite de pouco trabalho, a motorista fez apenas três viagens. Ela pegou os passageiros nas interseções indicadas. Para passar o tempo, ela considerou todas as rotas que poderiam ser feitas do seu ponto para pegar cada passageiro e se questionou sobre o trajeto que seria mais curto. Qual a menor rota do ponto de táxi para pegar cada passageiro? Como você sabe que esse é o menor trajeto? Existe mais de um menor trajeto para cada ponto? Caso contrário, por que não? Caso afirmativo, quantos? Justifique sua resposta.

A resolução do problema do táxi analisa distâncias em um espaço não-euclidiano. Ao contrário da geometria euclidiana, na geometria do táxi uma reta não é a menor distância entre dois pontos. A distância entre dois pontos A e B é calculada pelo algoritmo: $d_T(A,B)=|x_A-x_B|+|y_A-y_B|$, isto é, pela soma dos módulos das diferenças das coordenadas dos pontos (Krause, 1975).

A seguir, ilustramos outra tela com o início da interação dos docentes na resolução do problema. No quadro branco, vemos a malha quadrada sugerida no problema e que os educadores copiaram e colaram no quadro-branco

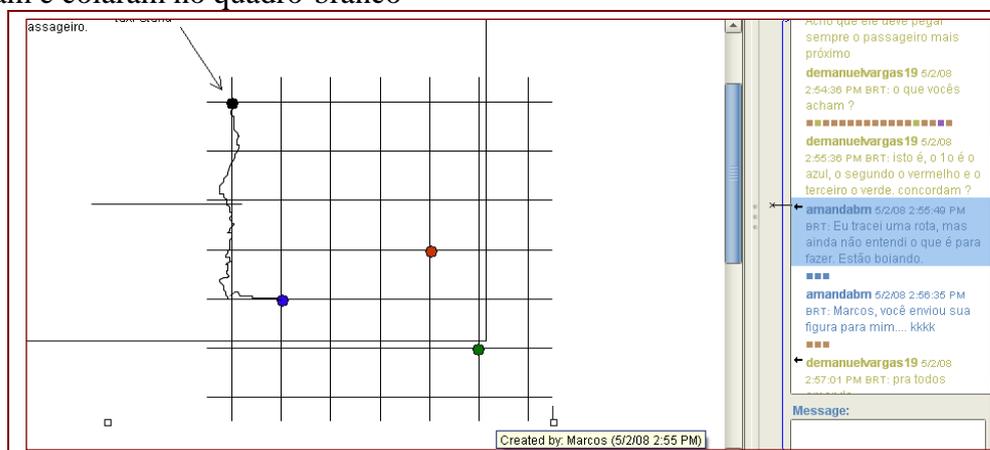


Figura 4. Interação dos docentes no ambiente.

⁶ O link do ambiente onde foram constituídas as salas foi ilustrado na figura 2.

Nossa análise se restringe a identificação dos tipos de interlocuções docentes que ocorrem no ambiente VMT-Chat em duas das salas do VMT-Chat: JF1 e JF2.

Natureza da pesquisa e procedimentos para a análise dos dados

Nossa investigação situa-se no âmbito da análise semântica do discurso (Bairral, 2007). Analisamos unidades de conversa de professores nos *chats* implementados. Para a identificação e análise das tipologias implementamos as seguintes fases:

Quadro 1. Fases da análise

Fase	Procedimentos	O observado
F1	Organização bruta das interações em quadro	Melhoria da disposição dos dados para a próxima fase
F2	Classificação do tipo de interlocução por sala (informativa, avaliativa, interpretativa, negociativa)	Observação dos dados seguindo a classificação de Powell (2006)
F3	Adição de exemplos ao quadro da fase 2 de aspectos do raciocínio matemático na ordem em que aparecem	Revisita aos dados com mais facilidade
F4	Reestruturação no quadro reagrupando cada categoria de interlocução	Extrair mais detalhes sobre o raciocínio matemático e colaboração
F5	Seleção de uma linha de cada subgrupo da tabela de interlocução para retornar ao fragmento do chat	Aprofundamento da análise do raciocínio matemático e da colaboração

A seguir, detalhamos a análise realizada do processo interativo focado na resolução do problema proposto.

