



REPENSANDO LOS PROBLEMAS DE FERMI PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS CIENCIAS

Rethinking Fermi problems for science teaching and learning

Lluís Albarracín [lluis.albarracin@uab.cat]

Víctor López-Simó [victor.lopez@uab.cat]

Departament de Didàctica de la Matemàtica i les Ciències Experimentals

Universitat Autònoma de Barcelona

Campus de la UAB, Edifici G5, Bellaterra, Barcelona, España

Jonas Bergman Ärlebäck [jonas.bergman.arleback@liu.se]

Mathematics Department (MAI)

Linköping Universitet

Hus B 23, Valla, Linköping, Sweden

Resumen

En este artículo presentamos una recopilación de resultados de investigación sobre el uso educativo de los problemas de Fermi. En estos problemas el aspecto clave es identificar las variables más relevantes de un fenómeno y estimarlas de forma razonada para conseguir una solución al problema. Los problemas de Fermi provienen de una larga tradición y se han usado en todos los niveles educativos, pero todavía no se han asentado como una actividad habitual en las aulas. Dado el amplio potencial didáctico de los problemas de Fermi identificado en la literatura, nuestra aportación en este artículo son las conexiones con áreas de interés para la enseñanza de las Ciencias. Proponemos cuatro ejes didácticos a los que los problemas de Fermi pueden realizar una aportación relevante en el aula de ciencias: (a) Para entender mejor cómo es la ciencia, (b) Para participar mejor de la ciencia escolar, (c) Para construir mejor las ideas científicas, (d) Para concienciar mejor de los problemas socio-científicos. Para concretar la propuesta, mostramos un ejemplo de resolución concreto con un problema de estimación de valores energéticos, que permite ejemplificar el trabajo de aula y permite la discusión con los alumnos sobre la relevancia de la ciencia en los problemas sociales.

Palabras clave: Problemas de Fermi; Estimación; Modelización; Diseño de actividades.

Abstract

In this article we present a compilation of research results on the educational use of Fermi problems. While working on these problems, the key aspect is identifying the most relevant variables of a phenomenon and estimating them in order to obtain a solution to the problem. Fermi problems come from a long tradition, they have been used at all educational levels, but they have not yet established as a common activity in the classroom, especially in science classrooms. Given the broad didactic potential of Fermi problems identified in the literature, our contribution in this article is the connections with areas of interest for science teaching. We propose four didactic axes to which Fermi problems can make a relevant contribution in the science classroom: (a) To better understand what science is like, (b) To better participate in school science, (c) To better construct scientific ideas, (d) To better raise awareness of socio-scientific problems. To make the proposal more concrete, we show an example of a concrete solution with a problem of estimation of energy values, which allows us to exemplify classroom work and allows discussion with students on the relevance of science in social problems.

Keywords: Fermi problems; estimation; modelling; activity design.

INTRODUCCIÓN

Enrico Fermi es recordado por sus numerosas y relevantes contribuciones tanto a la Física teórica como a la experimental, pero desde el punto de vista educativo, también contribuyó con un tipo de preguntas de estimación denominadas problemas de Fermi. Estos problemas, caracterizados por incluir una pregunta abierta sobre un valor numérico desconocido, surgieron de la necesidad de desarrollar cálculos que pusieran el énfasis no tanto en el valor exacto del resultado, sino en su orden de magnitud, y el propio Fermi los utilizó en sus cursos de Física en la Universidad de Chicago durante los años 30 y 40 del s. XX. Su motivación principal era dotar a sus alumnos de herramientas de razonamiento para tomar decisiones de forma ágil, minimizando tiempo y esfuerzos allí donde es más necesario para mostrar el poder del pensamiento deductivo y preparar a sus estudiantes para el trabajo de laboratorio (Robinson, 2008). Respecto a las habilidades estimativas, uno de sus hitos más icónicos fue la estimación in situ de la potencia de la bomba atómica en el ensayo nuclear Trinity en 1945 (pocos meses antes de los lanzamientos de las bombas atómicas de Hiroshima y Nagasaki), sólo basándose en la distancia recorrida por unos papelitos que dejó caer justo en el momento en el que llegaba la onda expansiva de la explosión (Allison, Segrè, & Anderson, 1955).

Pocos años después de su muerte, el uso de los problemas de Fermi en las aulas se extendió a diferentes niveles educativos en diversas partes del mundo, en una amplia variedad de contextos y propósitos. Sin embargo, su implantación en el ámbito de la enseñanza nunca ha llegado a consolidarse como práctica educativa generalizada, y ha quedado más bien delimitada a iniciativas locales, como pueden ser las competiciones de resolución de problemas de Fermi (Holubova, 2017). Muchas de estas iniciativas locales han sido reportadas a través de numerosos artículos de divulgación en los que se detalla su potencialidad educativa (García, 2013; Silver, 1997; Weiss, 2013). No obstante, su uso en el aula ha topado con una barrera importante: la creencia que en la escuela los cálculos numéricos siempre deben ser precisos y que las prácticas de estimación son imprecisas y poco rigurosas y, por lo tanto, de poca calidad educativa. Además, sorprende especialmente que, a pesar de que fue un investigador en Física quien los definió, la mayor parte del interés por su uso didáctico no ha provenido del ámbito de la didáctica de las ciencias, sino de la didáctica de la matemática (Årlebäck & Albarracín, 2019).

En este artículo abordamos la discusión sobre el potencial de los problemas de Fermi en la educación científica, que hasta ahora no se ha explotado en profundidad ni de forma generalizada. Para ello, en primer lugar, revisamos las principales aportaciones recogidas en la literatura de investigación sobre problemas de Fermi, y discutimos su relación con los principales paradigmas actuales en el área de la didáctica de las ciencias. A continuación, planteamos un ejemplo de actividad de aula donde, a través de un problema de Fermi sobre transferencias de energía, el alumnado puede involucrarse en prácticas de modelización, indagación y argumentación, así como tomar conciencia de una problemática tan relevante socialmente como es la escasez de recursos energéticos.

CARACTERIZACIÓN DE LOS PROBLEMAS DE FERMI Y DE SU PROCESO DE RESOLUCIÓN

Efthimiou y Llewellyn (2006) caracterizaron los problemas de Fermi como preguntas abiertas que ofrecen poca o ninguna información específica que pueda ayudar a dirigir los esfuerzos en su resolución, con lo que no requieren de ningún tipo particular de conocimiento disciplinar previo. La característica que define a los problemas de Fermi es la forma en que se alcanza su solución. Al centrarse en una pregunta que solicita una estimación de una cantidad específica, la idea es abordar el problema haciendo suposiciones basadas en el conocimiento ya disponible para los elementos esenciales que lo componen, para después recuperar el resultado a partir de cadenas de razonamiento simples. En concreto, el procedimiento propuesto por Fermi era descomponer el problema original en subproblemas más simples, estimar estas cantidades de forma razonada y recomponer la solución a partir de una secuencia de cálculos que dé sentido a estas cantidades (Carlson, 1997). Algunos problemas de Fermi usados en estudios previos son, por ejemplo, estimar el número de coches en una retención de 3 km en una autopista (Peter-Koop, 2009); estimar la cantidad de latidos que da el corazón humano en una vida (García, 2013); estimar el orden de magnitud del número de moléculas de hemoglobina que tu cuerpo produce cada segundo (White, 2004); o estimar cuántos centros comerciales hay en los Estados Unidos (Anderson & Sherman, 2010). De hecho, se puede encontrar una colección muy interesante de problemas de Fermi con sus respectivas soluciones desarrolladas y comentadas en Weinstein y Adam (2009).

