

ENSINO DE MATEMÁTICA, HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: UMA COMBINAÇÃO POSSÍVEL¹
(Mathematics teaching, Mathematics history and Meaningful Learning: a possible combination)

Cauê Roratto [caue_mtm@yahoo.com.br]
Clélia Maria Ignatius Nogueira [clelia@wnet.com.br]
Lílian Akemi Kato [lilianakato@hotmail.com]
Universidade Estadual de Maringá

Resumo

Este artigo relata os resultados de uma pesquisa de mestrado que fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel e, utilizando mapas conceituais produzidos pelos alunos, apontou a possibilidade de se atingir a Aprendizagem Significativa do conceito de Funções, com este sendo ensinado mediante a aplicação de uma sequência didática considerando-se a História da Matemática, em uma perspectiva evolucionista linear.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; História da Matemática; Aprendizagem Significativa; Funções; Mapas Conceituais.

Abstract

This article presents the results of a master's research which investigated the possibility to reach a Meaningful Learning of the Functions concept, using the history of the concept developing as a teaching way. Based on the Meaningful Learning Theory, by David Ausubel, and on the Concept Maps Theory, by Joseph Novak, the results indicates the Mathematics History, on a linear evolutionist perspective, can provide a meaningful learning occurrence.

Keywords: Mathematics Teaching; Mathematics History; Meaningful Learning; Functions; Conceptual Maps.

Introdução

No ano de 2007 apresentamos o trabalho de conclusão de curso de licenciatura em Matemática intitulado “Ensino de Matemática: para além do formalismo”. Nele, estudamos alguns impactos do Movimento da Matemática Moderna no ensino atual dessa disciplina. Concluímos que um dos motivos que pode causar tantas dificuldades e falta de empatia dos alunos com a Matemática, nos dias de hoje, é o modo essencialmente formal e dedutivo com que se ensina essa disciplina, o que a torna descontextualizada e acaba por ser aprendida de forma mecânica e desligada da realidade.

Diagnosticado o problema, nos restava a busca por alternativas para o ensino. Então, demos continuidade a essa investigação em um curso de Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática com o objetivo de buscar formas de se apresentar uma Matemática contextualizada e desligada de estratégias mecânicas de aprendizagem. Para tal, estudamos a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

Nessa teoria, a ocorrência de aprendizagem significativa depende de uma estratégia que possibilite ao aluno vincular os novos conhecimentos a serem aprendidos com conhecimentos já

¹ Artigo baseado na dissertação de mestrado intitulada “A História da Matemática como estratégia para o alcance da aprendizagem significativa do conceito de Função” desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá pelo acadêmico Cauê Roratto, sob orientação da prof^a Dra. Clélia Maria Ignatius Nogueira e co-orientação da prof^a Dra. Lílian Akemi Kato.

existentes em sua estrutura cognitiva. Dessa forma, é necessário que exista um “ponto de partida” no qual o aluno possa ancorar cada novo conhecimento a ser aprendido.

Da forma como está exposta na maioria dos livros didáticos, a Matemática é apresentada diretamente por sua estrutura formalizada e repleta de abstrações. No entanto, abstração e formalismo não são imediatamente desenvolvidos pelos alunos. Acreditamos que, ao introduzir o conhecimento por uma apresentação abstrata e formal, os estudantes encontram dificuldades em relacionar esse novo conhecimento com algum conhecimento prévio existente em sua estrutura cognitiva, visto que, epistemologicamente, existe um longo caminho entre a intuição de um matemático sobre uma possível teoria, até a sua exposição final, formal e abstrata.

Acreditamos que essa diferença entre a sequência de desenvolvimento epistemológico do conhecimento matemático científico e a do desenvolvimento pedagógico possa dificultar a tarefa de se aprender Matemática. Com isso, defendemos que essa matéria deveria ser ensinada em uma sequência condizente com a de sua criação, permitindo que o aluno passe pelos estágios de desenvolvimento e de elaboração de um conhecimento matemático, fazendo com que experimente a rotina de um cientista e perceba como se cria e se desenvolve uma teoria. Assim, não irá apenas aplicar um conhecimento já pronto, formal e descontextualizado, mas terá um papel ativo na sua construção.

Essa forma de apresentação da Matemática, utilizando sua história como estratégia de ensino, constitui-se como uma tendência da Educação Matemática e a escolhemos como estratégia para atingir a aprendizagem significativa nessa disciplina, adotando uma perspectiva evolucionista linear do uso da história no ensino, especificamente do conceito de Função. Os resultados dessa pesquisa são descritos nesse artigo.

Teoria da Aprendizagem Significativa

Desenvolvida pelo psicólogo americano David Ausubel, a Teoria da Aprendizagem Significativa difere dois tipos de aprendizagem, a mecânica ou memorística e a significativa, sendo que a primeira:

Ocorre quando o aprendiz memoriza uma informação de forma arbitrária. O conhecimento ou a informação é armazenada em um compartimento isolado e não é integrada ao restante da sua estrutura cognitiva. [...] Pela aprendizagem mecânica não ancorar o novo conhecimento a conceitos pré-existentes, é mais facilmente esquecida (Ivie, 1998, p. 7, tradução nossa).

A aprendizagem que não ancora o novo conhecimento em conceitos pré-existentes é considerada mecânica. Ausubel (2003) afirma que um conteúdo aprendido dessa forma não aumenta a substância ou a composição do conhecimento e, de forma geral, tem utilidade limitada, prática e seu propósito é poupar tempo e esforço.

Em contrapartida, quando conceitos prévios estão presentes na estrutura cognitiva e a aprendizagem se realiza por meio da assimilação de conceitos, aproxima-se da aprendizagem significativa ao passo que, nesse tipo de aprendizagem “os novos significados são produto de uma interação ativa e integradora entre novos materiais de instrução e idéias relevantes da estrutura de conhecimentos existente do aprendiz” (Ausubel, 2003, p. 43). O autor ainda destaca a vantagem em se aprender dessa forma significativa:

O sistema psicológico humano [...] está construído e funciona de tal forma que se podem aprender e reter novas idéias e informações, de forma

significativa e mais eficaz, quando já estão disponíveis conceitos ou proposições adequadamente relevantes e tipicamente mais inclusivos, para desempenharem um papel de subsunção ou fornecerem uma ancoragem ideal as idéias subordinadas (Ausubel, 2003, p. 44).

Esse processo de ancoragem é o aspecto essencial para a ocorrência da aprendizagem teorizada por Ausubel. Novas idéias se relacionam com o que o aprendiz já sabe e, como frutos dessa interação surgem os novos significados. Entretanto, é fundamental que essa ancoragem do novo conhecimento sobre o já existente nas estruturas cognitivas seja de forma não arbitrária e não literal (Ausubel, 2003). Não arbitrária refere-se a não alocação de um novo conhecimento de forma aleatória nas estruturas cognitivas, ele deve estar, de alguma forma, interligado com o conhecimento âncora, como se fosse uma continuação, um detalhamento ou um refinamento dessa idéia inicial. O não literal implica no aluno conseguir resolver situações com pequenas variações comparando-se com aquela a que lhe foi apresentado um conhecimento. Em outras palavras, o aluno que aprende um conhecimento de forma literal por certo exemplo particular, não conseguirá resolver outros casos cujas estruturas não sejam as mesmas desse exemplo, não sendo capaz de transferir o conhecimento para outras situações.

Ainda sobre esse processo de ancoragem, também chamado de subsunção², Ausubel defende que ele ocorre partindo de conceitos mais gerais e inclusivos, até atingir conceitos menos gerais e mais específicos.

As informações novas e potencialmente significativas ancoram-se, mais frequentemente, a idéias relevantes mais gerais e inclusivas na estrutura cognitiva do aprendiz [...] uma vez que a própria estrutura cognitiva tem tendência a ser organizada em termos hierárquicos, no que toca ao nível de abstração, generalidade e inclusão de idéias, a emergência de novos significados proposicionais reflete, de um modo geral, uma relação *subordinada* do novo material a idéias mais subordinantes na estrutura cognitiva (Ausubel, 2003, p. 93).

Dessa forma, na aprendizagem significativa, ocorre uma organização hierárquica do conhecimento de forma que um novo conteúdo aprendido se ancora em conceitos mais gerais e inclusivos já existentes na estrutura cognitiva. Por sua vez, esse novo conhecimento poderá vir a se constituir como âncora para futuros aprendizados. Esse processo de diferenciação sequencial de significados é conhecido por *diferenciação progressiva*.

Entretanto, por mais que essa organização hierárquica da estrutura cognitiva também aconteça em termos do grau de abstração dos conceitos, é incorreto considerar que o conhecimento possui uma organização dedutiva. De acordo com Ausubel (2003):

A questão indutiva – dedutiva apenas é relevante quando se considera a ordem de aquisição ou de apresentação de generalizações e dados auxiliares [...]. Independentemente, em primeiro lugar, da forma como se adquirem (por indução ou por dedução), os novos materiais de aprendizagem são incorporados na organização ideária global, de acordo com o mesmo princípio da diferenciação progressiva (p. 60).

Em outras palavras, por mais que o conhecimento se armazene na estrutura cognitiva de forma hierárquica, partindo de conhecimentos mais gerais, de maior abstração, até atingir os mais

² “Subsunção é um conceito, uma idéia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de ‘ancoradouro’ a uma nova informação de modo que esta adquira, assim, significado para o indivíduo” (MOREIRA, 2006b p. 15).

específicos e concretos, isso não significa, necessariamente, que eles foram aprendidos nessa ordem. Ausubel defende que, independentemente de ser aprendido de forma dedutiva – partindo de idéias abstratas – ou de forma indutiva – partindo de idéias concretas – o conhecimento será armazenado de forma hierárquica.

No intuito de deixar clara essa possibilidade de se aprender tanto de forma indutiva, quanto dedutiva, ou partindo tanto de idéias específicas, quanto gerais, Ausubel classifica três tipos de aprendizagem por subsunção: a subordinada, a subordinante³ e a combinatória.

Aprendizagem subordinada

Também chamada simplesmente de aprendizagem por subsunção, trata-se do processo em que a nova idéia a ser aprendida “é incorporada à estrutura cognitiva mediante subsunção sob um conceito mais inclusivo” (Paulo, 2006, p. 68). Em outras palavras, é quando se aprende primeiro as idéias gerais e estas servem de âncora para o posterior aprendizado das idéias específicas.

Aprendizagem subordinante ou subsunção superordenada

Esse tipo de aprendizagem atua de forma oposta à aprendizagem subordinada, pois a nova informação é a que possui um caráter mais geral e inclusivo. Esse tipo de aprendizagem atua, então, em um processo de generalização e de síntese.

Aprendizagem combinatória

Esse tipo de aprendizagem refere-se àquela em que uma nova proposição não pode se relacionar com idéias subordinantes ou subordinadas específicas da estrutura cognitiva, mas sim com uma combinação de conteúdos mais gerais ou específicos. Nesse sentido, seria um processo intermediário em que:

As novas proposições não geram nem uma relação subordinada, nem uma subordinante [...]. Estes são potencialmente significativos porque consistem em novas combinações sensíveis de idéias anteriormente aprendidas, que se podem relacionar, de forma não arbitrária, a um vasto conjunto anterior de conteúdo geralmente relevante na estrutura cognitiva, em virtude da congruência geral dos mesmos em relação a tal conteúdo como um todo (Ausubel, 2003, p. 95).

Por essa característica, as proposições combinatórias são menos ancoráveis a conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva. Ausubel (2003) ainda acrescenta que as generalizações matemáticas são exemplos típicos dessa aprendizagem.