Analisando o movimento dual entre o chat e o quadro branco

Em alguns momentos é possível imaginar o que está acontecendo no quadro branco, vejamos um exemplo:

Tabela 2. Excerto analisado da Sala JF2 (275-277)

Índice	Autor	Mensagem
275	Tais	Pq cada quadrinho está de uma cor diferente?
276	Tais	Krepp ... o q vc está fazendo?
277	krepp	vou contar qtos caminhus seraum...enquanto a stopa mostra quais saum eles

Nesse quadro, no qual o fragmento é classificado como interlocução interpretativa, percebe-se que, paralelo ao texto, acontecem modificações no quadro branco (275,276, Tais).

Isso significa que as mensagens do *chat* e as ilustrações no quadro branco ocorrem no processo interativo e dual (Çakir *et al.*, 2009), não havendo predominância nem mais importância de um tipo de interação em relação ao outro. Em alguns momentos, notamos mais mensagens através do *chat* e, em outros momentos, as mensagens estão centradas no quadro branco; um complementando o outro na realização de todo processo interativo.

As quatro propriedades da interlocução podem ser notadas em vários momentos de uma conversação e não em momentos específicos. Tampouco, elas são hierárquicas e sequenciais. Além do mais, em uma mesma unidade de conversação (fragmento), podemos identificar interlocuções com propriedades diferentes. Vejamos:

Quadro 2. Articulando interlocuções negociativas e raciocínio matemático

Unidade de conversação	Tipo(s) de interlocução identificado(s), na ordem em que apareceram	Aspectos do raciocínio matemático	Exemplos dos aspectos do raciocínio matemático na interlocução
JF1 75-88	- negociativa	- discussão sobre a elaboração de um plano - propriedade geométrica: organização do desenho	“vamos cada um traçar um caminho diferente? Um de cada vez?” (75, amandabm) “vamos organizar o desenho?”(76, demanuelvargas19)
JF2 150-155	- negociativa	- discussão sobre as possibilidades de encontrar os menores caminhos - propriedade geométrica	“”dah pra formar um triangulo retângulo” (150, Krepp) “Mas não dá pro carro ir dentro dos quarteirões, concorda?” (151, Tais) “o caminhu mais curto SERIA a hipotenusa...mas esta possibilidade estah descartada” (152, Krepp)
JF2 338-345	- negociativa	- discussão sobre a melhor forma de apresentar a resposta - referências ao quadro branco - propriedade geométrica: decomposição de figuras	“fala da área”, ”do desenh da stopa” (338 e 339, Krepp) “Fala aí das áreas” (340, Tais) “cada quadrado forma um triangulo retângulo isósceles” (345, Krepp)

Nos fragmentos em que está identificada a interlocução negociativa, são observadas intenções na busca de um ponto comum a todos os participantes. Essas discussões e demonstrações dos resultados servem para habituar os interlocutores a elaborarem argumentos convincentes que estimulam o pensamento crítico.

Quadro 3. Articulando interlocuções interpretativas e raciocínio matemático

Unidade de conversação	Tipo(s) de interlocução identificado(s), na ordem em que apareceram	Aspectos do raciocínio matemático	Exemplos dos aspectos do raciocínio matemático na interlocução
JF2 165-168	- interpretativa	-questionamento e dúvida sobre o que o companheiro quer dizer	“De onde prá onde?” (166, Tais) “o máximo para todos é 5?” (168, Tais)
JF2 275-277	- interpretativa	- tentativa de entender a execução de um plano - referências ao quadro branco (calculando a quantidade de caminhos)	“Pq cada quadrinho está de uma cor diferente?” (275, Tais) “vou contar qtos caminhos seraum...enquanto a stopa mostra quais saum eles” (277, Krepp)

Nos fragmentos nos quais identificamos uma interlocução interpretativa, é observado o surgimento de perguntas. Em um processo de interação como esse, quando o participante quer entender o que os outros estão fazendo ou pensando, é natural que apareça algum tipo de questionamento.