A pesar de que este tipo de problemas abiertos podría usarse en diferentes áreas del conocimiento (geografía, economía, ingeniería, historia, biología, química, etc.), en la práctica vemos como, en la mayoría de casos, su uso se sitúa mayoritariamente en las aulas de matemáticas, especialmente como soporte al aprendizaje de procesos de modelización matemática, para la que existe una línea de investigación definida (Peter-Koop, 2009; Årlebäck, 2009; Albarracín & Gorgorió, 2014; Czocher, 2016; 2018; Ferrando & Segura,

2020). En el caso de los alumnos de los primeros cursos de la enseñanza primaria, los problemas de Fermi se han usado para analizar las estrategias de resolución de un problema para comparar la población de una ciudad y la de un pueblo (Albarracín, 2021). Se observa que, al trabajar con estudiantes de edades tempranas, es necesario que el docente elabore parte del esquema de las estimaciones necesarias, y que los alumnos se encarguen de estimaciones parciales, como la del número de personas que viven en su calle. Esta estrategia docente se detalla en Pla-Castells y Ferrando (2019), mostrando cómo un problema de Fermi difícil de abordar puede adaptarse a un contexto más cercano y accesible (downscaling) para desarrollar los métodos del problema original y adaptarlos a contextos inaccesibles (upscaling). En cambio, en el caso del alumnado de los cursos superiores de Educación Primaria, se ha comprobado que pueden generar sus propios modelos matemáticos poniendo en marcha estrategias muy diversas mientras desarrollan nuevos conocimientos matemáticos para llegar a sus soluciones (Peter-Koop, 2009). Estos resultados son coherentes con los de Albarracín y Gorgorió (2019), en los que se usan diferentes problemas de Fermi y se identifica una gran variedad de estrategias de resolución adaptables a diferentes contextos. Por su parte, Haaberzettel, Klett y Schukajlow (2018) comprueban un efecto positivo en el desarrollo de competencias de modelización matemática del trabajo con problemas de Fermi, ya que ayuda al alumnado a tomar conciencia de las diferentes fases de resolución de problema en contexto y desarrollar las sub-competencias de modelización de simplificación, matematización, interpretación y explicación de fenómenos reales.

No obstante, es en la educación secundaria cuando los problemas de Fermi todavía adquieren mayor potencial, cuando parte del alumnado supera el umbral de capacidad para elaborar resoluciones de Fermi de forma espontánea (Ferrando & Albarracín, 2021), y también su conocimiento del mundo real se amplía y se vuelve más útil que en primaria (Årlebäck, 2009). De hecho, dado que una parte de los estudiantes tienen dificultades para determinar las variables clave de los problemas, el trabajo en grupo es clave para que los estudiantes generen nuevos conceptos a partir de conocimientos matemáticos ya consolidados y de conocimientos tratados en otras disciplinas, con lo que los problemas de Fermi actúan como una actividad integradora de los métodos y conceptos de diversas disciplinas científicas (Årlebäck & Frejd, 2013). Uno de los contextos usados para promover esta participación del alumnado es a través del recuento de objetos en una superficie. Por una parte, este tipo de secuencias promueven el desarrollo de modelos cada vez más complejos y adaptables a nuevas situaciones (Albarracín & Gorgorió, 2018). Por otra, los alumnos desarrollan su flexibilidad en la resolución de problemas, entendida como la competencia de elegir y utilizar la estrategia más adecuada para cada problema (Ferrando & Segura, 2020; Ferrando, Segura, & Pla-Castells, 2020). Estos estudios muestran que los problemas de Fermi pueden ser utilizados para reflexionar sobre los métodos necesarios para conseguir resultados validados, involucrando al alumnado en una práctica reflexiva. Esta práctica reflexiva, de hecho, no solamente es útil para la educación secundaria, sino que en propuestas como la de Vidal, Estruch y Boigues (2017) se muestra como una actividad con estudiantes universitarios sobre la estrategia para estimar el volumen de montañas usando las curvas de nivel de un plano topográfico puede ayudar a introducir posteriormente las integrales de volumen. Sin embargo, Czocher (2016) señala que estos procesos de modelización necesarios para resolver un problema de Fermi no deben darse por sentados, pues en algunos casos son complejos incluso para los estudiantes universitarios, y requieren una regulación de su proceso de modelización mediante la monitorización de la forma en que sus objetivos o subobjetivos inmediatos se relacionan con el problema inicial.

En la mayoría de estas investigaciones previas podemos ver que los problemas de Fermi basan su resolución en el proceso de estimación que, a su vez, se nutre de los conocimientos previos de los alumnos sobre el mundo real. A pesar de que esto pueda parecer un planteamiento poco canónico y alejado del rigor que se asocia tradicionalmente a la ciencia, las investigaciones publicadas sobre el trabajo con problemas abiertos o mal definidos (ill-structured problems, en inglés), muestran que estos problemas promueven el trabajo colaborativo y dotan de un papel activo a los alumnos favoreciendo la superación de dificultades conceptuales y epistemológicas de los alumnos (Oliveira, Araujo, & Veit, 2017) así como promueven la generación de modelos para explicar o describir los fenómenos estudiados (Truyol & Gangoso, 2010). Además, el desarrollo de un problema de Fermi puede apoyarse en diferentes estrategias, que van más allá de una simple estimación como un “salto al vacío”. Laború (2003) considera que trabajar con problemas mal definidos en el aula de Ciencias es instructivo para los alumnos, ya que la resolución requiere de procedimientos cercanos al trabajo científico, como el análisis cualitativo de una situación, la delimitación del problema a partir de hipótesis adecuadas o la selección de variables.

Analizando el tipo de resoluciones que desarrollan los alumnos para resolver problemas de Fermi, en Albarracín y Årlebäck (2019) se detallan cuatro tipos de actividades que se pueden utilizar para lograr los valores numéricos necesarios en el proceso de resolución. Estas cuatro actividades son: 1) la estimación (que proporciona una respuesta rápida como en la forma habitual de trabajar en los problemas de Fermi), 2) la medición y la experimentación (ya sea en el laboratorio o sobre el terreno y promoviendo el uso de las herramientas adecuadas), 3) la búsqueda de datos (en bases de datos oficiales, periódicos u otras fuentes

fiables) y 4) la recopilación de datos estadísticos y el muestreo. Además, en el caso del aula de ciencias, aparece una quinta actividad basada en la aplicación de leyes científicas que implican el uso de ecuaciones simples y que ayuden a relacionar las variables involucradas en la resolución del problema.

LAS OPORTUNIDADES DE LOS PROBLEMAS DE FERMI EN LA EDUCACIÓN CIENTÍFICA

Aunque los problemas de Fermi se remontan a necesidades y planteamientos surgidos en el laboratorio de Física (Robinson, 2008), su aplicación al ámbito escolar se ha traducido mayoritariamente en actividades diseñadas para la enseñanza de las matemáticas, y su influencia en la enseñanza de las ciencias ha sido menor (Årlebäck & Albarracín, 2019). Esto nos lleva ineludiblemente a preguntarnos si, además de las oportunidades que ofrece para el aprendizaje matemático (García, 2013; Silver, 1997; Weiss, 2013), el uso de esta tipología de problemas puede considerarse a su vez una estrategia didáctica con potencial para el aprendizaje de las diferentes disciplinas científicas.