Independentemente da forma como ocorre a agregação de conhecimento nas estruturas cognitivas, seja por aprendizagem subordinada, subordinante ou combinatória, esse processo de diferenciação progressiva pode gerar significados conflituosos que serão resolvidos por um outro processo previsto por Ausubel, o da *reconciliação integradora*. Neste, na medida em que se diferencia um novo conceito, faz-se uma espécie de recapitulação, re-lembrando como esse novo conceito está relacionado com os mais gerais, os subsunçores, num processo de “descer e subir” pelas estruturas hierárquicas e, assim, os significados serão aperfeiçoados e aumentar-se-á a potencialidade de ancoragens às aprendizagens significativas futuras (Ausubel, 2003).

³ O conceito de “aprendizagem subordinante” é encontrado como “subsunção superordenada” na referência Paulo (2006).

Vale ressaltar que quando não existirem disponíveis, na estrutura cognitiva do aprendiz, idéias âncoras que sirvam de subsunção para o novo conhecimento, cabe ao professor fornecê-las. Ausubel chama esse processo de fornecimento de organizadores avançados, cujo papel é de “preencher a lacuna que existe entre o que o aluno já sabe e o que precisa saber antes de aprender com bons resultados a tarefa a ser desenvolvida” (Ausubel, 1976, apud Palmero, 2008, p. 39).

Embora o professor tenha um papel fundamental no fornecimento de organizadores avançados e seja de sua responsabilidade preparar o material de instrução de forma a possibilitar o processo de ancoragem de conceitos, fator primário para a ocorrência de aprendizagem significativa, apenas isso não é suficiente para garantir que essa aprendizagem, de fato, ocorra. Nesse sentido, Ausubel (2003) aponta três fatores necessários para que a aprendizagem não seja mecânica:

(1) Existência de conhecimento prévio relevante: é necessário que o estudante já tenha uma informação relevante em sua estrutura cognitiva para que esta sirva de âncora aos novos conceitos a serem aprendidos.

(2) Existência de um material potencialmente significativo: o conhecimento a ser aprendido, deve ser relevante ao conhecimento prévio, isto é, deve ter alguma ligação, bem como acrescentar informações úteis às idéias âncoras.

(3) Disposição em se aprender significativamente: não é suficiente existir conhecimentos prévios relevantes e apresentar-se um material potencialmente significativo se o aprendiz não estiver disposto a aprender significativamente. Nesse sentido, é necessário que o aprendiz se disponha a relacionar os novos conhecimentos com aqueles já existentes em sua estrutura cognitiva de uma forma consciente e não trivial.

Destacamos, então, a imprescindibilidade da disposição do aprendiz a aprender significativamente. Por mais que o professor tenha fundamental importância no processo de ensino e de aprendizagem, Ausubel não exime o estudante da responsabilidade pela forma como irá aprender.

A aprendizagem significativa exige que os aprendizes manifestem um mecanismo de aprendizagem significativa (ou seja, uma disposição para relacionar o novo material a ser aprendido, de forma não arbitrária e não literal, à própria estrutura de conhecimentos) e que o material que aprendem seja potencialmente significativo para os mesmos, nomeadamente relacional com as estruturas de conhecimento particulares, numa base não arbitrária e não literal (Ausubel, 2003, p. 72).

Vale um destaque ao termo “potencialmente significativo” utilizado por Ausubel (2003). Palmero (2008) descreve a diferença entre dois tipos de significados, o lógico e o psicológico. Enquanto o primeiro refere-se ao sentido do próprio material em si, o segundo é resultado da relação não-arbitrária e não-literal desse material com a estrutura cognitiva do aprendiz. Desse modo, Ausubel (2003) completa:

É a possibilidade de relacionar de forma não-arbitrária e não-literal, as proposições logicamente significativas [significativas *per se*] à estrutura cognitiva de um aprendiz em particular que as torna potencialmente significativas para o mesmo e torna, assim, possível a transformação do significado lógico em psicológico (p. 78).

Em outras palavras, a possibilidade de um material de aprendizagem ser relacionado de forma não-arbitrária e não-literal ao corpo de conhecimentos do aprendiz, de forma que se aplique o processo de subsunção conceitual, faz com que o material em questão seja **potencialmente** significativo. Destacamos esse termo, pois se “o aluno tiver intencionalidade para aprender de forma mecânica, como comumente ocorre atualmente, não haverá ensino potencialmente significativo que garanta aprendizagem significativa” (Lemos, 2006, p. 56), o que ratifica o critério descrito por Ausubel, da necessidade de o aluno estar disposto a aprender significativamente para que a aprendizagem, realmente, ocorra desse modo.

Para finalizar, julgamos necessário destacar uma interpretação equivocada para o termo Aprendizagem Significativa. Comumente considera-se que a aprendizagem por recepção⁴ trata-se de uma aprendizagem mecânica e a aprendizagem por descoberta trata-se de aprendizagem significativa, o que não é verdade (Ausubel, 2003). Completando o excerto, a afirmação de Ivie (1998):

Aprendizagem por recepção não é invariavelmente mecânica, assim como aprendizagem por descoberta não é sempre significativa. Cada uma – aprendizagem por recepção ou por descoberta – pode ser mecânica ou significativa [...] Toda questão envolvendo aprendizagem mecânica *versus* aprendizagem significativa depende se, ou não, a nova informação está integrada à estrutura cognitiva do aprendiz (p. 7, tradução nossa).

Outra idéia equivocada reside na interpretação dicotômica entre aprendizagem mecânica e significativa. Lemos (2006) destaca que a primeira pode se constituir, até mesmo, como uma etapa para o alcance da segunda:

O conhecimento aprendido mecanicamente pode ir paulatinamente sendo relacionado com novas idéias e reorganizado na estrutura cognitiva caso o sujeito continue interagindo com o novo conhecimento. É essa interação dinâmica que caracteriza a não dicotomia entre essas duas formas de aprendizagem e, como já foi dito, o seu caráter processual (p. 56).

Levando isso em conta, ganha força a afirmação de Ausubel (2003) de que a Aprendizagem Significativa é um processo complexo e exige um longo período para que seja concluído. É só com o tempo que os significados irão se consolidar na estrutura cognitiva do aprendiz e, à medida que ficar mais estável e organizada, “maior será sua possibilidade de perceber novas informações, realizar novas aprendizagens e de agir com autonomia na sua realidade” (Lemos, 2006, p. 56).

De forma a complementar e enriquecer a Teoria da Aprendizagem Significativa, Joseph Novak desenvolveu uma ferramenta que pode possibilitar a visualização de alguns aspectos relacionados à estrutura cognitiva do aprendiz e, com ela, esperamos ter condições de visualizar a ocorrência, ou não, de aprendizagem significativa de determinado conhecimento.

Mapas Conceituais

Ao longo de uma pesquisa de um grupo liderado por Joseph Novak em Cornell, procurou-se investigar a evolução do saber científico de crianças. Como estava difícil de perceber a evolução

⁴ Tipo de aprendizagem na qual é exigido que o indivíduo aprenda e recorde o significado de um material a ele exposto. É oposta à aprendizagem por descoberta, na qual o material não é apresentado ao aprendiz, mas sim descoberto por ele próprio.

dos saberes baseando-se unicamente nas transcrições das entrevistas realizadas com os meninos e meninas, surgiu a idéia dos mapas conceituais.

Alguns autores como Åhlberg (2004) afirmam que pesquisadores como Stewart, Van Kirk e Rowell já teriam usado ferramenta semelhante aos mapas antes de Novak e reivindicaram sua autoria. Entretanto, a maior parte dos pesquisadores credita à Novak a autoria dessa ferramenta que, segundo Moreira (1997, p. 8), foi desenvolvida por aquele autor para promover a aprendizagem significativa.

Novak (2003, apud Dutra, Fagundes & Cañas, 2004, p. 2) define mapa conceitual ou mapa de conceito como sendo “uma ferramenta para organizar e representar conhecimento”. Moreira (1997, p. 1) detalha um pouco mais ao defini-los como “diagramas indicando relações entre conceitos ou entre palavras que usamos para representar conceitos”.

Ao confeccionar um mapa conceitual, evidenciam-se os principais conceitos de uma disciplina, livro, artigo, enfim, qualquer texto que se queira representar pelo mapa, colocando-os dentro de uma figura geométrica como retângulos ou elipses⁵. Na seqüência, liga-se com um traço os conceitos que tem alguma relação, sendo fundamental que se especifique por uma palavra ou mais o tipo de relação existente entre eles. Pela definição de Novak (1988, apud Pena et al, 2005), essas são chamadas de *palavras de ligação*. A tríade “conceito – palavra de ligação – conceito” constitui uma proposição que, por sua vez, forma os alicerces da construção do conhecimento.

Tendo isso em mente, fica evidente a importância de especificar como se dá a relação entre dois conceitos com as palavras de ligação. Dutra, Fagundes & Cañas (2004), afirmam que essas palavras têm função estruturante em um mapa, e são elas que os distinguem de outras representações gráficas. Nesse sentido, Moreira (2006a, p. 45) completa afirmando que na ausência desse elemento, o mapa não passa de um quadro sinótico que enfatiza “apenas relações (geralmente pobres) de subordinação, omitindo importantes relações horizontais e outras relações cruzadas”, o que acabaria por restringir o potencial dos mapas conceituais. O mesmo autor infere que, nas primeiras versões, as linhas de ligação entre os conceitos não eram rotuladas, posteriormente é que se implementou essa revolução e aumentou-se a potencialidade instrucional dos mapas, permitindo a revelação não apenas de relações triviais pobres. Percebemos então, que a análise das palavras de ligação é um rico instrumento para identificação do tipo de relações, estabelecidas pelo sujeito, entre os conceitos.

Dependendo de como se dispõe os conceitos e de como se faz a conexão entre eles, autores como Åhlberg (2008) e Tavares (2007) classificam os mapas conceituais em teia de aranha, fluxograma, cíclico, entrada e saída e hierárquico. É especificamente neste último que concentraremos nossa atenção.

No desenvolvimento do mapa conceitual hierárquico é fundamental a disposição hierárquica dos conceitos. Conceitos mais gerais e inclusivos devem aparecer no topo do mapa, ao passo que os mais específicos e menos inclusivos devem aparecer na base. Outro aspecto que pode contribuir na interpretação de como um conhecimento foi assimilado pelo aprendiz, é analisando a relação construída entre dois conceitos pelas palavras de ligação, ao longo dessa disposição hierárquica.

Por meio da análise da estrutura hierárquica do mapa, aliada à forma como foram construídas as proposições, o mapa pode ser utilizado como indicativo de como o aprendiz está assimilando o conteúdo conforme defendido por Moreira e Masini (1982):

⁵ Embora essas sejam as figuras mais utilizadas, em nada interferem na estrutura do mapa.

Outra potencialidade dos mapas conceituais é sua utilização como instrumento de avaliação. Avaliação, não no sentido de testar conhecimento e atribuir nota ao aluno, mas no sentido de se obter informações sobre o tipo de estrutura que o aluno vê para um dado conjunto de conceitos. (p. 52).

Nesse sentido, é válido destacar que não existe um mapa conceitual certo ou errado. Cada mapa reflete unicamente como determinado conteúdo está organizado na estrutura cognitiva de seu autor e é, justamente, com esse propósito que os utilizaremos em nossa pesquisa.

Mediante a análise de mapas conceituais elaborados pelos alunos, procuraremos detectar indícios da ocorrência de aprendizagem significativa do conceito de Funções. Consideraremos como indicativos desse tipo de aprendizagem:

1. A presença de uma estrutura hierárquica no mapa, o que é condizente com a Teoria da Aprendizagem Significativa;
2. A presença de ligações cruzadas e conseqüente aparência ramificada do mapa, ao passo que mapas essencialmente lineares denotam uma estrutura cognitiva pobre e mapas repletos de ligações cruzadas indicam uma estrutura rica (Tavares, 2007);
3. Análise das palavras de ligações, levando em consideração a classificação dos níveis de implicações significantes elaboradas por Piaget e Garcia (1989, apud Dutra, Fagundes & Cañas, 2004) que detalhamos a seguir.