Quadro 4. Articulando interlocuções informativas e raciocínio matemático

Unidade de conversação	Tipo(s) de interlocução identificado(s), na ordem em que apareceram	Aspectos do raciocínio matemático	Exemplos dos aspectos do raciocínio matemático na interlocução
JF1 171-173	- informativa	- correção da fórmula utilizada	“*Digitei errado Tb:C=p!/(n-p!)” (171, amandabm) “Amanda, C(n.p) =n!/(n-p!)” (172, Wallace)
JF2 42-47	- informativa	- esclarecimento	“não”, “pois”, “só”, “pode ir pelas paralelas ou perpendiculares” (43-46, victorepg)
JF2 158-160	- informativa	- dúvidas sobre o que se pede no problema	“Acho q não precisa contar os caminhos possíveis... como a gente faz isso?” (158, Tais) “teoria dos grafos” (160, victorepg)

O quadro 4 anterior, ilustra que uma interlocução do tipo informativa geralmente emerge após algum tipo de questionamento ou dúvida. Isso é natural, pois a característica desse tipo de interação é informar, esclarecer.

O quadro seguinte sintetiza o processo de identificação de tipologias de interlocução e a associação com aspectos do desenvolvimento do raciocínio matemático.

Quadro 5. Interlocuções e raciocínio matemático

Unidade de conversação	Tipo(s) de interlocução identificado(s), na ordem em que apareceram	Aspectos do raciocínio matemático	Exemplos dos aspectos do raciocínio matemático na interlocução
JF1 123-134	- avaliativa	- elaboração de um plano para encontrar a solução	“no caso de combinação, é preciso escolher dentre os d+b passos” (123, Wallace)
JF1 155-160	- negociativa - interpretativa - avaliativa	- tentativa de encontrar a fórmula que representa a solução do problema - calcular o número de caminhos	“acho que o n° de caminhos é 2C(b+d,d) mesmo” (155, Elder) “Nossa, mas aí daria 840 caminhos para o vermelho? É isso mesmo ou errei a fórmula?” (157, amandabm) “Errou” (158, Elder) “bom, para ida seriam 35 caminhos”(159, Wallace)
JF1 51-54	- interpretativa - avaliativa	- conclusão da fórmula a ser usada - calculou os possíveis caminhos - confirmação das respostas	“O n° de caminhos até o azul é combinação de (5,1), ou seja, (b,b,b,b,d) onde b=baixo e d=direita” (51, Elder) “Então para a bolinha azul são 5, vermelha 7 e verde 10” (52, amandabm) “isso Amanda” (53, Elder)

Aqui temos fragmentos com mais de um tipo de interlocução. Esses fragmentos mostram uma pluralidade de formas e posicionamento na interação. Verificamos a formulação de conjecturas, a observação dos resultados, a construção de argumentos convincentes, a reformulação de conjecturas e as descobertas instantâneas. Ilustram, também, os participantes imersos no processo experimentando e fazendo matemática.

Análises de fragmentos específicos

Agora retornaremos em algumas unidades de conversação presentes nos quadros anteriores para aprofundarmos nossa análise.

Tabela 3. Excerto analisado da Sala JF1 (75-88)

Índice	Autor	Mensagem
75	amandabm	vamos cada um traçar um caminho diferente? Um de cada vez??
76	demanuelvargas19	vamos organizar o desenho ??
77	demanuelvargas19	isso amanda
78	demanuelvargas19	quem vai primeiro ?
79	amandabm	comece voce manuel.
80	demanuelvargas19	alguem ja começou. quem foi ?
81	amandabm	jóia.. e agora... Elder?
82	amandabm	e agora? quando traçar os outros caminho para uma mesma bolinha, vamos por de outra cor..
83	amandabm	estou indo..
84	demanuelvargas19	cada um de nós podia usar uma cor que nos identificasse
85	demanuelvargas19	eu uso o verde
86	Marcos	eh
87	Marcos	boa
88	Marcos	usa a cor do seu nome

Esse fragmento de caráter *negociativo* mostra claramente um trabalho colaborativo. Percebe-se que há uma alternância de quem está falando e a utilização de verbos e pronomes sempre na primeira pessoa nos traz a ideia de que todos estão trabalhando juntos em busca de uma solução. E para obter o sucesso da execução do plano, os participantes elaboraram um plano, trabalhando em conjunto onde cada um era responsável por uma parte do desenho. É possível destacar momentos discursivos marcantes que enfatizam essa colaboração como “*vamos*”, “*nos*”, palavras que demonstram a participação de todos nessa parte da tarefa. Outro elemento em destaque nessa unidade de análise são as referências feitas ao quadro branco. Os participantes estão de fato trabalhando colaborativamente e fazendo inter-relação dos espaços. E essa inter-relação e a natureza dual do ambiente é muito importante no desenvolvimento do raciocínio matemático (Çakir *et al.*, 2009).