Para responder a esta cuestión, y basándonos en algunos de los principales consensos del área de la didáctica de las ciencias que detallamos a continuación, podemos identificar un importante número de argumentos favorables a los problemas de Fermi como instrumento no solo para el aula de matemáticas, sino para la de ciencias (física, química, biología y geología). A partir de la revisión bibliográfica sobre los problemas de Fermi en educación científica, hemos agrupado estos argumentos en torno de 4 grandes ejes: (a) Para entender mejor cómo es la ciencia, (b) Para participar mejor de la ciencia escolar, (c) Para construir mejor las ideas científicas, (d) Para concienciar mejor de los problemas socio-científicos.

1. Para entender mejor cómo es la ciencia: Los problemas de Fermi están presentes en el día a día de la ciencia erudita

A partir de las aportaciones hechas tanto desde las teorías del aprendizaje como un proceso social (Engeström, 2001), como de la epistemología y la naturaleza de las ciencias (Chamizo & Izquierdo, 2005), existe un importante consenso de que la enseñanza y aprendizaje de las ciencias no debe concebirse como un consumo pasivo de los productos que genera la ciencia erudita (las teorías, los modelos, los hechos, los datos, etc.), sino mediante la participación del alumnado en los procesos de la ciencia: el conjunto de prácticas sociales y discursivas propias de la ciencia (Osborne, 2014). Del mismo modo, planteamientos con una larga tradición en nuestro contexto, como el marco de la Actividad Científica Escolar (Izquierdo *et al.*, 1999) proponen que la enseñanza de la ciencia en el aula debe emular algunas maneras de hacer, pensar y hablar de la ciencia erudita.

Desde esta perspectiva, los problemas de Fermi en el aula ofrecen la oportunidad de mostrar una forma de hacer de la ciencia erudita, ya que esta aproximación a la resolución de problemas es algo relativamente común en la comunidad científica, especialmente como una alternativa válida para obtener datos experimentales cuando éstos son inaccesibles, inviables o imprecisos. Por ejemplo, Matchans y Thogmartin (2014) muestran como la estimación de individuos de algunas especies de aves se hace a partir de medidas tan poco canónicas como el número de impactos de estas aves contra aviones comerciales, cruzadas con otros datos ya conocidos como la altura de vuelo de cada tipo de ave. Otros ejemplos de cuantificación a través de problemas de Fermi podemos encontrarlos en Lawess *et al.* (2016) aplicados a la cuantificación de la concentración intracelular de proteínas de levadura a partir de pruebas de isótopos estables específicos en proteínas hechas con espectrómetros de masas. De hecho, proyectos como Bionumbers (Phillips & Milo, 2009) son iniciativas de bioestimación inspiradas explícitamente en la resolución de problemas de Fermi. En la plataforma del proyecto Bionumbers se publican datos numéricos obtenidos en experimentos revisados por pares, incluyendo estimaciones tan variadas como mediciones de entropías, sensibilidad de la retina humana o potenciales de membrana en diferentes tipos de células o tejidos, todos ellos elaborados a partir de la resolución de problemas de Fermi. Y es que en el campo de la bioestimación se está dando una discusión metodológica fundamentada en el uso de problemas de Fermi. Este proceso de comparación de métodos y resultados permite refinar los procesos utilizados o explorar nuevas aproximaciones, así como a revisar aquellas investigaciones que proporcionan resultados discordantes (Milo *et al.*, 2010). En la reciente epidemia de la covid-19, especialmente durante las primeras fases en las que la capacidad de monitorización de la epidemia era escasa, la estimación ha jugado un papel relevante en la toma de decisiones sanitarias (Atkinson & Petersen, 2020).

Estos ejemplos muestran que los problemas de Fermi forman parte del amplio abanico de prácticas de la ciencia erudita, y como tales pueden ayudar al alumnado a entender mejor, a partir de ejemplos, cómo trabajan las personas que se dedican a ella.

2. Para participar mejor de la ciencia escolar: Los problemas de Fermi pueden enriquecer prácticas de modelización, indagación o argumentación científica

La traducción de la perspectiva sociocultural al aprendizaje de las ciencias ha permitido establecer el denominado marco de las prácticas científicas, es decir, la idea que la mejor manera de aprender ciencia escolar es “practicándola”. Bybee (2011) concreta 8 de las prácticas con las que involucrar al alumnado en hacer ciencias: plantearse preguntas sobre fenómenos naturales relevantes para la ciencia, desarrollar y usar modelos científicos, planificar y llevar a cabo investigaciones, analizar e interpretar datos experimentales, usar pensamiento computacional y matemático, construir explicaciones y diseñar soluciones, argumentar científicamente en base a pruebas y comunicar a la comunidad los resultados de la actividad científica. Según Couso, Jiménez-Liso, Refojo y Sacristán (2020) este conjunto de prácticas puede a su vez concebirse entorno de tres dimensiones interrelacionadas: la indagación, la modelización y la argumentación.

A pesar de que la literatura en problemas de Fermi aplicados al desempeño de las prácticas científicas es todavía escasa, diferentes investigaciones permiten identificar potenciales beneficios para el desempeño indagador, modelizador o argumentativo. Así, Robinson (2008) plantea un efecto positivo del método de estimaciones de Fermi en el alumnado que ingresa al grado de Física para introducir la modelización de fenómenos físicos, aunque también identifica importantes dificultades para algunos de estos estudiantes. Cordry (2010) muestra como un problema de Fermi sobre alimentación humana ofrece la oportunidad de involucrar al alumnado en la construcción de un modelo de nutrición de una población, y que durante el proceso los alumnos expresan, ponen a prueba y revisan sus ideas y creencias iniciales sobre el tema. A su vez, Morgan (2017) comprueba que, a partir de una estrategia de test/post-test, trabajar con problemas de Fermi basados en la ecuación de Drake (Burchell, 2006) puede cambiar las predicciones que hacen los estudiantes sobre la existencia de vida extraterrestre. En el plano de la indagación, Barahmeh, Hamad y Barahmeh (2017) afirman que los estudiantes de Física de 15 años que tratan de resolver preguntas como ¿cuál es el volumen de aire respirado a lo largo de un día?, mejoran significativamente algunas de sus habilidades indagativas, como la recogida de datos, la elaboración de predicciones o el uso productivo de las mismas. Además, al no depender de fórmulas predeterminadas para resolver las tareas, el alumnado se encuentra con mayor libertad para razonar y argumentar, de forma más creativa, facilitando el desarrollo de debates más abiertos sobre las diferentes soluciones encontradas. Del mismo modo, Czocher (2018) identifica el potencial de los problemas de Fermi para promover específicamente la competencia de validación de los procesos y resultados, cuando es útil utilizar estimaciones razonadas para tomar decisiones que van a afectar al desarrollo de un proyecto de investigación.

3. Para construir mejor las ideas científicas: Los problemas de Fermi pueden ayudar a construir algunas de las ideas clave de la ciencia escolar.