A primeira classe é a das palavras que indicam uma *implicação local*, ou seja, são aquelas resultantes da observação direta dos conceitos. Geralmente os verbos “é” e “tem”, por exemplo, são enquadrados nessa classe. Contudo, a utilização dessas palavras não necessariamente representa uma implicação local, este sentido é dado às ligações óbvias e sensoriais entre os conceitos, como, por exemplo, na proposição “violetas são azuis”. A cor azul é uma característica facilmente percebida de forma sensorial nas violetas, não demonstrando, essa proposição, um pensamento ou análise mais profunda da relação entre os conceitos, sendo assim, é considerada uma implicação local.

A segunda classe representa uma *implicação sistêmica*. Nesta, começam a aparecer indícios de generalizações e de propriedades não diretamente observáveis resultantes de alguma reflexão entre os conceitos “dando conta de causas e conseqüências sem ainda levar a explicação e/ou justificativas. Como? Por quê? Essas são perguntas que ainda não tem resposta” (Dutra, Fagundes & Cañas, 2004, p. 6). Nesse sentido, uma implicação sistêmica demonstra uma maior elaboração conceitual quando comparada a uma implicação local, uma vez que, agora, as propriedades existentes entre os conceitos relacionados não são imediatamente observáveis. No entanto, o fato de não esclarecer o porquê ou como os conceitos estão relacionados, faz com que a implicação sistêmica não denote o ápice da abstração conceitual.

Por fim, a terceira classe reflete uma *implicação estrutural*, que dá explicação das razões que motivaram a ligação entre os conceitos, sendo, então, indicativo de forte abstração conceitual.

Desse modo, uma mapa conceitual que apresentar uma disposição hierárquica com ligações cruzadas e que evidencie implicações sistêmicas e estruturais, poderá ser considerado como indicador da ocorrência de aprendizagem significativa.

Metodologia

No intuito de propor um ensino que não privilegie uma apresentação essencialmente formal e dedutiva do conteúdo de Funções e que vise ofertar uma aprendizagem contextualizada e significativa desse conceito, adotamos uma das novas tendências em Educação Matemática, o uso da História da Matemática no ensino, como estratégia para o alcance de tais objetivos.

Adotando a história como elemento orientador da sequência de trabalho e seguindo uma perspectiva evolucionista linear de seu uso⁶, propomos uma sequência didática que inicia o estudo das Funções por conceitos que contribuíram para sua formalização ao longo da história. Nessa ordem, tal qual ocorreu epistemologicamente, abordamos os conceitos de relação de dependência, representações tabulares, reconhecimento de padrões, variável, representações gráficas, linguagem algébrica e representação analítica, culminando na formalização daquele conceito.

Cada um dos conceitos que atuaram como base para a formalização conceitual das Funções ao longo da história foi abordado, pedagogicamente, em uma atividade envolvendo algumas situações-problema. Esperávamos que cada um deles se constituísse como conhecimento prévio para o estudo dos conceitos subsequentes. Dessa forma, confiávamos que cada novo conhecimento seria ancorado nos conceitos previamente estudados, o que resultaria em um processo de aprendizagem significativa.

Paradigma adotado

Como o objetivo de nossa investigação era identificar se o conteúdo matemático Funções, trabalhado pedagogicamente mediante uma sequência didática proposta numa perspectiva histórica, foi apreendido significativamente pelos estudantes, optamos pela análise qualitativa, uma vez que esta, segundo Paulo (2006), é a mais adequada na busca de evidências de aprendizagem significativa.

Como formato de pesquisa qualitativa, adotamos uma estratégia que aplica alguns dos aspectos da Engenharia Didática (Almouloud, 2008; Pais, 2002) ao realizarmos análises *a priori* e *a posteriori* da sequência aplicada⁷.

Na análise *a priori* evidenciamos nossos objetivos com tais atividades, bem como nossa expectativa de como os alunos iriam se portar durante seu desenvolvimento, destacando tanto as eventuais dúvidas e problemas que poderiam surgir quanto possíveis estratégias a serem adotadas para contorná-los. Na análise *a posteriori* relatamos os episódios ocorridos durante a aplicação, sempre os relacionando com nossas expectativas descritas *a priori*, analisando se nossas suposições foram verdadeiras, se as estratégias de contorno foram válidas, interpretando o comportamento e o desempenho dos indivíduos, além de detalhar eventos inesperados.

Esse paralelo entre as suposições *a priori* e os relatos *a posteriori* nos permitiram chegar a algumas considerações a respeito da validade, pertinência e eficácia da proposta e, dessa forma, apontar aspectos relevantes que possam ser aplicados na prática pedagógica, bem como sugerir novas investigações em outros aspectos.

⁶ Essa perspectiva defende a idéia de que todo o processo cultural do passado projeta-se biologicamente sobre o futuro, interferindo e determinando o seu curso. Calcada em um princípio genético, parte do pressuposto que o desenvolvimento psíquico da criança é uma repetição abreviada da evolução filogenética, sendo que por evolução filogenética devemos entender o processo de produção sócio-histórica do conhecimento no passado (Miguel & Miorim, 2004).

⁷ Neste artigo, não nos preocupamos em descrever as análises *a priori* nem mesmo as *a posteriori*, apenas mencionamos sua utilização no intuito de detalhar a metodologia utilizada na investigação.

Os sujeitos

Pelo nosso objetivo ser detectar indícios de aprendizagem significativa de Funções, com seu ensino baseado na perspectiva histórica, era fundamental que os estudantes ainda não tivessem tido contato com esse conteúdo. Ademais, era necessário que já tivessem maturidade suficiente para um tratamento formalizado das Funções. Desse modo, julgamos ser mais adequado trabalhar com uma turma de oitava série.

A turma escolhida, de uma escola pública do município de Paranaíba – PR, tinha um perfil bastante eclético contando com estudantes de diferentes rendimentos escolares e classes sociais. Antes da aplicação, já havíamos sido informados que não era uma turma fácil de trabalhar, justamente pela diversidade presente, com alunos de treze a quinze anos, sendo que alguns eram repetentes.

Procedimentos

A intervenção foi realizada em dez encontros com uma carga-horária de duas horas/aula geminadas cada um e seria aplicada em horário escolar durante as aulas regulares de Matemática. A pedido da professora titular da disciplina, as atividades desenvolvidas contariam como atividades normais de aula programadas para o ano letivo, contando, inclusive, como parte da nota trimestral dos estudantes.

A sequência se constituiu de situações-problemas com um objetivo em comum. A primeira estava relacionada com o estudo de Relações de Dependência e envolvia duas situações. A segunda e terceira, constituídas por três situações, trabalhavam Tabelas e a identificação de Regularidades. Na quarta atividade, três situações objetivavam a identificação de Regularidades e a introdução do conceito de Variável. Na quinta atividade, contando com cinco situações-problema, abordamos as Representações Gráficas de Funções para, por fim, na atividade seis, trabalharmos com a linguagem Algébrica e a representação Analítica de Funções ao longo de quatro situações.

Todas as situações foram realizadas em grupos de dois a quatro estudantes e após o fim de cada de cada atividade os estudantes deveriam entregar um mapa conceitual, construído individualmente, com os principais aspectos abordados. Esses mapas conceituais, além de dar condições de acompanharmos a aprendizagem dos alunos, serviram para familiarizá-los com essa ferramenta e para que praticassem sua construção, visto que, ao final da sequência didática deveriam construir um mapa final sobre Função envolvendo os principais conceitos trabalhados ao longo da intervenção. A partir da análise desses mapas, bem como das respostas das atividades, buscamos indícios da ocorrência de aprendizagem significativa.

Dividimos a intervenção em três partes: *atividades iniciais*; *desenvolvimento das atividades*; *avaliação da qualidade da aprendizagem*.

As *atividades iniciais* objetivavam ensinar os estudantes a construírem Mapas Conceituais, visto que, como mencionado, essa foi a ferramenta que escolhemos para completar a verificação da ocorrência de aprendizagem significativa, juntamente com a análise das respostas das atividades e uma entrevista semi-estruturada sobre os mapas elaborados pelos alunos.

O *desenvolvimento das atividades* foi realizado durante oito encontros, também com duas horas-aula geminadas cada um.

Em cada atividade os alunos trabalharam em grupos de três a quatro integrantes, totalizando, inicialmente, treze grupos. No entanto, alguns acabaram se dividindo, chegando a totalizar quinze grupos ao longo da aplicação. Nessas atividades, cada equipe teve contato com pelo menos uma noção matemática importante que contribuiu, ao longo da história, para a formalização do conceito matemático de Função. Nossa intenção era que cada um desses conceitos se constituísse

como um conhecimento prévio para o próximo a ser estudado na sequência didática, atuando como base de sustentação para o novo conhecimento.

Para acompanhar o processo de aquisição conceitual, bem como para avaliarmos como esses conceitos estavam relacionados, propusemos que um mapa conceitual fosse elaborado individualmente ao final de cada atividade. Esse mapa deveria relatar o entendimento do estudante sobre os conceitos trabalhados em cada conjunto de situações-problema.

Por fim, a fase de *avaliação da aprendizagem* correspondeu à elaboração de um mapa conceitual final sobre Funções por cada aluno, sucedida de uma entrevista semi-estruturada na qual cada estudante explicou seu mapa. A estruturação da entrevista se deu mediante a análise dos mapas conceituais e à caracterização de ligações conceituais que poderiam indicar a ocorrência de aprendizagem significativa, sendo assim, perguntamos o que o aluno quis dizer ao estabelecer aquela ligação. Pela resposta, pudemos reforçar, ou não, o indicativo de aprendizagem significativa. Também questionamos a respeito de ligações confusas que não se apresentavam como logicamente corretas. Nossa intenção, com estes questionamentos, foi de buscar a possibilidade de alguma aprendizagem que, talvez, não tenha ficado clara devido a forma como o aluno se expressou.

Resultados

Atividade 1:

A atividade 1 tinha por objetivo o tratamento das Relações de Dependência abordadas de forma essencialmente qualitativa. Constituída por duas situações-problema, atuou como um organizador avançado para o estudo da relação de dependência e, conseqüentemente, de Funções. A atividade visava a percepção dessas relações envolvidas em uma cadeia alimentar, na qual o número de indivíduos de determinada espécie depende da quantidade de predadores e presas existentes, e na escolha do caminho para o trabalho, na qual adversidades do trânsito interferem na escolha do trajeto a ser percorrido pelo motorista.

Logo de imediato tivemos amostras do impacto causado pela escolha de situações da natureza (cadeia alimentar) para trabalhar um conceito matemático. Foram comuns manifestações do tipo:

“Professor, mas isso é Ciências”.

“Não era pra ser aula de Matemática?”

“Cadê as contas?”

A partir disso, pudemos tirar a primeira conclusão a respeito do ensino de Matemática. Ele realmente ocorre de forma desligada da realidade e da natureza, contextos que originaram aquela Ciência, ao passo que ao apresentar um conceito matemático desligado de números e equações, suscitou questionamentos de esse contexto se relacionar ou não à Matemática.

Com respeito ao foco central da situação-problema, conseguimos obter indícios de compreensão do conceito de *Relação de Dependência*. Em alguns casos, o indício ficou restrito ao uso de exemplos e não ficou explícito o fato de o tamanho da população depender da quantidade de presas e de predadores.

No que tange à segunda situação, das relações de dependência envolvidas na escolha do caminho para o trabalho, constatamos a importância de o aprendiz estar disposto a aprender significativamente para se atingir uma aprendizagem significativa. A situação-problema apresentava um mapa de uma cidade fictícia, seguida de um texto de cerca de meia página contendo informações sobre inviabilidades de se tomar certos caminhos, pelas ruas da cidade, em determinados dias da semana e condições climáticas. Essas informações eram essenciais para se

evidenciar as relações de dependência envolvidas no exercício. No entanto, grande parte dos alunos sequer leu esse texto, demonstrando falta de interesse, de espírito investigativo e de comprometimento com as atividades escolares. Talvez, o próprio sistema de ensino, da forma como está estruturado, contribua para alunos com essas características, sem estímulo para investigar e buscar soluções, apenas ficam na expectativa de uma expressão na qual possam substituir valores e prontamente obter respostas.