Tabela 4. Excerto analisado da Sala JF2 (162-172)

Índice	Autor	Mensagem
162	Victorepg	ele anda 5
163	Stopa	essa é a resposta
164	Tais	Q resposta???
165	Victorepg	e a 5 possíveis caminhos
166	Tais	De onde prá onde?
167	Stopa	a dos catetos
168	Tais	O máximo para todos é 5??
169	Stopa	temos dois triangulos retangulos
170	Victorepg	menor caminho sim
171	Tais	Ah sim ...
172	Tais	Entendi!

Nesse fragmento, destacamos as falas da participante *Tais*. Essa unidade que tem característica interpretativa mostra uma sequência de perguntas de alguém que quer entender o que

os outros colegas estão dizendo, “*Q resposta???*”, “*De onde prá onde?*”, “*O máximo para todos é 5??*” e que com a ajuda dos colegas entende o que está sendo feito ao afirmar “*ah sim...*”, “*entendi!*”.

Tabela 5. Excerto analisado da Sala JF2 (42-62)

Índice	Autor	Mensagem
42	Stopa	não podemos ir pela diagonal, não é?
43	victorepg	não
44	victorepg	pois
45	victorepg	só
46	victorepg	pode ir pelas paralelas ou perpendiculares
47	victorepg	vermelho 7
49	Krepp	entaum seram mais de um caminhu
50	victorepg	sim
51	victorepg	e mais de um caminho
52	victorepg	azul 5
53	Tais	Parece que não estão determinadas as "mãos" das ruas
54	victorepg	verde 10
55	Tais	Acho q devemos supor que todas são mão dupla, não é?
56	victorepg	acho que sim
57	victorepg	pensa nos triangulos retangulos
58	Tais	O taxi vai sair sempre do ponto marron...
59	victorepg	acho que sim
60	victorepg	todas as viagens se iniciam no mesmo ponto
61	Tais	Então para chegar ao azul ele pode descer 4 quarteirões e depois virar a esquerda e andar 1 quarteirão. Concordam?
62	victorepg	sim

Esse fragmento tem característica informativa. Inicialmente *Stopa* pede informações para os colegas (42, *Stopa*). Nesse momento, *victorepg* responde *Stopa* (43,44,45, *victorepg*) e logo continua fazendo suas considerações como estivesse “autorrespondendo”. *Krepp* interfere (49, *Krepp*) nesse momento de *victorepg* que o responde, mas continua mais uma vez fazendo suas considerações por meio de auto-respostas. Por isso, observamos um discurso individualizado, no qual é mais visível o papel do aluno *victorepg*. É possível perceber que ele se auto-responde, não abrindo espaço para uma negociação. Suas mensagens poderiam, por exemplo, ser lidas isoladamente e ainda assim fariam sentido. Em apenas um momento, *victorepg* (57, *victorepg*) marca um instante em que poderia haver uma discussão sobre o que a outra aluna perguntou e, então, acontecer a mudança na natureza da interlocução. Porém, como ela também não seguiu com o questionamento, eles permaneceram com a mesma classificação de interlocução.

Seguindo a definição de colaboração dada por Stahl e colaboradores (2008), e apesar dos participantes estarem imersos em um ambiente virtual motivador e estimulante que possibilita o sucesso dessa colaboração, poderíamos dizer que esse fragmento apresenta uma colaboração em potencial, ou seja, em fase de “aprimoramento”. Essa seria uma boa situação, na qual o professor poderia atuar. Ele poderia mediar essa interlocução fazendo algumas perguntas a *victorepg*, incluindo os outros participantes. Cabe, portanto, novas análises no VMT sobre essas interações.