En paralelo al interés creciente en la didáctica de las ciencias por promover la participación del alumnado en las prácticas científicas (Couso *et al.*, 2020), otro aspecto central del área es la definición de cuáles deben ser las grandes ideas o modelos a construir en el aula de ciencias. Propuestas como la de 10 grandes ideas de la Ciencia (Harlen, 2010), o la propia organización de contenidos de los Next Generation Science Standards (NRC, 2012) abogan por una organización de los contenidos escolares de ciencia a partir de grandes ideas clave que puedan ir creciendo en complejidad y profundidad a lo largo de la escolaridad, desde las edades más tempranas hasta el final de la educación secundaria. Ayudar al alumnado a construir estas grandes ideas es quizás una de las tareas más complejas del profesorado de ciencias, pues no basta con enunciarlas y hacer que el estudiante las reproduzca acríticamente (Márquez & Roca, 2006), sino que el verdadero reto es conseguir que devengan poderosas herramientas con poder explicativo e interpretativo de los fenómenos del mundo que nos rodea. No obstante, también sabemos que existe una gran variedad de ideas alternativas y razonamientos espontáneos que dificultan la construcción de estas ideas (Pozo, 2020), que combinan un origen social, perceptivo y cognitivo. Algunas de estas dificultades están relacionadas con la comprensión de las escalas, los órdenes de magnitud en el mundo físico o en los niveles de organización de la vida, especialmente cuando estos se encuentran fuera de la experiencia humana (Resnick, Newcombe, & Shipley, 2016).

Así pues, involucrar al alumnado en problemas de Fermi en los que manejar diferentes escalas y órdenes de magnitud podría ayudar a superar algunas de estas dificultades, contribuyendo así a la construcción de las grandes ideas de la ciencia. Pensemos, por ejemplo, en la idea corpuscular de la materia, que se expresa como la primera de las 10 ideas propuestas por Harlen (2010). Esta idea conlleva no solo una dificultad para comprender la discontinuidad de la materia (Acher, Arcà, & Sanmartí, 2007), sino también para comprender la relación entre las escalas macro y (sub)microscópicas (Gilbert & Treagust, 2009), y que dificulta, por ejemplo, operar con la idea química de sustancia y de mol (Furió, Azcona, & Guisasola, 1999). Algo parecido ocurre con la dificultad para operar con el tiempo geológico para comprender la composición

de la Tierra, lo que Pedrinaci (1993) define como una barrera imaginativa para representar mentalmente cifras de enorme magnitud. En este mismo sentido, Cheek (2012) identifica importantes confusiones en la escala temporal con valores superiores a los 100 años, que dificultan los procesos de razonamiento geológico. Desde el punto de vista de la Biología, los problemas de Fermi inciden directamente sobre la idea clave de operar con estimaciones y órdenes de magnitud, tanto para comprender los niveles de organización de la vida (Duncan & Reiser, 2007) como los flujos de materia y energía en los ecosistemas (Bravo & Jiménez-Aleixandre, 2010).

4. Para concienciar mejor de los problemas socio-científicos: Los problemas de Fermi pueden ayudar a tomar conciencia de problemas socialmente relevantes desde la ciencia.

Si bien la construcción de las grandes ideas de la ciencia tiene una gran relevancia en la educación científica, también la tiene la manera cómo estas ideas sirven para afrontar problemáticas sociales estrechamente relacionadas con la ciencia, pero que además se relacionan con otros campos: sociales, éticos, políticos y ambientales (Jiménez-Aleixandre, 2010). En las últimas décadas han sido muchas las iniciativas e investigaciones que han abordado la cuestión de las denominadas controversias socio-científicas en el aula, que abordan una amplia variedad de temáticas como contaminación, transportes, alimentación, transgénicos, salud, terapias, biodiversidad, seguridad nuclear, equilibrio territorial o escasez de recursos naturales (Díaz & Jiménez-Liso, 2012). De aquí emana años de investigación didáctica han permitido identificar la idea de una competencia científica vinculada a la participación y toma de decisiones de la ciudadanía, o Scitizenship (Domènech-Casal, 2018), cuestión que tomará todavía más importancia a partir del próximo marco de competencia científica de PISA 2025 (Couso y Puig, 2021).

En muchas de estas cuestiones y controversias sociocientíficas, toma especial relevancia la comprensión por parte del alumnado de cifras de gran magnitud y que por su dimensión espacial o temporal escapan de la percepción directa (Resnick, Newcombe, & Shipley, 2016), especialmente aquellas que operan a escala planetaria: la cantidad de recursos naturales a escala planetaria, su transporte y distribución a escala internacional, el volumen de emisiones de gases y otros contaminantes, la crisis de biodiversidad, etc. Los problemas de Fermi, debidamente integrados en actividades educativas sobre controversias sociocientíficas, podrían contribuir a acercar al alumnado al manejo de estas cifras, especialmente aquellas que ponen de manifiesto la contradicción del modelo económico de crecimiento actual y las limitaciones materiales que ofrece el planeta Tierra. Uno de los ejemplos más comunes es el de la estimación de la huella ecológica a partir de cadenas de cálculos y razonamientos simples, que en la última década se ha usado en diferentes contextos educativos (Cordry, 2010; Gottlieb *et al.*, 2012; Fernández & Lazzo, 2017). Algo parecido ocurre con prácticas de estimación de los recursos necesarios para producir bienes superfluos que se consumen en el 1r mundo, y que entroncan con el creciente interés por trabajar la justicia global desde el ámbito STEM (Massip, Barbeito, Egea, & Flores, 2018).

UN EJEMPLO DE PROBLEMA DE FERMI EN EL AULA DE CIENCIAS: LA ENERGÍA ASOCIADA A 1€ DE GASOLINA

Un buen ejemplo de una pregunta abierta sobre un valor numérico desconocido, que puede involucrar al alumnado en un problema de Fermi podría ser:

¿Cuántos días de trabajo requiere una persona para hacer el mismo trabajo que 1€ de gasolina?

Detrás de esta pregunta aparece implícita la idea de energía, un contenido didáctico o modelo científico escolar ampliamente discutido en la literatura debido a su abstracción y dificultad del alumnado para operar con él (Millar, 2005; de Pro, 2015; Soto, Couso, & López, 2019). De hecho, esta idea de comparar la energía almacenada en la gasolina (y por lo tanto, su capacidad para elaborar trabajo mecánico) y el equivalente en trabajo humano, ya ha sido utilizada previamente por otros autores como forma de promover la reflexión de los alumnos hacia el consumo responsable de combustibles fósiles y sus implicaciones desde el punto de vista del cambio climático (Pujol, Fernandez, & Regalés, 2016), o incluso para reflexionar sobre el modelo económico capitalista (Raventós, 2020). En nuestro caso, pero, el interés recae en ejemplificar cómo podría abordarse en una clase de ciencias de cualquier curso de la ESO o Bachillerato. Para ello, usaremos los tipos de actividades identificadas en Albarracín y Årlebäck (2019) como esenciales en la resolución de un problema de Fermi.

Tal como propone Carlson (1997), el primer paso debería ser dividir el problema propuesto en dos grandes sub-problemas: (a) el de la cantidad de energía que se puede obtener con 1 € de gasolina y (b) el problema de estimar los días de trabajo de una persona para igualarla.