Outro fator que dificultou o tratamento conceitual envolvido na atividade foi a indisciplina reinante na turma. Devido ao desinteresse e às conversas paralelas, não foi possível o fechamento da atividade, momento em que formalizaríamos as relações de dependência. Dessa forma, sem essa imprescindível etapa do ensino, não tivemos condições de favorecer o estabelecimento do conceito nas estruturas cognitivas dos estudantes, o que pode ter tornado a aprendizagem bastante superficial e rudimentar. Essa falta de interesse da turma exemplifica o que seria a não disposição em se aprender significativamente e, portanto, pode ter inviabilizado a ocorrência de aprendizagem significativa nesse momento.

Atividade 2:

A atividade 2 objetivava o estudo de tabelas, visto que, epistemologicamente, o homem utilizou esses instrumentos para anotar suas observações da natureza e, posteriormente, viriam a facilitar a visualização de padrões e regularidades, conceitos importantes que contribuiriam para a formalização das Funções.

Em um primeiro momento, na atividade 2, trabalharíamos as tabelas como um organizador do conhecimento para, na atividade 3, iniciar o reconhecimento das relações de dependência e das regularidades nelas envolvidas. No entanto, devido aos problemas de indisciplina e dificuldade de fechamento ocorridos na atividade 1, optamos por suprimir essa atividade e, assim, ter mais tempo e condições de ofertar uma aprendizagem mais efetiva dos conceitos envolvidos nas atividades seguintes. Pela atividade 3 também abordar as tabelas, acreditamos que o fato de suprimir aquela, não seria prejudicial ao desenvolvimento de nossa pesquisa.

Atividade 3:

Conforme mencionado, as tabelas facilitaram o reconhecimento de padrões e regularidades ao longo da história. Com base nisso, também as apresentamos em nossa sequência didática. Três situações problemas compunham essa atividade, a primeira delas apresentava uma tabela com a temperatura de fervura da água dependendo da pressão atmosférica, a segunda uma tabela com preços a serem pagos por fotocópias em preto e branco e em cores e, a terceira, os valores a serem pagos por uma corrida de táxi dependendo da bandeirada e da quantidade de quilômetros rodados.

Pela análise das respostas dos exercícios, tanto o tratamento qualitativo quanto quantitativo das relações de dependência, bem como a identificação de regularidades, foram corretamente evidenciados pelos estudantes. Entretanto, não consideramos que esse sucesso nas respostas seja um indicativo de uma compreensão conceitual.

Por mais que tivéssemos destinado mais tempo para a resolução da atividade, no intuito de conseguir realizar seu fechamento e formalizar os conceitos trabalhados, a falta de interesse dos estudantes, novamente, não permitiu essa formalização. A exemplo da atividade anterior, a aprendizagem pode ter acontecido de forma rudimentar. Reforçamos essa afirmação pela análise dos mapas conceituais, dos quais apenas um (Figura 1) indicou entendimento das Regularidades pela referência feita ao conceito de “Padrão”.

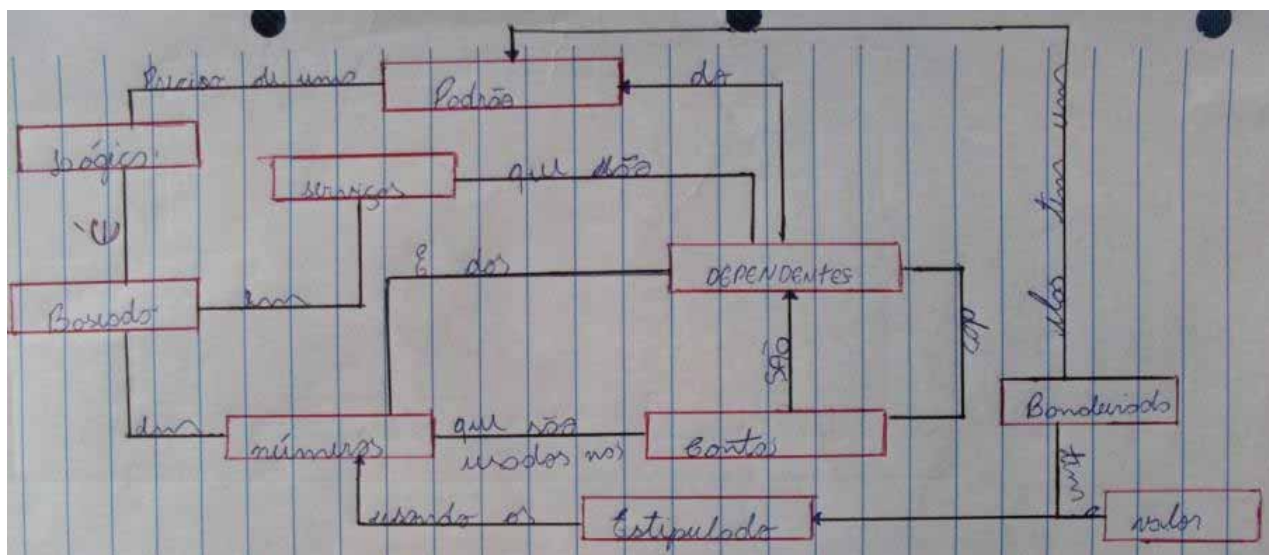


Figura 1. Mapa Conceitual elaborado após a Atividade 3.

Apesar de apresentar algumas ligações confusas, esse mapa pôde ser considerado como um indicador de ocorrência de aprendizagem significativa, pois, além de exibir uma estrutura hierárquica, com o conceito de Padrão em seu topo, notam-se algumas proposições interessantes, como: Padrão *precisa de uma* Lógica. Consideramos essa ligação muito significativa, podendo ser interpretada como uma implicação estrutural (Dutra, Fagundes & Cañas, 2004), visto que especifica o “como” os conceitos estão interligados, à medida que, para se haver um padrão, é necessário que haja uma regularidade, uma lógica, uma organização. Se os números, por exemplo, estiverem dispostos aleatoriamente, não existe um padrão.

Apesar de alguma necessidade de explicação de relações que não estão claras⁸, o mapa descreve que os “padrões” podem ser encontrados em “serviços” (situações) que são dependentes de números e de contas, bem como nos serviços que envolvem alguma dependência com números e contas. Interessante perceber que o conceito de Relação de Dependência está presente nesse mapa, sugerindo que foi aprendido significativamente, ao passo que ficou armazenado em sua estrutura cognitiva e foi relacionado com o novo conhecimento (Hay, 2007).

Mesmo que não tenha ocorrido o fechamento da atividade, o mapa desse aluno indicou o estabelecimento de proposições significativas entre os conceitos previamente estudados e seus conhecimentos anteriores. No entanto, a construção de uma aprendizagem significativa do conceito de Padrão ainda está sendo elaborada e possivelmente necessitará de outras situações diferentes para que possa transformar-se em âncora na estrutura cognitiva.

Acreditamos que nossa estratégia de ensino estava restrita à aprendizagem por descoberta, a qual Ausubel (2003) descreve como aquela em que “o conteúdo principal do que está por aprender não é dado, mas deve ser descoberto de modo independente pelo aprendiz antes de este o poder interiorizar” (p. 47). No entanto, o mesmo autor garante que “As funções de transferência da estrutura cognitiva se aplicam de forma mais significativa à aprendizagem por recepção do que à resolução de problemas [típica aprendizagem por descoberta]” (p. 45).

⁸ Não realizamos entrevistas com autores dos mapas conceituais parciais devido a falta de tempo para tal. Apenas os mapas conceituais finais foram explicados por seus autores, lembrando que esse processo é recomendado para destacar algumas evidências de estruturação significativa do conteúdo que, eventualmente, não fiquem claras apenas pela observação do mapa.

Levando isso em conta, optamos, então, por mudar nossa postura e introduzir momentos expositivos em nossa intervenção, mediante a resolução de algumas atividades e por meio da oferta de exemplos para se tentar alcançar mais casos de aprendizagem significativa.

Atividade 4:

A atividade 4 visava trabalhar o reconhecimento de regularidades e introduzir o conceito de variável. As duas primeiras situações envolviam uma série de sequências, primeiramente numéricas, nas quais os estudantes deveriam indicar seus próximos termos e, posteriormente, sequências de figuras que apresentavam um ciclo de repetição, como por exemplo: ♪ ☺ ☀ ♪ ☺ ☀... Nestas, os estudantes deveriam mencionar qual figura apareceria em determinada posição da sequência. O objetivo era que constatassem que, neste caso, nas posições múltiplas de três sempre apareceria o sol e, conseqüentemente, elementos das posições $3x-1$ e $3x-2$ seriam a carinha e a nota musical respectivamente. Com essa percepção, estabeleceriam os padrões de variação e destacariam as regularidades.

A terceira situação, apresentava sequências de figuras, como conjuntos de pontos (Figura 2). Além de se abordar o reconhecimento de padrões por questionamentos de quantos pontos haveriam em dada posição, sabendo que a sequência variava conforme uma lógica, os estudantes deveriam responder quantos pontos haveria em uma posição genérica dessa sequência. Para tal, surge a necessidade de uma forma de representação dessa entidade “genérica”, tal como ocorreu ao longo do desenvolvimento epistemológico, e o conceito de variável começa a ser abordado.



Figura 2: Sequência de pontos utilizada na atividade 4

Em virtude dos problemas de disciplina e comprometimento da turma, como já relatamos anteriormente, fundamentamo-nos na teoria de Ausubel e optamos por inserir mais momentos expositivos em nossa intervenção. Deste modo, antes de os alunos resolverem as situações em grupos, fornecemos alguns exemplos e até mesmo resolvemos alguns itens presentes nas atividades, no intuito de atingir a formalização dos conceitos abordados e contribuir para a tomada de consciência dos aprendizes em relação aos conteúdos trabalhados.

Após essa mudança de nossa postura, foi notável, também, a mudança do comportamento dos alunos. Foi evidente a melhora no comprometimento e envolvimento dos grupos com as atividades, ratificando a necessidade descrita por Ausubel de que um ensino expositivo pode facilitar o processo de aprendizagem significativa. Percebemos uma maior maturidade da turma, não somente nas atitudes, mas também nas respostas das situações-problema. Nestas, evidenciamos indícios de formalizações conceituais, principalmente com relação ao reconhecimento de regularidades, sobre as quais os estudantes já começaram a apresentar expressões matemáticas que representavam, por exemplo, a quantidade de pontos presentes nos termos da sequência da Figura 2, dependendo da posição que o elemento ocupa na sequência, por “ $Q = (P+1) \cdot (P+1)$ ”.

Embora formulações como estas tenham sido apontadas pelos estudantes, já utilizando a manipulação de variáveis, não podemos afirmar que houve uma efetiva compreensão conceitual desse elemento por todos os alunos. Vários mapas conceituais trataram “variáveis” no sentido de “variedade” e “diversidade”, sugerindo que conseguem aplicar essa entidade, mas que ainda não aconteceu uma efetiva formalização conceitual, isto é, o conceito ainda não tomou seu lugar nas estruturas cognitivas dos indivíduos.

Entretanto, em pelo menos dois mapas (figuras 3 e 4), pudemos recolher alguns indicativos de ocorrência de Aprendizagem Significativa.