Tabela 6. Excerto analisado da Sala JF1 (155-178)

Índice	Autor	Mensagem
155	Elder	acho que o nº de é caminhos é $2C(b+d,d)$ mesmo
156	Wallace	por exemplo, para chegar ao azul, temos q dar 5 passos, sendo 4 para baixo e 1 para a direita
157	amandabm	Nossa, mas aí daria 840 caminhos para o vermelho? É isso mesmo ou errei a fórmula?
158	Elder	Errou
159	Wallace	bom, para a ida seriam 35 caminhos

160	Wallace	para a volta Tb
161	Wallace	logo, 35x35 caminhos para ida e volta
162	Wallace	vejam bem
163	Wallace	suponhamos que há um passageiro aqui: (olhem no desenho)
164	Wallace	temos dois caminhos para chegar até ele: indo para a direita e depois pra baixo ou indo pra baixo e depois pra direita
165	Elder	Sim
166	Wallace	vamos fixar o caminho para a ida: d,b, ok?
167	Wallace	bom, fixado esse caminho, temos dois caminhos para a volta: d,b ou b,d, ok?
168	amandabm	Ihhh... Errei mesmo, mas não consegui acertar... $C = p!(n-p!)$ onde para o vermelho $n = 7$ e $p = 4$. Me corrijam pois sei que está errado
169	Wallace	para o outro caminho de ida, b,d, também temos 2 caminhos possíveis
170	Wallace	logo, há 4 caminhos para ida e volta
171	amandabm	*Digitei errado tb: $C = p! / (n - p!)$
172	Wallace	amanda, $C(n,p)=n!/[(p!)(n-p!)]$
173	amandabm	Nossa... Valeu... Errei legal..
174	Wallace	$C(7,4)=7!/[(3!)(4!)] = 35$
175	Wallace	Ok
176	Wallace	Elder , entendeu pq é $C(d+b,d)$ ao quadrado e não $2xC(d+b,d)$?
177	Elder	Sim
178	Wallace	tb achei que fosse o dobro, mas acontece que as escolhas dos caminhos não são independentes

Esse é um exemplo de como os tipos de interlocuções aparecem em vários momentos do *chat* em constante alternância e sem uma hierarquia. Nela, destacamos as interlocuções: negociativa, interpretativa e avaliativa. No primeiro momento, a negociação acontece entre *Elder* e *Wallace* apenas. Os dois participantes estão levantando as possíveis soluções e *Amandabm*, ao tentar entender o que os colegas estão negociando, é avaliada por *Elder* (158, *Elder*), que declara que suas ideias estão erradas, sem continuar a discussão com ela. *Wallace* continua negociando com os dois. O que evidencia isso são as marcas do tipo “*vejam bem*”, “*suponhamos*” e “*vamos*”.

Além do mais, enquanto *Elder* acompanha a exposição das ideias de *Wallace*, *amandabm* aparece novamente tentando utilizar a fórmula matemática da combinação para justificar a solução. Nesse momento, *Wallace* informa a *amandabm* que sua construção da fórmula está errada (172, *Wallace*). Então *Wallace* se dirige a *Elder* novamente para saber se, de fato, ele entendia toda a sua formalização acerca da resposta (176, *Wallace*). É interessante sublinhar que a negociação nesse fragmento acontece através de *Wallace*. É ele quem negocia com *Elder* e quem negocia com *amandabm*. Não ocorre negociação entre *Elder* e *amandabm*. *Wallace* se posiciona como uma ponte de interlocução nesse diálogo.

Como dissemos anteriormente, a identificação e análise de interlocuções permitem ao professor analisar com mais detalhe o processo de desenvolvimento e aprofundamento do raciocínio matemático dos sujeitos implicados. Sendo assim, na seção seguinte ilustramos aspectos do aprendizado observados na análise efetuada.

Sobre a aprendizagem dos docentes

Do ponto de vista matemático, os docentes mostraram compreender a métrica envolvida na geometria no táxi, uma geometria discreta e não familiar a eles. A resolução do problema esteve fundamentada na análise combinatória, uma descoberta interessante e favorecida pela natureza do VMT e pelas interações, pois esse tipo de resultado não foi encontrado em nossas implementações prévias (Bairral e Powell, 2008) e em estudos presenciais (Kaleff, 2007). O quadro a seguir sintetiza os aspectos do aprendizado⁷ em três âmbitos, relacionados: da resolução de problemas *online*, da comunicação e da matemática emergente no problema trabalhado.