Así, para calcular la energía que proporciona 1€ de gasolina, deberíamos tener en cuenta su precio (€/l), su densidad (kg/l) y su poder calorífico (J/kg). El precio de la gasolina oscila en España sobre valores algo superiores a 1€ por litro. Este valor se puede consultar directamente en una gasolinera o buscando su evolución en una web como puede ser <https://www.dieselogasolina.com/Estadisticas/Historico>. Podemos tomar como valor de referencia que 1 litro de gasolina vale 1 € ya que, a pesar de ser poco preciso, simplificará mucho nuestros cálculos manteniendo su orden de magnitud (que es lo que interesa en la resolución de un problema de Fermi). Para saber la densidad de la gasolina podríamos hacer pequeños experimentos (como pesar un bidón de gasolina), o bien asumir que al ser un líquido con propiedades parecidas a las del agua, podemos usar la equivalencia de 1 litro de gasolina tiene una masa de 1 kg. De nuevo, es importante recordar que no se trata de disponer de cifras exactas, sino aproximaciones que se compensarán entre ellas en el cómputo final (Årlebäck, 2009). Finalmente, si consultamos cualquier material educativo de química o termodinámica será fácil encontrar tablas que nos proporcionan el poder calorífico de los principales tipos de combustibles, entre ellos la gasolina. Este valor se sitúa entre 43 500 y 47 700 KJ por kg dependiendo del tipo concreto de gasolina. Con lo que, redondeando, con 1€ tenemos unos 50 millones de Joules de energía. No obstante, sabemos que no todos estos Joules son útiles para generar trabajo. Los motores de combustión interna tienen límites en su eficiencia ya que, por ejemplo, parte de la energía liberada calienta el motor. Sin la necesidad de entrar en el estudio de la eficiencia de un motor, podemos asumir razonablemente (estimación razonada) que la combustión del motor de un coche tiene un rendimiento energético del 50%. Supondremos entonces que la energía disponible real es algo menos de la mitad, por lo que con 1€ tendríamos unos 20 millones de J disponibles.

El segundo sub-problema es estimar la capacidad de los humanos de proporcionar energía mecánica. Asumimos aquí que hablamos de transferir energía mecánica a un objeto, no de quemar humanos para sustituir la gasolina como combustible (Mans, 2012). Para acercarnos este proceso al alumno, podemos utilizar un trabajo mecánico fácil de imaginar, como, por ejemplo, el de un reponedor/a de supermercado que levanta paquetes de arroz de 1kg a 1 metro de altura. Cada vez que lo hace transfiere 10J, ya que $E_{pg}=mgh$, donde g es aproximadamente 10 m/s². Además, podemos asumir que un reponedor que trabaje de forma intensa y sostenida, puede reponer unas 30 cajas por minuto durante las 8 horas de su jornada laboral, asumiendo que tras levantar esas $8 \cdot 60 \cdot 30 = 14.400$ cajas, esta persona estará agotada. A lo largo de la jornada laboral a 10J/caja habrá transferido un trabajo mecánico de 144.000J, que podemos redondear a 150.000J.

Ahora solo queda, pues, recomponer el problema a partir de los valores parciales: Sabemos que 1€ de gasolina ofrece 20MJ útiles, y que una persona trabajando a jornada completa apenas llega a los 150.000J. Dividiendo ambas cifras podemos ver que una persona necesitaría unos 133 días para hacer el mismo trabajo que 1 € de gasolina. Supongamos que una persona pudiera estar 24 h / día haciendo este trabajo (sin comer ni descansar). La cifra se reduciría, pero seguiría haciendo falta un mínimo de 50 días de trabajo humano para transferir esta cantidad de energía. En realidad, lo relevante del resultado no es la cifra exacta que se obtiene, sino su orden de magnitud. El alumnado, a través de una cadena de operaciones aritméticas muy simples obtiene una solución sorprendente: con solo 1 € podemos comprar algo que, si tuviera que ser realizado por un humano, nos costaría cientos o incluso miles de euros. Este sorprendente hallazgo lleva ineludiblemente a preguntarse: ¿seguro que estamos haciendo un uso racional de un bien tan valioso y escaso como es la gasolina? La discusión que genera esta pregunta conecta con las grandes cuestiones sociocientíficas a las que debe enfrentarse nuestra sociedad (Resnick, Newcombe, & Shipley, 2016) proporcionando una base sobre la que establecer conclusiones.

A nivel didáctico, la forma de presentar este problema de Fermi y de aportar andamiaje puede ser muy variado, en función de la edad, el contexto educativo o la competencia del alumnado. Por ejemplo, se podrían utilizar esquemas de resolución de problemas de Fermi (Albarracín & Årlebäck, 2019) como el mostrado en la Figura 1. Estos esquemas incluyen las variables consideradas en el proceso de resolución, así como una etiqueta que marca el tipo de actividad utilizada para determinar los valores necesarios. De esta forma, los esquemas actúan como una forma de representación del modelo generado para resolver el problema (Robinson, 2008) y permiten guiar la resolución del problema hasta conseguir un valor que pone de manifiesto el gran potencial energético de la gasolina, introduciendo en la discusión un problema social de gran repercusión por el uso masivo de combustibles fósiles (Resnick, Newcombe, & Shipley, 2016).

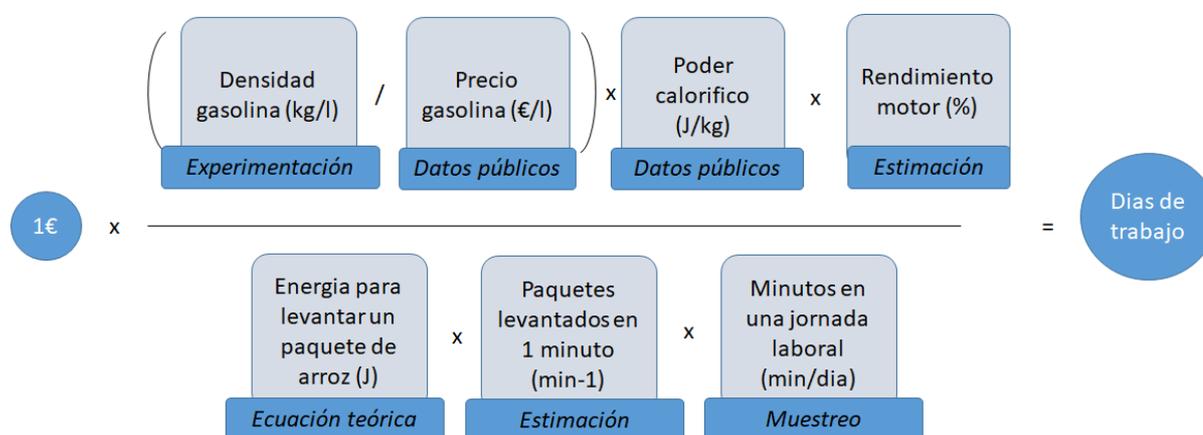


Figura 1 – Esquema de resolución del problema de la estimación de la energía.

Esta forma de caracterizar la resolución de los problemas de Fermi permite diversos usos en el aula. En primer lugar, los esquemas de resolución de problemas de Fermi se pueden usar como herramienta de diseño de actividades por parte del profesorado. Un análisis previo del problema a proponer, juntamente con el conocimiento sobre los conocimientos de los alumnos y su forma de trabajar proporciona información al profesor sobre lo que puede esperar de los alumnos en el aula. De esta forma, se pueden imaginar las diferentes rutas de solución de problemas que pueden tomar los estudiantes, con lo que es posible anticipar la necesidad de proponer determinados enfoques. También permite decidir los experimentos o materiales específicos para trabajar con ellos, como pueden ser las fuentes de información necesarias para obtener los valores usados en el ejemplo. De esta forma, los esquemas de actividad reducen algunos de los aspectos desafiantes para el profesor asociados con la poca concreción de los métodos de modelización que pueden desarrollar los alumnos o la presencia de actividades que superen en precisión los valores que podrían conseguirse usando estimaciones como actividad exclusiva.