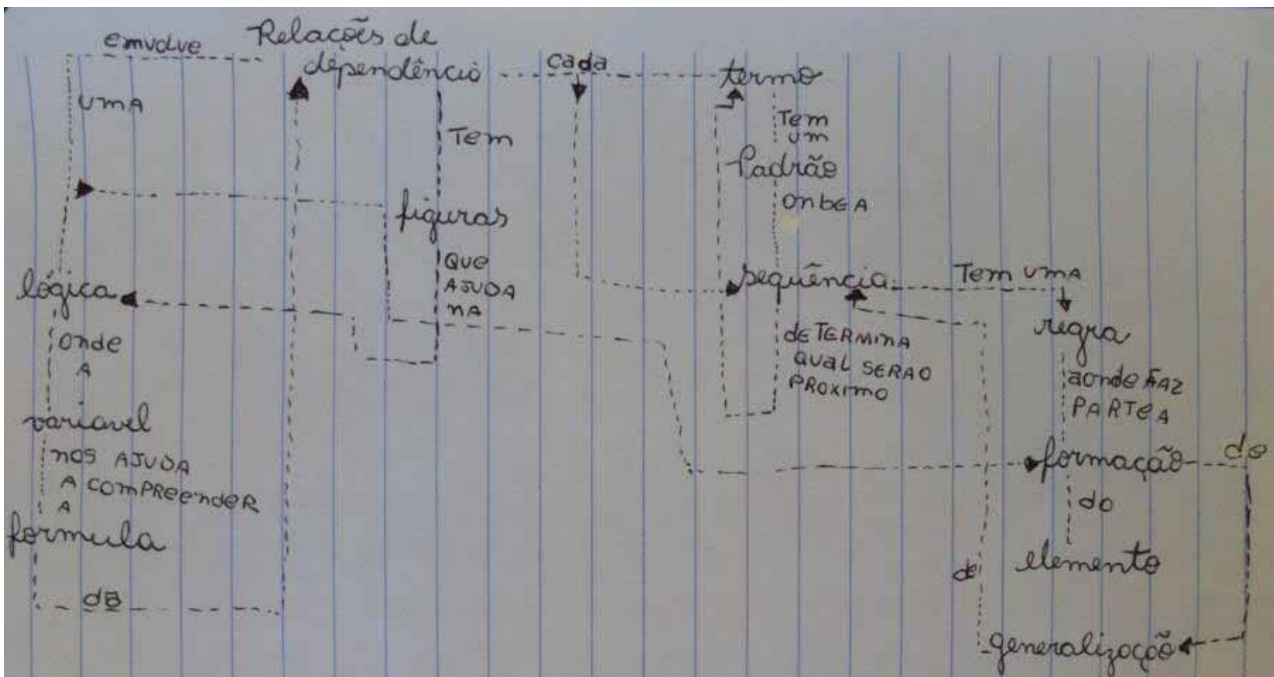


Figura 3: Mapa conceitual elaborado ao fim da atividade 4.

No mapa da figura 3, a aluna representa que o papel da Variável é fazer com que haja uma compreensão da Fórmula. Embora não seja uma implicação estrutural (Dutra, Fagundes & Cañas, 2004), se trata de uma implicação válida. Existe, também, várias outras ligações significativas no mapa, como: “Relações de Dependência envolve uma Lógica”, “Relações de Dependência envolve uma Formação de Generalização de Sequência tem uma Regra”, “cada Termo tem um Padrão onde a Sequência determina qual será o próximo Termo”, entre outros. Embora o conceito de variável ainda não tenha se estabelecido rigorosamente na estrutura cognitiva dessa aluna, percebe-se que os outros conhecimentos aprendidos até agora, podem estar bem estruturados.

O mesmo acontece com o mapa da figura 4, as ligações do conceito de Variável ainda são caracterizadas mais como uma implicação local, pois “toda Fórmula tem Variável”, “Relações de Dependência existia uma Variável”, “Variável forma Contas” são ligações mais diretamente observáveis (Dutra, Fagundes & Cañas, 2004), no entanto, são válidas. Assim como no mapa anterior, percebemos a presença de outras ligações significativas como “Relações de Dependência depende da Fórmula que tem uma Lógica precisa de um Padrão”, as quais sugerem que o estudante está integrando os conceitos trabalhados.

Atividade 5:

Desenvolvemos a atividade 5 como um caso propício à aprendizagem combinatória. Embora tinha por objetivo iniciar as representações gráficas de Funções, também abordava diretamente as relações de dependência entre variáveis, bem como o reconhecimento de padrões. Dessa forma, a ferramenta “gráfico” atuou, nessa atividade, como um instrumento capaz de integrar os principais conceitos trabalhados na sequência didática até então e, assim, constituiu-se como um momento propício para detectar, ou não, a ocorrência de aprendizagem significativa dos conceitos já trabalhados.

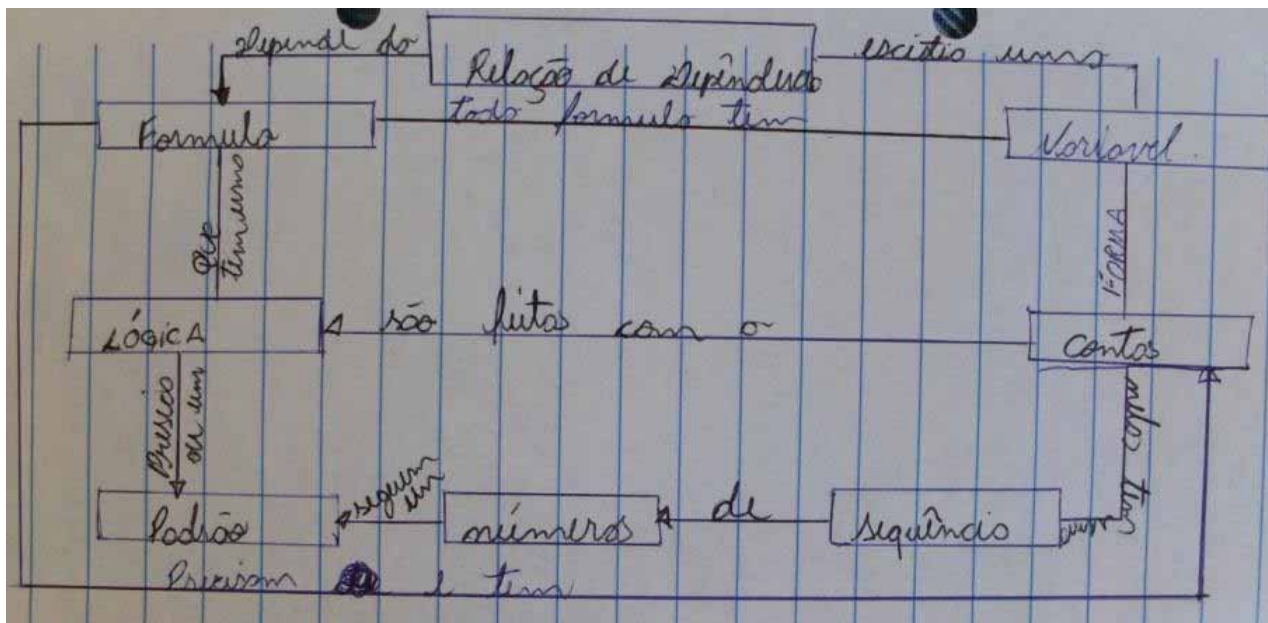


Figura 3: Mapa conceitual elaborado ao fim da atividade 4.

A atividade apresentava cinco situações-problema envolvendo um gráfico cada uma. Todos eles eram seguidos de um rol de itens que motivavam o aluno a destacar as relações de dependência e as regularidades envolvidas, a identificar e manipular variáveis presentes e a elaborar uma expressão matemática que representasse cada fenômeno. Seguindo nossa mudança de postura, novamente resolvemos alguns exemplos de forma expositiva para tentar alcançar mais casos de aprendizagem significativa.

Acreditávamos que os itens relacionados à elaboração da expressão matemática seriam bastante difíceis e desafiadores, em virtude do alto grau de abstração presente nessa tarefa. No entanto, surpreendeu-nos a grande quantidade de alunos que tiveram êxito na formulação das expressões. Com respeito à leitura dos gráficos, ao entendimento das relações de dependência e ao reconhecimento das regularidades envolvidas, também obtivemos indicadores de boa compreensão mediante a análise das respostas das atividades. No entanto, a exemplo da atividade 4, percebemos a competência na manipulação de variáveis, porém, não o seu entendimento conceitual, já que grande parte dos mapas conceituais evidenciou uma interpretação equivocada, novamente as interpretando no sentido de variedade e diversidade.

Selecionamos um mapa conceitual (Figura 4), elaborado após a atividade 5, que exemplifica o reconhecimento de aspectos passíveis de serem relacionados com o processo de aprendizagem significativa dos conceitos abordados até o momento.

Imediatamente notamos no mapa uma estrutura tipicamente hierárquica, o que sugere que o conhecimento está bem organizado nas estruturas cognitivas do aprendiz. O mapa também evidencia o trabalho com variáveis, tanto dependentes quanto independentes, realizado na atividade 5.

Talvez a proposição mais significativa seja a que o aluno relaciona as variáveis dependentes e independentes “com um certo Padrão” e que estão “em função de alguma grandeza”. Essas ligações sugerem o entendimento de que Função é uma associação entre variáveis de acordo com uma lei ou regra de formação, que denota um padrão. Destacamos, também, o indicativo de entendimento a respeito de variáveis dependentes e independentes quando o aluno menciona todas estar em função de alguma grandeza “exceto as independentes”. Por essas considerações, classificamos essas ligações como implicações estruturais (Dutra, Fagundes & Cañas, 2004), sendo um forte indicativo de que a aprendizagem foi significativa.

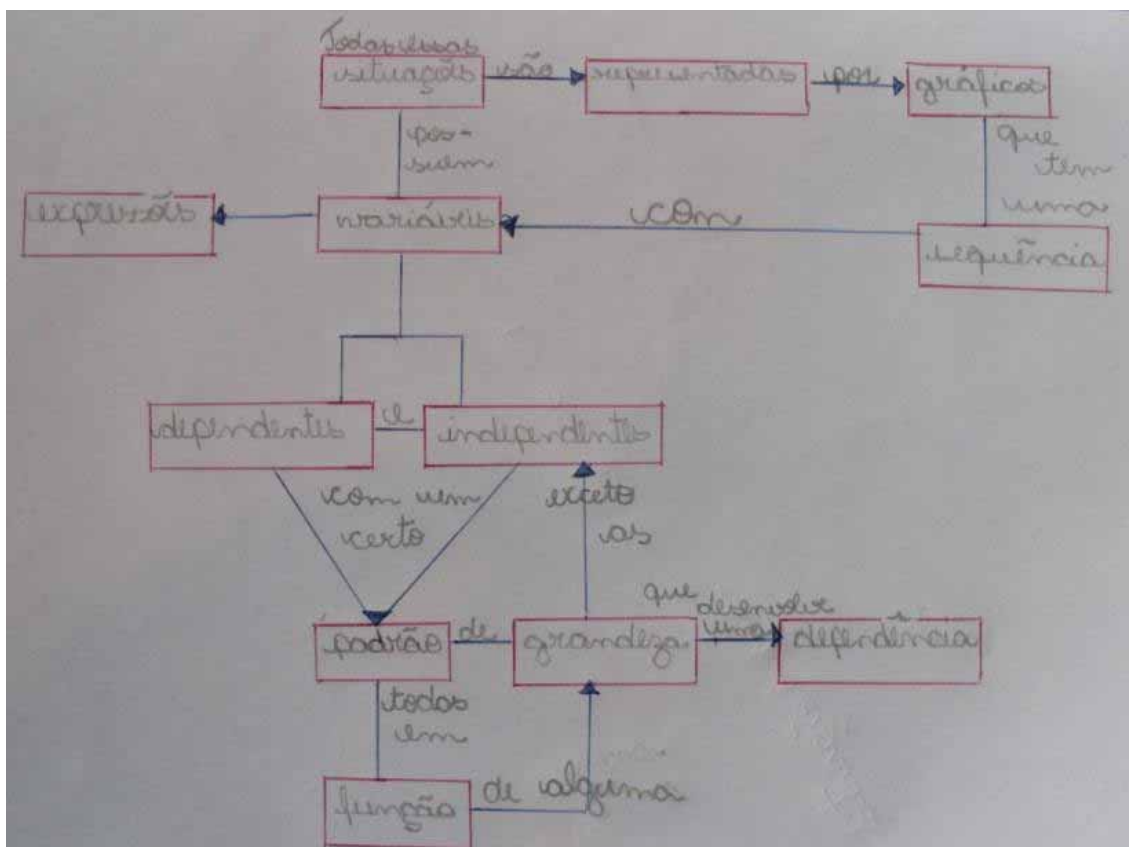


Figura 4: Mapa conceitual elaborado ao fim da atividade 5

Embora o estudante tenha evidenciado o entendimento do conceito de variáveis em seu mapa mediante ligações estruturais, ainda ficou indicada a compreensão equivocada de variáveis como “diversas” ou “diferentes” pela ligação “Sequência com Variáveis Expressões”. Apesar desse contexto equivocado dado à palavra “variável”, a proposição não deixa de ser válida. Por meio dela, o estudante deixa claro que existem várias leis de formação que podem se aplicar à sequências e gráficos, o que pode sugerir uma interpretação não literal das expressões matemáticas envolvidas nas Funções.