⁷ Veja Salles e Bairral (2012) para ver uma análise focada em heurísticas.

Quadro 6. Âmbitos do aprendizado

Âmbitos do aprendizado	Aspectos do raciocínio matemático	Exemplos dos aspectos do raciocínio utilizado e a interlocução evidenciada
Da resolução de problemas <i>online</i>	- discussão sobre a elaboração de um plano	“vamos cada um traças um caminho diferente? Um de cada vez?” (75, Amandabm)
	- discussão sobre a melhor forma de apresentar a resposta	“fala da área”, “do desenhinho da stopa” (338 e 339, Krepp) “Fala aí das áreas” (340, Tais)
	- tentativa de entender a execução de um plano	“Pq cada quadrinho está de uma cor diferente?” (275, Tais)
	- dúvidas sobre o que se pede no problema	“Acho q não precisa contar os caminhos possíveis... como a gente faz isso?” (158, Tais)
	- elaboração de um novo plano para encontrar a solução	“no caso de combinação, é preciso escolher dentre os d+b passos” (123, Wallace)
Da comunicação	- discussão sobre as possibilidades de encontrar os menores caminhos	“”dah pra formar um triangulo retângulo” (150, Krepp) “Mas não dá pro carro ir dentro dos quarteirões, concorda?” (151, Tais)
	- questionamento e dúvida sobre o que o companheiro quer dizer	“De onde prá onde?” (166, Tais) “o máximo para todos é 5?” (168, Tais)
	- esclarecimento	“não”, “pois”, “só”, “pode ir pelas paralelas ou perpendiculares” (43-46, victorepg)
	- confirmação de respostas	“Errou” (158, Elder) “isso Amanda” (53, Elder)
Da matemática	- organização do desenho e análise da propriedade geométrica (métrica: o menor caminho na geometria no táxi)	“vamos organizar o desenho?” (76, demanuelvargas19) “o caminhu mais curto SERIA a hipotenusa...mas esta possibilidade estah descartada” (152, Krepp)
	- correção da fórmula utilizada	“*Digitei errado Tb:C=p!/(n-p!)” (171, amandabm) “Amanda, C(n,p) =n!/(n-p!)” (172, Wallace)
	- tentativa de encontrar a fórmula que representa a solução do problema	“acho que o nº de caminhos é 2C(b+d,d) mesmo” (155, Elder) “Nossa, mas aí daria 840 caminhos para o vermelho? É isso mesmo ou errei a fórmula?” (157, amandabm) “bom, para ida seriam 35 caminhos”(159, Wallace)
	- conclusão da fórmula a ser usada e realização cálculos associados	“O nº de caminhos até o azul é combinação de (5,1), ou seja, (b,b,b,b,d) onde b=baixo e d=direita” (51, Elder) “Então para a bolinha azul são 5, vermelha 7 e verde 10” (52, amandabm)

Conclusões

A presente investigação mostrou que as categorias de interlocução elencadas por Powell (2006) para dinâmicas presenciais também podem ser identificadas no ambiente VMT-Chat. As quatro propriedades da interlocução podem ser notadas em vários momentos de um debate e não em momentos específicos, como sublinhou Bairral (2004). Além do mais, em uma mesma unidade de conversação, podemos identificar interlocuções com propriedades diferentes.

No contexto virtual analisado as mensagens do *chat* e as ilustrações no quadro branco ocorrem no processo interativo constante. Não há predominância nem importância de um espaço em relação ao outro. Em alguns momentos, observamos mais mensagens através do *chat* escrito e, em outros, as mensagens estão centradas no quadro branco. Em alguns instantes, trata-se de uma complementação, um esclarecimento. Todavia, vale dizer que o processo interativo deve ser visto como uma conjunção (Bairral *et al.*, 2007).