Desde el punto de vista de los alumnos, estos esquemas permiten visualizar claramente los procesos que intervienen en la resolución del problema. Pueden servir para que los alumnos compartan sus propuestas cuando trabajan en grupo, pero también para contrastar diferentes tipos de aproximaciones a la resolución. Al ser problemas abiertos y no asociados a métodos específicos, los problemas de Fermi permiten diversas aproximaciones con las que es posible obtener estimaciones razonadas. Entendiendo que cada forma de resolución se basa en un modelo para describir el fenómeno estudiado, los esquemas de resolución de problemas de Fermi permiten evidenciar diferencias en cada uno de los modelos utilizados por los alumnos. De esta forma, los alumnos pueden discutir aspectos como qué elementos son clave en la resolución de un problema (a partir de identificar sub-problemas comunes) o de observar que existen aproximaciones conceptualmente distintas. Por ejemplo, en el ejemplo anterior se ha abordado la resolución a partir del cálculo del trabajo realizado para levantar paquetes de arroz. En cambio, podría también calcularse a partir de la velocidad que podría alcanzar el coche (junto con su masa) cuando es un humano quien lo empuja, lo que supondría una aproximación cinemática al problema.

Trabajar con estos esquemas en la resolución de problemas de Fermi debería también permitir identificar claramente los sub-problemas que generan mayor variabilidad en los resultados obtenidos, y de esta forma tratar la incertidumbre en los argumentos y procesos científicos las clases de ciencias es un elemento relevante en la clase de ciencias (Domènech-Casal, 2019). Es posible que en el proceso de resolución se puedan identificar sub-problemas para los que es posible controlar el resultado obtenido y ajustar el error introducido. Este sería el caso del coste de un litro de gasolina en el ejemplo anterior, que puede ser consultado en las gasolineras o en webs que recogen esta información y se actualizan diariamente. De la misma forma se pueden identificar fuentes de información o experimentos concretos en los que el error no está controlado adecuadamente.

CONCLUSIONES

Los problemas de los Fermi son preguntas abiertas que solicitan al estudiante determinar un valor numérico desconocido, pero sin aportar la información necesaria para resolver el problema mediante métodos canónicos, reproductivos o pre-establecidos (es decir, usando una fórmula, una ecuación o un método específico). El estudiante debe elaborar de forma autónoma o guiada una cadena de razonamientos y operaciones aritméticas básicas con valores aproximados formando un modelo que describa el fenómeno estudiado de forma que el orden de magnitud del resultado sea próximo al esperado (Efthimiou y Llewellyn,

2006). A pesar de lo que pueda parecer a simple vista, este tipo de estimaciones suelen ser más precisas de lo esperado porque la multiplicación de varios factores estimados incluirá algunos factores que pueden ser sobrestimados y otros que se subestimen, anulando el potencial error en el resultado final.

Este tipo de problemas tienen ya una larga tradición educativa, pero siempre a partir de experiencias puntuales y sin un uso generalizado en las aulas. Algunas investigaciones han identificado múltiples efectos positivos en términos del aprendizaje del alumnado en diferentes edades y contextos, especialmente en competencias de modelización matemática (Haaberzettel, Klett, & Schukajlow, 2018; Albarracín & Gorgorió, 2018), en la adquisición de estrategias de resolución de problemas (Ferrando y Segura, 2020), o en la integración de diferentes disciplinas (Sriraman & Knott, 2009; Årlebäck & Frejd, 2013). Sin embargo, las oportunidades que ofrece la enseñanza de las ciencias no han recibido la misma atención.

Partiendo de esta carencia, hemos propuesto una discusión sobre las oportunidades de los problemas de Fermi en la enseñanza de las ciencias, que hemos querido agrupar en torno de 4 ejes. En primer lugar, hemos discutido que los problemas de Fermi podrían ayudar al alumnado a entender mejor cómo es la ciencia erudita, ya que los problemas de Fermi son una forma habitual de proceder en este ámbito. También hemos discutido su potencial para involucrar al alumnado en prácticas científicas escolares de modelización, indagación y argumentación. A su vez, hemos planteado su potencial para ayudar al alumnado a construir algunas de las grandes ideas de la ciencia, y también como estrategia para concienciar mejor al alumnado de los problemas socio-científicos. Algunos de los argumentos agrupados en torno de estos 4 ejes pueden verse reflejados en un ejemplo simple pero ilustrativo, como es el caso de la comparativa entre el trabajo mecánico que ofrece 1 litro de gasolina y el que pueden hacer las personas. Explicitar las actividades a desarrollar para resolver cada uno de los sub-problemas en los que estructura la resolución se antoja como una práctica que permite una conexión clara entre el trabajo realizado en cada problema y los aspectos curriculares. Con una propuesta didáctica debidamente planteada, el alumnado puede involucrarse en prácticas de modelización (expresar, poner a prueba y revisar sus ideas sobre transferencia y uso de energía, en línea con Laburú, 2003), de indagación (diseñando pequeñas investigaciones que les permita recoger datos) y argumentación (conectando los datos, razonamientos, fundamentos y conclusiones).

Esta discusión ha permitido identificar algunas oportunidades ya reportadas en la literatura, pero también abrir la puerta a nuevas líneas de investigación futuras que no han sido exploradas hasta el momento, y que requerirán el desarrollo de herramientas teóricas y prácticas para comprender y promover el potencial de los problemas de Fermi en el desarrollo de las competencias científicas. Consideramos que esta cuestión toma aún más relevancia con los cambios que está experimentando la educación científica en nuestro contexto, con un importante viraje hacia paradigmas que otorgan un papel más activo del alumnado (Sanmartí & Márquez, 2017), que focaliza la enseñanza y aprendizaje de la ciencia no tanto en de los productos de la ciencia como en sus procesos (Bybee, 2011), y con un énfasis creciente no solo en los contenidos conceptuales, sino también procedimentales, epistémicos y referidos a valores o creencias (Couso & Puig, 2021).

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha sido financiada por el Ministerio de Economía, Industria y Competitividad (EDU2017-82427-R), el Ministerio de Ciencia, Innovación y Universidades (PGC2018-096581-B-C21) y llevada a cabo dentro de los grupos de investigación LABCOMeC (2017SGR497) y ACELEC (2017SGR1399).