Atividade 6:

A atividade 6 era composta por quatro situações-problema. A primeira delas visava formalizar a notação algébrica por meio de exercícios como “Quando João nasceu, Téo tinha 3 anos. Escreva a idade de João (J) em função da idade de Téo (T)” (Chaves & Cavalho, 2004).

Por mais que os alunos já estivessem trabalhando com a notação algébrica nas situações anteriores, em que elaboravam expressões matemáticas para representar fenômenos, julgamos conveniente um tratamento mais exclusivo desse conceito.

A segunda e a terceira situação-problema seguiam os moldes da atividade 5, um gráfico seguido de questões a respeito das relações de dependência, do reconhecimento de variáveis e regularidades envolvidas, bem como a elaboração de uma expressão matemática que representasse o fenômeno. O maior índice de acertos na elaboração das expressões, quando comparados com os resultados da atividade 5, nos sugere a importância da formalização da notação algébrica. Talvez sua abordagem exclusiva em uma situação-problema pode ter contribuído para o índice de acertos ainda maior nas expressões matemáticas construídas pelos alunos.

Por fim, a última situação-problema objetivava formalizar o conceito de Funções por meio de exercícios descontextualizados. Nesta, não nos prendemos a nenhum fenômeno para trabalhar com as Funções, elas foram vistas apenas pela sua notação $f(x)$ a exemplo do que aconteceu ao longo do desenvolvimento epistemológico, em que essa notação apareceu tardiamente quando as Funções atingiram um alto grau de abstração e generalização.

Como a descontextualização desempenha um papel fundamental no ensino de matemática e aliando a defesa de Ausubel (2003) a respeito da necessidade do expositivo para se atingir a aprendizagem significativa, decidimos resolver na lousa essa última situação. Buscamos deixar claro que as expressões ligadas à notação $f(x)$ referiam-se a um padrão percebido e descrito matematicamente, tal qual os estudantes haviam feito nas atividades anteriores. Agora, não era necessário achar uma fórmula matemática que representasse a situação, esta já foi fornecida. Restava então, apenas entendê-la e manipulá-la.

Acreditamos que todo tratamento inicial da sequência didática fez com que os alunos tenham percebido o sentido da expressão matemática envolvida nas Funções e se tornaram capazes de relacioná-la à prática.

À medida que resolvíamos o exercício, os alunos ofereciam suas contribuições, bem como evidenciavam dúvidas que eram resolvidas com nosso auxílio. De forma geral, os alunos demonstraram interesse, participação e, ao que nos parece, poucas dúvidas ao fim da intervenção.

Infelizmente, esse foi o último momento da nossa prática pedagógica com a turma. Seria interessante continuar com o tratamento descontextualizado de funções para termos melhores condições de julgamento da ocorrência de uma aprendizagem significativa, ou não. De qualquer forma, temos convicção que as expressões matemáticas a serem abordadas nos futuros tratamentos com Função terão, para esses alunos, um maior sentido e uma maior proximidade com suas realidades.

Levando em consideração as dificuldades de relacionamento que tivemos inicialmente com a turma e os problemas com disciplina, acreditamos que a sequência didática proposta aproximou pesquisador e alunos a cada encontro. Também percebemos que o interesse e envolvimento dos estudantes com as atividades e com a Matemática, foram aumentando gradativamente durante a realização da intervenção.

Considerando a participação dos estudantes, bem como suas respostas nas atividades, acreditamos que a sequência didática atuou de forma positiva e, de forma geral, fez com que os alunos entendessem os conceitos matemáticos trabalhados. Não consideramos, contudo, que tenha havido uma compreensão total dos aspectos abordados, nem mesmo uma completa e efetiva estruturação do conceito de Função nas estruturas cognitivas dos aprendizes, até porque, esse processo não é imediato e, embora tenhamos trabalhado com um rol de situações, ainda se constituíram em um número reduzido para se almejar uma efetiva construção deste conceito. No entanto, o objetivo de dar sentido ao conceito de Função e aos demais conceitos envolvidos neste, acreditamos ter tido condições de ser alcançado. Para termos maiores indícios dessa suposição, solicitamos aos alunos que elaborassem um mapa conceitual final abordando os principais conceitos trabalhados ao longo de todos os encontros, com o objetivo de responder a questão “O que é Função?”. Por fim, realizamos uma entrevista na qual cada aluno deveria explicar seu mapa conceitual e deixar claras as ligações e proposições feitas.

Esse processo, além de nos dar maiores condições de análise da forma como ocorreu a aprendizagem, de dar maior fidelidade às nossas interpretações e de evidenciar indícios importantes de aprendizagem que não havíamos destacado anteriormente, contribuiu para a tomada de consciência dos estudantes a respeito dos aspectos trabalhados em sala e dos aspectos por eles evidenciados e seus mapas conceituais.

Mapas Conceituais Finais:

Apresentamos agora, dois dos Mapas Conceituais⁹ que consideramos como indicadores de aprendizagem significativa. Destacamos que, para considerarmos o mapa como um indicador dessa aprendizagem, buscamos a existência de algum dos critérios explicitados na fundamentação teórica deste trabalho, como a presença de uma estrutura hierárquica, a presença de ligações cruzadas, a validade e qualidade das proposições (local, sistêmica e estrutural).

O primeiro mapa conceitual (Figura 5) apresenta vários indicativos de ocorrência de aprendizagem significativa, a começar pela apresentação notavelmente hierárquica. A aluna apresentou no topo o conceito de Função e, na medida em que descendia, apresentou outros conceitos estudados ao longo da sequência didática: gráficos, tabelas, fórmula, padrão, variáveis e assim por diante.

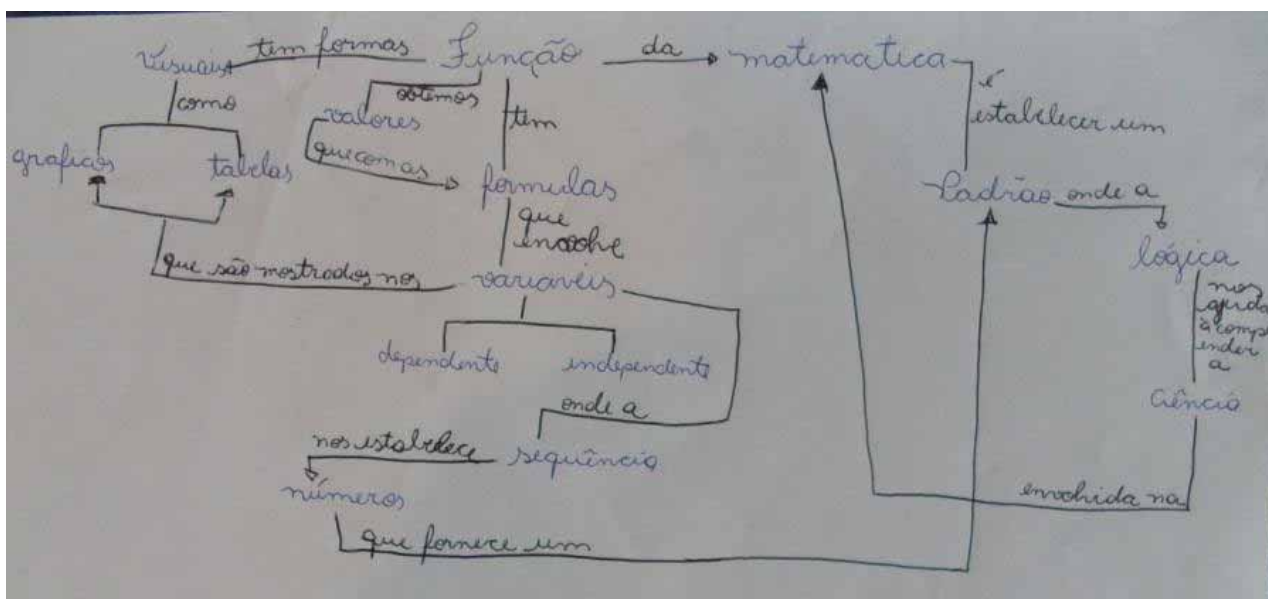


Figura 5: Mapa Conceitual Final sobre Funções.

Destacamos que o mapa se apresenta de forma bastante ramificada que, segundo nossa fundamentação teórica, é um indicativo de uma estrutura cognitiva rica. A aluna teve quatro linhas de raciocínio, uma em que detalha as representações visuais das Funções, outra a respeito da obtenção de valores, outra a respeito do tratamento algébrico e outra relacionando Funções e Matemática. Importante destacar que essas quatro linhas de raciocínio estão interligadas por meio de ligações cruzadas, sugerindo que o conhecimento não está compartimentalizado e que houve uma interação conceitual nas estruturas cognitivas. Essa interação conceitual também é um forte indicativo da ocorrência de aprendizagem significativa, uma vez que cada novo conceito foi interligado com conceitos trabalhados previamente durante a sequência didática.

O destaque dado às representações visuais e ao fato de a Função ter fórmulas que envolvem variáveis, podem ser consideradas como implicações locais. Entretanto, ao indicar que as variáveis podem estar presentes em gráficos e tabelas, apresentou uma implicação sistêmica, visto que essa não é uma propriedade imediatamente observável.

A ligação “Função obtemos valores que com as fórmulas” se mostrou bastante confusa. Entretanto, com a realização da entrevista conseguimos detectar o entendimento da aluna. Ela quis

⁹ Em nossa pesquisa selecionamos oito mapas conceituais para uma análise detalhada em busca de indícios de aprendizagem significativa, dos quais seis foram considerados como indicadores da ocorrência dessa aprendizagem. Pelos limites desse artigo, apenas dois mapas são apresentados.

dizer que mediante o uso de fórmulas, podemos obter os valores das variáveis dependentes, o que nos sugere uma ligação estrutural, pois mostra como se dá a relação entre os conceitos de Fórmula, Função e Variáveis, isto é, a fórmula (expressão) da Função serve para acharmos os valores das variáveis dependentes.

Outra ligação inicialmente confusa foi “variáveis onde a sequência nos estabelece números”. Embora a aluna também tenha tido dificuldades para se expressar durante a entrevista, foi possível compreender seu entendimento. Tomando, por exemplo, a expressão $y = 2x$. Dependendo da “sequência” de números que se substituir em x , teremos outra sequência de números em y . Respectivamente, se os valores de x forem um, dois e três, os valores de y serão dois, quatro e seis, isto é, dependendo da forma como as variáveis x e y estão relacionadas por uma fórmula, será gerada uma sequência de números diferentes. Dessa forma, essa ligação, embora inicialmente confusa, sugere um perfeito entendimento da relação entre variáveis e do papel de uma expressão matemática em uma Função. A profundidade desse raciocínio fica ainda mais evidente no momento em que essa proposição é ligada com o conceito de padrão, constituindo-se como mais uma implicação estrutural, na qual a aluna destaca que essa relação entre as variáveis acontecerá sempre de uma forma padrão, dotada de uma lógica.