A inter-relação dos espaços do VMT-Chat e a natureza dual (Çakir *et al.*, 2009) do ambiente é importante no desenvolvimento do raciocínio matemático. Ela traz uma singularidade no processo interativo: a implicação diferenciada dos interlocutores e a constante movimentação cognitivo-discursiva nesses espaços. Nesse processo, as interlocuções negociativas desempenham um importante papel, pois elas constituem um unidade de conversa fértil para a obtenção de aspectos do raciocínio utilizados pelos sujeitos (Salles e Bairral, 2012).

Finalmente, nossa pesquisa evidenciou que, ao identificar os diferentes tipos de interlocução, o professor pode criar estratégias discursivas para contribuir com a continuidade do debate colaborativo e promover o desenvolvimento das ideias emergentes e do pensamento matemático, além de possibilitar uma análise mais detalhada da comunicação e das formas participação (Sfard, 2008). Os docentes, sem experiência prévia com o tópico proposto a eles, aprenderam sobre a métrica em uma geometria não convencional e empregaram estratégias do raciocínio combinatório para analisar a quantidade mínima de caminhos.

Referências

- Bairral, M. A. *Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância*. Seropédica: Edur, 2007.
- Bairral, M. A. Compartilhando e Construindo Conhecimento Matemático: Análise do Discurso nos Chats. *Bolema*, 17(22), 37-61, 2004.
- BAIRRAL, M. A., POWELL, A. B., & SANTOS, G. T. Análise de interações de estudantes do Ensino Médio em chats. *Educação e Cultura Contemporânea*, 4(7), 113-138, 2007.
- Bairral, M. A., & Powell, A. B. Analysing High School Students Interacting at Distance with VMT-Chat on Taxicab Problem. *Anais do II SIPEMAT*, Recife, 2008. Em CD-ROM.
- Borba, M. De. C.; & Penteadó, M. G. *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- Borba, M. de C., & Villarreal, M. E. *Humans-with-Media and Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Experimentation and Visualization*. New York: Springer, 2005.
- Çakir, M. P., Zemel, A., & Stahl, G. The joint organization of interaction within a multimodal CSCL medium. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*, 4(2), 115-149, 2009.
- Hwang, W. Y., Su, J. H., Huang, Y. M., & Dong, J. J. A Study of Multi-Representation of Geometry

- Problem Solving with Virtual Manipulatives and Whiteboard System. *Educational Technology & Society*, 12(3), 229-247, 2009.
- Kaleff, A. Registros Semióticos e Obstáculos Cognitivos na Resolução de Problemas Introdutórios às Geometrias não-Euclidianas no Âmbito da Formação de Professores de Matemática. *Bolema*, n. 68, p. 69-94, 2007.
- Krause, E. *Taxicab Geometry: An Adventure in Non-Euclidean Geometry*. New York: Dover, 1975.
- Powell, A. B., & Bairral, M. A. *A escrita e o pensamento matemático: Interações e potencialidades*. Campinas: Papirus, 2006.
- Powell, A. B. Socially emergent cognition: Particular outcome of student-to-student discursive interaction during mathematical problem solving. *Horizontes*, 24(1), 33-42, 2006.
- Powell, A. B. "So Let's Prove It!": Emergent and Elaborated Mathematical Ideas and Reasoning in the Discourse and Inscriptions of Learners Engaged in a Combinatorial Task. *Tese de doutorado em educação matemática*. Department of Learning and Teaching, Rutgers, The State University of New Jersey, New Brunswick, 2003.
- Salles, A. T., & Bairral, M. A. Identificando e analisando heurísticas em interações no VMT-Chat. In: Marcelo A. Bairral. (Org.). *Pesquisa, ensino e inovação com tecnologias em educação matemática: de calculadoras a ambientes virtuais*. Pesquisa, ensino e inovação com tecnologias em educação matemática: de calculadoras a ambientes virtuais. 1. ed. Rio de Janeiro: Edur, v. 4, p. 117-139, 2012.
- Sfard, A. *Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses and mathematizing*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2008.
- Stahl, G., Koschmann, T., & Suthers, D. Aprendizagem colaborativa com suporte computacional: Uma perspectiva histórica. *Boletim Gepem*(53), 11-42, 2008.

Recebido em: 18.10.2010

Aceito em: 19.09.2012