REFERENCIAS

- Acher, A., Arcà, M., & Sanmartí, N. (2007). Modeling as a Teaching Learning Process for Understanding Materials: A Case Study in Primary Education. *Science Education*, 91(1), 36–74. <https://doi.org/10.1002/sce.20196>
- Albarracín, L. (2021). Large Number Estimation as a Vehicle to Promote Mathematical Modeling. *Early Childhood Education Journal*, 49(4), 681-691. <https://doi.org/10.1007/s10643-020-01104-x>
- Albarracín, L., & Årlebäck, J. (2019). Characterising mathematical activities promoted by Fermi problems. *For the Learning of Mathematics*, 39(3), 10-13.
- Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2014). Devising a plan to solve Fermi problems involving large numbers. *Educational Studies in Mathematics*, 86(1), 79-96. <https://doi.org/10.1007/s10649-013-9528-9>

- Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2018). Students estimating large quantities: From simple strategies to the population density model. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(10), em1579. <https://doi.org/10.29333/ejmste/92285>
- Albarracín, L., & Gorgorió, N. (2019). Using large number estimation problems in primary education classrooms to introduce mathematical modelling. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, 27(2), 33–45. <https://doi.org/10.30722/IJISME.27.02.004>
- Allison, S. K., Segrè, E., & Anderson, H. L. (1955). Enrico Fermi 1901-1954. *Physics Today*, 8, 9-13.
- Anderson, P. M., & Sherman, C. A. (2010). Applying the Fermi estimation technique to business problems. *Journal of Applied Business and Economics*, 10(5), 33–42.
- Ärlebäck, J. B. (2009). On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Mathematics Enthusiast*, 6(3), 331–364.
- Ärlebäck, J., & Albarracín, L. (2019). The use and potential of Fermi problems in the STEM disciplines to support the development of twenty-first century competencies. *ZDM*, 51(6), 979-990. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01075-3>
- Ärlebäck, J. B., & Frejd, P. (2013). Modelling from the perspective of commognition—An emerging framework. In G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 47–56). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_3
- Atkinson, B., & Petersen, E. (2020). SARS-CoV-2 shedding and infectivity. *The Lancet*, 395(10233), 1339-1340. [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(20\)30868-0](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(20)30868-0)
- Barahmeh, H. M., Hamad, A. M. B., & Barahmeh, N. M. (2017). The effect of Fermi questions in the development of science processes skills in physics among Jordanian ninth graders. *Journal of Education and Practice*, 8(3), 186–194.
- Burchell, M. J. (2006). W(h)ither the Drake equation?. *International Journal of Astrobiology*, 5(3), 243-250. <https://doi.org/10.1017/S1473550406003107>
- Bybee, R. W. (2011). Scientific and engineering practices in K-12 classrooms. *The Science Teacher*, 78(9), 34-40. https://static.nsta.org/ngss/resources/201112_Framework-Bybee.pdf
- Bravo, B., & Jiménez-Aleixandre, P. (2010). ¿Salmones o sardinas? Una unidad para favorecer el uso de pruebas y la argumentación en ecología. *Alambique*, 15(63), 19-25.
- Carlson, J. E. (1997). Fermi problems on gasoline consumption. *The Physics Teacher*, 35(5), 308–309. <https://doi.org/10.1119/1.2344696>
- Chamizo, J. A., & Izquierdo, M. (2005). Ciencia en contexto: una reflexión desde la filosofía. *Alambique*, 46(1), 9–17.
- Cheek, K. A. (2012). Students' understanding of large numbers as a key factor in their understanding of geologic time. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(5), 1047-1069. <https://doi.org/10.1007/s10763-011-9312-1>
- Couso, D., Jimenez-Liso, M.R., Refojo, C., & Sacristán, J. A. (Coords). (2020). *Enseñando Ciencia con Ciencia*. FECYT & Fundacion Lilly. Madrid, España: Penguin Random House. www.fecyt.es/es/publicacion/ensenando-ciencia-con-ciencia
- Couso, D., & Puig, B. (2021). Educación científica en tiempos de pandemia. *Alambique*, 104, 49-56.
- Czocher, J. A. (2016). Introducing modeling transition diagrams as a tool to connect mathematical modeling to mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(2), 77-106. <https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1148530>

- Czocher, J. A. (2018). How does validating activity contribute to the modeling process? *Educational Studies in Mathematics*, 99(2), 137-159. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9833-4>
- Cordry, S. M. (2010). Thermodynamics and human population. *The Physics Teacher*, 48(6), 403-407. <https://doi.org/10.1119/1.3479722>
- Díaz, N., & Jiménez-Liso, M. (2012). Las controversias sociocientíficas: temáticas e importancia para la educación científica. *Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias*, 9(1), 54-70.
- Domènech-Casal, J. (2018). Comprender, Decidir y Actuar: una propuesta-marco de Competencia Científica para la Ciudadanía. *Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias*, 15(1), 1105.
- Domènech-Casal, J. (2019). Escalas de certidumbre y balanzas de argumentos: una experiencia de construcción de marcos epistemológicos para el trabajo con Pseudociencias en secundaria. *Ápice. Revista de Educación Científica*, 3(2), 37-53.
- Duncan, R. G., & Reiser, B. J. (2007). Reasoning across ontologically distinct levels: Students' understandings of molecular genetics. *Journal of Research in Science Teaching*, 44(7), 938-959. <https://doi.org/10.1002/tea.20186>
- Efthimiou, C. J., & Llewellyn, R. A. (2006). Avatars of Hollywood in physical science. *The Physics Teacher*, 44, 28–33. <https://doi.org/10.1119/1.2150756>
- Engeström, Y. (2001). Expansive learning at work: Toward an activity theoretical reconceptualization. *Journal of education and work*, 14(1), 133-156. <https://doi.org/10.1080/13639080020028747>
- Fernández Vázquez, T. D. I., & Lazzo, N. A. (2018). Estimación de las emisiones de CO2 de los estudiantes de la UCB (Campus Tupuraya), por el uso de transporte y propuestas de mitigación. *Acta Nova*, 8(3), 433-450.
- Ferrando, I., & Albarracín, L. (2021). Students from grade 2 to grade 10 solving a Fermi problem: analysis of emerging models. *Mathematics Education Research Journal*, 33(1), 61–78. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00292-z>
- Ferrando, I., & Segura, C. (2020). Fomento de la flexibilidad matemática a través de una secuencia de tareas de modelización. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 17, 84-97. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i17.306>
- Ferrando, I., Segura, C., & Pla-Castells, M. (2020). Relations entre contexte, situation et schéma de résolution dans les problèmes d'estimation. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 20(3), 557-573. <https://doi.org/10.1007/s42330-020-00102-w>
- Furió, C., Azcona, R., & Guisasola-Aranzabal, J. (1999). Dificultades conceptuales y epistemológicas del profesorado en la enseñanza de los conceptos de cantidad de sustancia y de mol. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(3), 359-376. www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21588/21422
- García, J. M. (2013). Problemas de Fermi. Suposición, estimación y aproximación. *Epsilon*, 30(2), 57-68.
- Gilbert, J. K., & Treagust, D. (2009). *Multiple representations in chemical education*. Dordrecht: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8872-8>
- Gottlieb, D., Vigoda-Gadot, E., Haim, A., & Kissinger, M. (2012). The ecological footprint as an educational tool for sustainability: A case study analysis in an Israeli public high school. *International Journal of Educational Development*, 32(1), 193-200. <https://doi.org/10.1016/j.ijedudev.2011.03.007>
- Haberzettl, N., Klett, S., & Schukajlow, S. (2018). Mathematik rund um die Schule—Modellieren mit Fermi-Aufgaben. En K. Eilerts, & K. Skutella (Eds.), *Neue Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht* 5, (pp. 31–41). Wiesbaden: Springer Spectrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-21042-7_3
- Harlen, W. (2010). *Principios y grandes ideas de la educación en ciencias*. Hatfield, Reino Unido: Association for Science Education.