Apesar de toda essa riqueza conceitual envolvida no mapa, repleto de indicativos de ocorrência de aprendizagem significativa, percebemos que o conceito de Função também foi interpretado no sentido de “cargo” ou “incumbência” pela ligação “Função da Matemática é estabelecer um padrão”. Essa idéia ficou ainda mais evidente quando pedimos, na entrevista, que a aluna explicasse como fez seu mapa e obtivemos a seguinte resposta:

“Assim, quando eu fiz o mapa eu queria explicar a função da Matemática e como entender assim mais ou menos, daí eu coloquei assim ó: ‘a função da matemática é estabelecer um padrão’ aí eu queria explicar como que a variável, os gráficos e as tabelas ajudam a entender alguma fórmula da matemática. Aí eu coloquei que algumas variáveis são dependentes e independentes, depende da sequência, né, e, ai... a função da matemática também envolve a ciência, a ciência envolvida na matemática, é isso”.

Apesar de ficar evidente o problema com a linguagem, na qual palavras que designam conceitos matemáticos têm outro significado na linguagem cotidiana, consideramos que houve a aprendizagem significativa do conceito de Função para essa aluna, pois os demais conceitos trabalhados na sequência didática foram destacados, explicados e relacionados de forma bastante perspicaz, além de o mapa apresentar uma estrutura hierárquica e ramificada, bem como relações sistêmicas e estruturais.

Outro mapa conceitual (Figura 6) representa uma estrutura cognitiva bastante rica e indica perfeitamente a ocorrência de aprendizagem significativa. Foram poucas as ligações que julgamos ser necessária uma discussão para termos um melhor entendimento do que o aluno quis dizer.

Destacamos, inicialmente, a presença de uma organização hierárquica, bem como ligações cruzadas. Além disso, percebemos que a maioria dos principais conceitos trabalhados ao longo da sequência didática foram evidenciados no mapa. Todos eles relacionados entre si ou com o conceito de Função, sugerindo que houve uma interação dos conhecimentos novos com os previamente aprendidos.

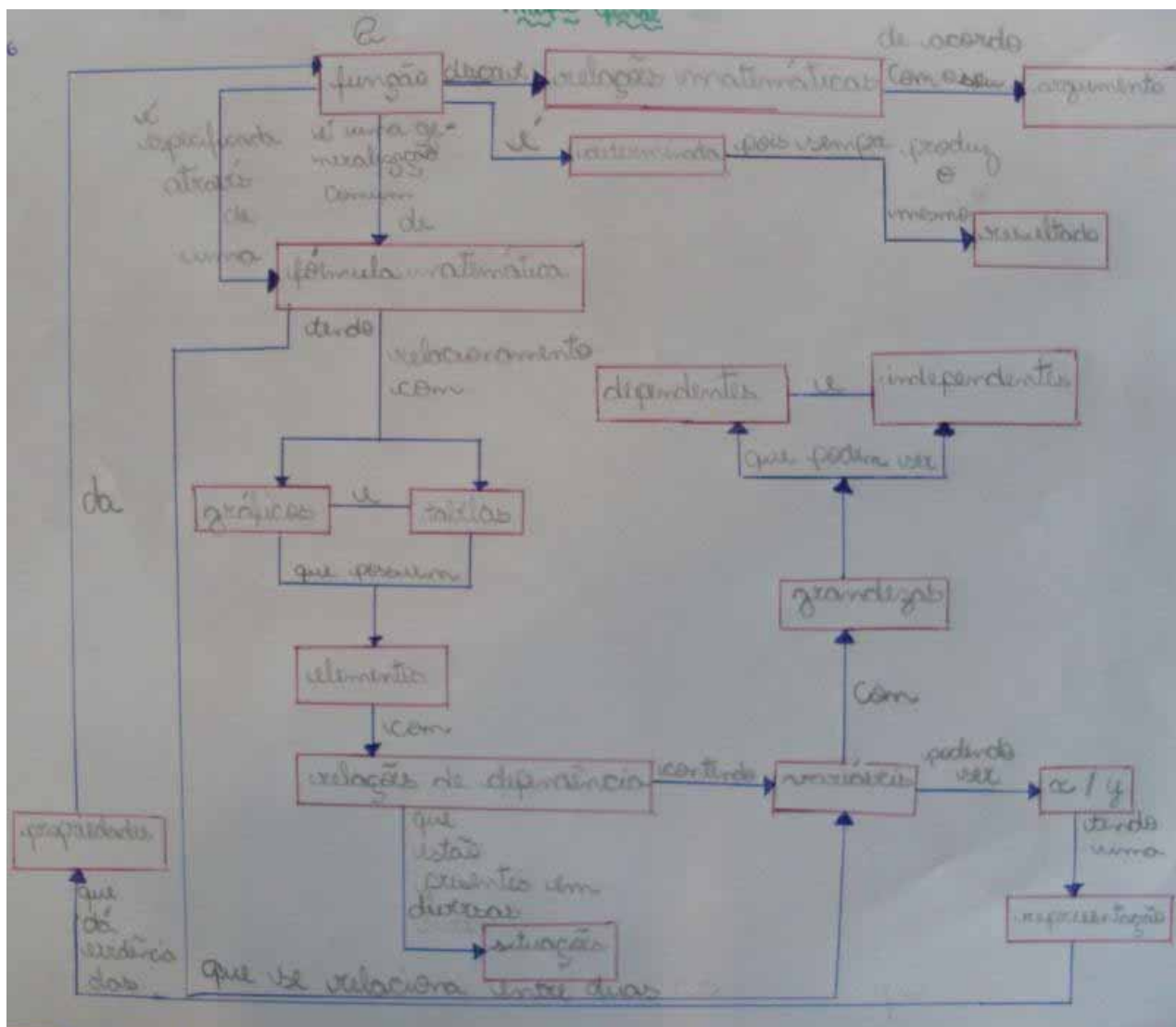


Figura 6: Mapa Conceitual Final sobre Funções

Consideramos que apenas três ligações necessitavam de discussão na entrevista. A primeira delas se diz respeito à “Função é determinada, pois sempre produz o mesmo resultado”. Pedimos que o aluno explicasse que resultado seria esse e, depois de alguma discussão, juntamente com nosso auxílio, concluiu que a palavra de ligação foi mal empregada, o correto seria dizer que sempre produz “um” resultado. O aluno justificou que a cada valor que você substitui na expressão da Função, será “dado” um outro valor, isto é, sempre haverá um resultado. Como não trabalhamos o conceito de domínio de uma Função, essa pode ser considerada uma ligação válida.

Também questionamos o significado que o aluno atribuiu ao conceito “argumento” na ligação “Função descreve relações matemáticas de acordo com seu argumento”, no entanto, não soube explicar.

A última ligação que julgamos necessária uma explicação foi “Função é uma generalização comum de fórmula matemática”. Explicou que toda fórmula matemática pode ser considerada uma Função, logo, estas generalizam aquelas.

Durante a entrevista até fizemos outros questionamentos para tentar buscar maiores indícios de aprendizagem significativa, no entanto, não conseguimos outro indicativo relevante. De qualquer forma, acreditamos que as demais ligações expressas no mapa possibilitam, por si só, o reconhecimento desses indícios.

O aluno destaca que a “Função é especificada através de uma fórmula matemática”. Enfatizamos o uso da frase de ligação “é especificada através de”, que caracteriza uma implicação, no mínimo, sistêmica. O aluno que tivesse uma implicação local dessa relação entre conceitos, simplesmente diria que “Função **tem** uma fórmula matemática”, que seria uma qualidade diretamente observável. Percebe-se, então, que esse aluno teve uma elaboração interessante sobre o papel da fórmula em uma Função.

Ainda com respeito ao conceito de fórmula matemática, nota-se que é ligado com o de gráficos e tabelas, seguido de uma série de outras ligações que especificam como ocorre essa relação entre os conceitos. Esse núcleo de ligações é tão significativo que é impossível analisarmos cada uma de forma separada. Trata-se de um bloco de conceitos interligados que caracteriza uma integração conceitual bastante rica e significativa e, indiscutivelmente, trata-se de implicações estruturais.

No referido bloco, o aluno destaca que os gráficos e as tabelas possuem elementos com relações de dependência, além de conter variáveis que podem ser representadas pelas letras x e y . Destacamos a frase de ligação “podendo ser”, indicativo de que o aluno não aprendeu as representações x e y de forma literal, o que reforça a possibilidade de ocorrência de aprendizagem significativa. Além disso, o bloco de ligações conceituais também indica que as variáveis podem ser dependentes e independentes, conceitos abordados ao longo da nossa intervenção.

Outra ligação estrutural que nos chamou atenção foi “Fórmula matemática que se relaciona entre duas variáveis”. Mais do que descrever visualmente que uma fórmula envolve variáveis, destacamos o uso da palavra “relaciona” que, implicitamente, traz um significado profundo, visto que, formalmente, Função pode ser definida como um tipo especial de relação entre dois conjuntos.

Acreditamos que, por apresentar uma estrutura hierárquica, ligações cruzadas e várias implicações estruturais que relacionam praticamente todos os principais conceitos trabalhados durante as atividades, esse mapa representa uma estrutura cognitiva bastante rica e indica que o estudante foi submetido a um processo de aprendizagem significativa do conceito de Função.

Considerações finais

O fato de que a Matemática encontra-se em um processo de isolamento dentro da própria disciplina e que seu formalismo e abstração dificultam seu entendimento por parte dos estudantes já não era novidade. Essa conclusão de que são fatores complicadores já havia sido diagnosticada em pesquisas anteriores, como em nosso trabalho de conclusão de curso de Licenciatura em Matemática no ano de 2007.

Com base nesse argumento buscamos uma estratégia de ensino que permita a Matemática ser vista de forma contextualizada e que não privilegie os laços formais e abstratos dessa ciência. Dessa forma, nos baseamos na Teoria da Aprendizagem Significativa, de David Ausubel, para elaborar uma sequência didática para o conteúdo de Funções. Pela teoria de Ausubel, é necessário que os novos conceitos a serem aprendidos sejam ancorados em conhecimentos previamente estabelecidos nas estruturas cognitivas do aprendiz. Nesse aspecto, adotamos a sequência histórica do desenvolvimento conceitual de Funções para atuar como guia da nossa sequência didática, com a expectativa de que essa estratégia possibilitasse a ancoragem de conceitos e propiciasse o alcance da aprendizagem significativa.

Assim como no seu desenvolvimento epistemológico, na nossa proposta pedagógica, iniciamos o estudo por conceitos que fundamentaram a formalização das Funções, tais como relações de dependência, representações tabulares, reconhecimento de regularidades, variáveis,

representações gráficas, linguagem algébrica e representações analíticas, até culminar na formalização daquele conceito.

Em nossa intervenção em uma turma de oitava série, pudemos, novamente, constatar os problemas já diagnosticados em nosso trabalho de conclusão de curso. Ao iniciarmos a sequência didática pela atividade que enfocava a Cadeia Alimentar, visando estudar as relações de dependência qualitativas, surgiram questionamentos acerca da atividade não se tratar de Matemática. Isso evidencia que o pensamento matemático não é abordado profundamente no atual sistema de ensino, fazendo com que a Matemática fique presa aos seus laços internos e não seja relacionada a outros campos do conhecimento.

A necessidade de um exemplo particular também foi evidenciada em nossa intervenção, ratificando que iniciar o ensino por situações já formalizadas que envolvem alto grau de abstração pode dificultar o processo de aprendizagem. Em várias respostas das atividades tivemos indicativos dessa carência de se partir, o ensino, de exemplos particulares e de casos conhecidos.