- Holubova, R. (2017). STEM education and Fermi problems. En L. Valovicova, & J. Ondruska (Eds.), *Proceedings of the 20th International Conference DIDFYZ* (Vol. 1804, No. 030001, pp 1–6). Rackova Valley, Slovakia: AIP Publishing. <https://doi.org/10.1063/1.4974372>
- Izquierdo, M., Espinet, M., García, M. P., Pujol, R. M., & Sanmartí, N. (1999). Caracterización y fundamentación de la ciencia escolar. *Enseñanza de las Ciencias*, 17(1), 45-59.
- Jiménez-Aleixandre, M. P. (2010). *10 ideas clave. Competencias en argumentación y uso de pruebas*. Barcelona, España: Graó.
- Laburú, C. E. (2016). Problemas abiertos e seus problemas no laboratório de física: uma alternativa dialética que passa pelo discursivo multivocal e univocal. *Investigações em Ensino de Ciências*, 8(3), 231-256. <https://doi.org/10.1590/S1516-73132011000300013>
- Lawless, C., Holman, S. W., Brownridge, P., Lanthaler, K., Harman, V. M., Watkins, R., Hammond, D. E., Miller, R. L., Sims, P. F., Grant, C. M., Eysers, C. E., Beynon, R. J., & Hubbard, S. J. (2016). Direct and absolute quantification of over 1800 yeast proteins via selected reaction monitoring. *Molecular & Cellular Proteomics*, 15(4), 1309-1322. <https://doi.org/10.1074/mcp.M115.054288>
- Machtans, C. S., & Thogmartin, W. E. (2014). Understanding the value of imperfect science from national estimates of bird mortality from window collisions. *The Condor: Ornithological Applications*, 116(1), 3-7. <https://doi.org/10.1650/CONDOR-13-134.1>
- Mans, C. (2008). *La vaca esférica*. Barcelona, España: Rubes.
- Márquez, C., & Roca, M. (2006). Plantear preguntas: un punto de partida para aprender ciencias. *Revista Educación y Pedagogía*, 18(45), 63-71. www.revistas.udea.edu.co/index.php/revistaeypp/article/view/6087
- Massip, C., Barbeito, C., Egea, À., & Flores, M. (2018). *Competències per transformar el món. Cap a una educació crítica i per a la justícia global a l'escola*. Barcelona, España: Editorial Graó.
- Millar, R. (2014). Teaching about Energy: From Everyday to Scientific Understandings. *School Science Review*, 96(354), 45-50. www.ase.org.uk/resources/school-science-review/issue-354/teaching-about-energy-everyday-scientific-understandings
- Milo, R., Jorgensen, P., Moran, U., Weber, G., & Springer, M. (2010). BioNumbers—the database of key numbers in molecular and cell biology. *Nucleic acids research*, 38(suppl_1), D750-D753. <https://doi.org/10.1093/nar/gkp889>
- Morgan, D. L. (2017). Measuring the effect of an astrobiology course on student optimism regarding extraterrestrial life. *International Journal of Astrobiology*, 16(3), 293–295. <https://doi.org/10.1017/s1473550416000239>
- National Research Council (2012). *A Framework for K-12 Science Education: Practices, Crosscutting Concepts and Core Ideas*. Washington, United States of America: The National Academies Press.
- Oliveira, V., Araujo, I. S., & Veit, E. A. (2017). Resolução de problemas abertos no ensino de física: uma revisão da literatura. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 39(3), e3402. <https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2016-0269>
- Osborne, J. (2014) Teaching Scientific Practices: Meeting the Challenge of Change. *Journal of Science Teacher Education*, 25(2), 177-196. <https://doi.org/10.1007/s10972-014-9384-1>
- Pedrinaci, E. (1993). La construcción histórica del concepto de tiempo geológico. *Enseñanza de las Ciencias*, 11(3), 315-323. www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/21301
- Peter-Koop, A. (2009). Teaching and Understanding Mathematical Modelling through Fermi-Problems. In B. Clarke, B. Grevholm & R. Millman (Eds.), *Tasks in primary mathematics teacher education* (pp. 131-146). Dordrecht, Netherlands: Springer.

- Phillips, R., & Milo, R. (2009). A feeling for the numbers in biology. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(51), 21465–21471. <https://doi.org/10.1073/pnas.0907732106>
- Pla-Castells, M., & Ferrando, I. (2019). Downscaling and upscaling Fermi problems. En *Proceedings of CERME11*. Freudenthal Group; Freudenthal Institute; ERME.
- Pozo, J. I. (2020). Aprender ciencias es reconstruir las ideas personales por medio del diálogo con otras personas y otros conocimientos. En D. Couso, R. Jiménez-Liso, C. Refojo y J. A. Sacristán (coord), *Enseñando ciencia con ciencia* (pp 20-29). Madrid, España: FECYT.
- Pujol, J., Fernández, R., & Regalés, J. (2016). *Les energies renovables: l'alternativa al col·lapse dels recursos fòssils*. Barcelona, España: CESIRE y CMES. www.agora.xtec.cat/cesire/wp-content/uploads/usu397/2016/11/LLIBRE-ENERGIA_V1.0.pdf
- de Pro A. (2015). La energía en la vida cotidiana. *Alambique*, 80, 5-7.
- Raventós, J. M. (2020). *Breus i imprecisos materials sobre l'energia. la Realitat*. Publicacion online: www.bloc.realitat.cat/2020/12/breus-i-imprecisos-materials-sobre.html
- Resnick, I., Newcombe, N. S., & Shipley, T. F. (2017). Dealing with big numbers: Representation and understanding of magnitudes outside of human experience. *Cognitive science*, 41(4), 1020-1041. <https://doi.org/10.1111/cogs.12388>
- Robinson, A. W. (2008). Don't just stand there—teach Fermi problems! *Physics Education*, 43(1), 83–87. <https://doi.org/10.1088/0031-9120/43/01/009>
- Sanmartí, N., & Márquez, C. (2017). Aprendizaje de las ciencias basado en proyectos: del contexto a la acción. *Ápice*, 1(1), 3-16.
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 29(3), 75-80. <https://doi.org/10.1007/s11858-997-0003-x>
- Soto, M., Couso, D., & López, V. (2019). Una propuesta de enseñanza-aprendizaje centrada en el análisis del camino de la energía “paso a paso”. *Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias*, 16(1), 1202. https://doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2019.v16.i1.1202
- Sriraman, B., & Knott, L. (2009). The mathematics of estimation: Possibilities for interdisciplinary pedagogy and social consciousness. *Interchange*, 40(2), 205-223. <https://doi.org/10.1007/s10780-009-9090-7>
- Truyol, M. E., & Gangoso, Z. (2016). La selección de diferentes tipos de problemas de Física como herramienta para orientar procesos cognitivos. *Investigações em Ensino de Ciências*, 15(3), 463-484.
- Vidal, A., Estruch, V. D., & Boigues, F. J. (2017). Flipped teaching aplicado al estudio de los métodos elementales de integración aproximada. Una experiencia educativa. En R. Roig-Vila, J. M. Antolí, J. Blasco, A. Lledó, & N. Pellín (Eds.), *Redes colaborativas en torno a la docencia Universitaria* (pp. 1392–401). Alacant: Universitat d'Alacant.
- Weinstein, L., & Adam, J. A. (2009). *Guesstimation: Solving the world's problems on the back of a cocktail napkin*. Princeton, United States of America: Princeton University Press.
- Weiss, L. (2013). Les questions de Fermi. *Math-École*, 219, 41-47.
- White, H. B. (2004). Math literacy. *Biochemistry and Molecular Biology Education*, 32(6), 410–411.

Recebido em: 24.03.2021

Aceito em: 12.10.2021