Embora nossa proposta tenha sido, essencialmente, iniciar o ensino por noções intuitivas e casos particulares para alcançar a formalização do conceito de Função por um processo de subsunção, com o objetivo de estudá-lo de forma contextualizada e de alcançar uma aprendizagem significativa, ainda encontramos vários fatores que dificultaram essa tarefa.

Logo na primeira atividade percebemos que o ensino forma alunos com preguiça de pensar e sem espírito científico. No primeiro contato com uma proposta de ensino que exigiu essas atitudes dos estudantes, floresceu o desinteresse e a irresponsabilidade com as tarefas propostas.

Essa atitude dos aprendizes comprovou a necessidade de um dos critérios para a ocorrência da aprendizagem significativa, qual seja o de o aluno estar disposto a aprender significativamente. Não é suficiente o estudante possuir um conhecimento prévio que permita um novo conhecimento ser ancorado, nem mesmo que o material de instrução permita esse tipo de ancoragem se o estudante não se propuser a aprender significativamente. Por estarem acostumados apenas a reproduzir e não a investigar e criar Matemática, os alunos não se empenharam nas tarefas propostas. Dessa forma, não se dispuseram a aprender significativamente e, por conseguinte, consideramos que as primeiras atividades de nossa intervenção não alcançaram o objetivo de se ofertar uma aprendizagem significativa.

Todavia, constatamos a importância do referencial teórico para fundamentar estratégias de contorno para os problemas encontrados, bem como para tomar medidas mais efetivas na busca da aprendizagem significativa. Verificamos que não é fácil se atingir a aprendizagem teorizada por Ausubel se ofertarmos estratégias de ensino calcadas essencialmente na descoberta, há a necessidade do ensino expositivo.

Em atividades de descoberta os alunos ficam “soltos” e torna-se difícil a tarefa de formalização conceitual. Desse modo, para que as condições para a ocorrência da aprendizagem significativa sejam favorecidas, é importante que o professor, em um momento expositivo, formalize o conceito envolvido na tarefa e deixe claro o propósito de ter sido estudado, seja para atuar como um conhecimento prévio para futuros aprendizados, seja para aplicação direta em exercícios, etc.

Ao adotar momentos expositivos em nossa intervenção, percebemos uma melhora significativa na atitude e no desempenho dos estudantes nas atividades. A medida que avançávamos na sequência didática, a turma demonstrou mudanças de comportamento e passaram a se envolver mais nas situações propostas. Por consequência, o entendimento conceitual progrediu a cada intervenção. Possivelmente, essa mudança reflete uma maior disposição dos estudantes em se

aprender significativamente, ao passo que foi notável a melhora no desempenho da turma e nos mapas conceituais, que trouxeram maiores indícios de aprendizagem significativa.

A detecção de aprendizagem significativa por meio dos mapas conceituais demonstrou-se ser uma estratégia eficiente¹⁰. Percebemos que os conceitos estudados ao longo da sequência didática foram ligados entre si, sugerindo que aconteceu o processo de ancoragem conceitual, na qual cada novo conceito a ser aprendido foi relacionado com um previamente estudado. Além desse indicativo de ocorrência de aprendizagem significativa, evidenciamos a riqueza das ligações proposicionais apresentadas. Em várias delas, tivemos condições de detectar implicações sistêmicas e estruturais, que indicam ter acontecido uma elaboração conceitual por parte do aluno. A presença de estruturas hierárquicas e de ligações cruzadas também ficou evidente nos mapas conceituais, o que aumenta a possibilidade de indicarem a ocorrência de aprendizagem significativa.

Desse modo, pelo fato de os alunos terem visto o conceito de Função pela primeira vez com nossa sequência didática, constatamos que a História da Matemática atuando como guia para o estudo desse conceito, pode levar à ocorrência da aprendizagem significativa.

Com o uso da História em uma perspectiva evolucionista linear, o aluno tem condições de atuar como um matemático e não apenas reproduzir o conhecimento dessa disciplina. Mais do que isso, nessa perspectiva o ensino fica contextualizado e é minimizado o problema de já se partir de casos formais e abstratos, visto que o processo de aprendizagem é iniciado por contextos mais intuitivos e, gradativamente vão aumentando os níveis de abstração e formalismo. Durante esse processo gradual de formalização, é possível que o estudante use os conhecimentos previamente aprendidos para atuarem como âncora para os novos aprendizados, o que aumenta a solidez e possibilita que a aprendizagem seja significativa.

Temos consciência dos empecilhos que dificultam a utilização da História da Matemática nessa perspectiva na sala de aula, principalmente no que se refere ao tempo despendido para o ensino de um conceito. No entanto, no caso das Funções, acreditamos que as expressões matemáticas envolvidas terão sentido para os alunos e não serão algo artificial e desprovido de significado.

Para minimizar o problema do longo tempo despendido na aplicação de uma sequência didática semelhante à proposta, sugerimos que os conceitos de Relação de Dependência, principalmente em seus aspectos qualitativos, sejam mais rapidamente apresentados. Talvez não seja necessária uma atividade inteira para abordar esse conceito, um tratamento expositivo com a participação dos estudantes já seria suficiente para seu entendimento. Porém, acreditamos que a ênfase em reconhecimento de padrões e na elaboração de uma expressão matemática que represente uma situação deveriam ser fundamentais na prática pedagógica. Não há a necessidade do tratamento de expressões elaboradas para esse propósito, o desenvolvimento de expressões simples, como Funções do tipo $y = ax$, já seriam suficientes para contextualizar o ensino.

Sabemos das críticas feitas por diversos pesquisadores à perspectiva evolucionista linear do uso da História da Matemática no Ensino. Nosso intuito, nesse trabalho, não é desafiar paradigmas. Entretanto, salientamos que essa perspectiva pode levar à aprendizagem significativa e é possível de ser aplicada em sala de aula se não adotada de forma radical. Obviamente, é inviável sua aplicação se o professor almejar que seus alunos passem por todos os estágios da evolução filogenética no processo de ensino de um conceito. Cabe ao educador ter o bom senso do que seria

¹⁰Apesar da inquestionável eficiência da ferramenta, não estamos certo de que a forma de introdução sugerida por Novak (1984, p. 45), adotada em nossa intervenção, seja a mais adequada quando se quer representar atividades e conceitos de Matemática, principalmente no que se refere ao passo 10 do item A, e aos passos 1 e 2 do item B. Com essa proposta, os alunos se prendem demasiadamente a um texto e não buscam um conceito implícito em uma situação problema. Como resultado, aparecem mapas conceituais descrevendo o enunciado de um problema e não a essência do que deveria ser aprendido na atividade em questão.

de fundamental na História para contextualizar o ensino de determinado conceito. No caso das Funções, sugerimos breves comentários expositivos a respeito de relação de dependência, seguido de atividades de reconhecimento de regularidades que culminem na elaboração de expressões matemáticas. Com isso, o professor pode apresentar gráficos de Funções e evidenciar que relacionam duas variáveis, sendo que uma irá depender da outra e essa dependência dar-se-á por uma regularidade expressa por uma relação matemática.

Também temos consciência das dificuldades, enfrentadas pelos professores, para elaborar e aplicar uma sequência didática nos moldes históricos, aliada aos pressupostos básicos da teoria da Aprendizagem Significativa. No caso específico desta pesquisa, as atividades foram previamente elaboradas, discutidas e reelaboradas pelo grupo de pesquisadores envolvidos e, ainda assim foram detectados, no momento da aplicação e, mesmo na análise, equívocos na elaboração que dificultaram o processo da aprendizagem significativa do conceito de função seja por parte do professor (pesquisador) seja dos alunos. No entanto, cabe salientar que uma das características essenciais desta teoria está no processo de negociação de significados que se dá entre os atores envolvidos e o material didático utilizado, o que demanda um tempo que independe do horário da aula, da disponibilidade do professor e mesmo do ano escolar. Contudo, se o objetivo do professor for o de proporcionar aprendizagem significativa aos seus estudantes, esse é um empenho necessário pois, conforme estabelecido em nossa investigação, gera resultados positivos.

Gostaríamos de deixar claro que não defendemos a História da Matemática como única, ou ideal estratégia de ensino para se atingir a aprendizagem significativa. Apenas constatamos que, com a abordagem histórica, é possível atingir uma aprendizagem condizente com a descrita na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. Sendo assim, esperamos suscitar mais pesquisas, tanto no que diz respeito a outras estratégias que também propiciem o alcance de aprendizagem significativa de Funções, quanto estudos semelhantes para outros conceitos matemáticos.

Referências

Åhlberg, M (2004). *Varieties of concept mapping*. Acesso em 11 mai., 2008, <http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-206.pdf>

Almouloud, S. G. (2008) Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*. Florianópolis, V. 3.6, p. 62 – 77.

Ausubel, D. P. (2003); *The Acquisition and Retention of Knowledge: A cognitive view*. Tradução de Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano Edições Técnicas.

Chaves, M. I. A & Carvalho, H. C (2004). *Formalização do conceito de função no Ensino Médio: uma seqüência de ensino aprendizagem*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática; 8; 2004. Anais... Recife. Acesso em 25 jun., 2008. www.ufpa.br/npadc/gemm/documentos/docs/Formalizacao%20Conceito%20Funcao%20Ensino%20Medio.pdf

Dutra, I. M. D.; Fagundes, L. da C. & Cañas, A. J. (2004). *Uma proposta de uso dos mapas conceituais para um paradigma construtivista da formação de professores a distância*. Acesso 8 mai., 2008. http://mapasconceituais.cap.ufrgs.br/producoes/arquivos_producoes/producoes_5/mapas_prof.pdf

Hay, D. et al (2008). Measuring the quality of e-learning. *British Journal of Education Technology*. Oxford, Vol 39, nº 6, p. 1037 – 1056.

Ivie, S. D. (1998) Ausubel's Learning Theory: An Approach To Teaching Higher Order Thinking Skills. North Carolina: *The High School Journal*, nº 1.

Lemos, E. dos S. (2006) A Aprendizagem Significativa: estratégias facilitadoras e avaliação. *Série – Estudos*. n 21, P. 53 – 66. Campo Grande.

Moreira, M. A (1997). *Mapas conceituais e aprendizagem significativa*. Acesso em 07 mai., 2008. <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf>

_____. (2006a) *Mapas conceituais e diagramas V*. Acesso em 19 mai., 2008. http://www.if.ufrgs.br/~moreira/Livro_Mapas_conceituais_e_Diagramas_V_COMPLETO.pdf

_____. (2006b) *A Teoria da Aprendizagem Significativa e sua implementação em sala de aula*. Brasília: Editora da Universidade de Brasília.

Moreira, M. A & Massini, E. F. S (1982). *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Moraes.

Novak, J. D (1984). *Aprender a Aprender*. Lisboa: Plátano Edições Técnicas.

Miguel, A & Miorim, M, A (2004). *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica.

Pais, L. C (2002). *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. Belo Horizonte: Autêntica.

Palmero, M. L. R. et al (2008). *La Teoria de la Aprendizage Significativo em la perspectiva de la psicología cognitiva*. Barcelona: Octaedro.

Paulo, I. J. C (2006). *A Aprendizagem Significativa Crítica de Conceitos da Mecânica Quântica Segundo a Interpretação de Copenhagen e o Problema da Diversidade de Propostas de Inserção da Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio*. Tese de doutorado. Universidade de Burgos, 235 p.

Peña et al (2005). *Mapas conceptuales. Uma técnica para aprender*. Tradução de Maria José Rosado-Nunes & Thiago Gambi. Edições Loyola, São Paulo.

Roratto (2007). *Ensino de Matemática: para além do formalismo*. 2007. 51 p. Trabalho de Conclusão de Curso em Matemática – Universidade Federal de Anta Caterina; Florianópolis – SC.

Tavares, R (2007). Construindo mapas conceituais. *Ciências & Cognição*, Vol 12: p. 72 – 85.

Recebido em: 29.11.09

Aceito em: 11.10.11