



INCIDENCIA DEL USO DE HABILIDADES DE PENSAMIENTO METACOGNITIVO EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS: CASO ESTUDIANTES DE FÍSICA MECÁNICA PARA INGENIERÍA

Incidence of the use of metacognitive thinking skills in problem solving: Case of mechanical physics students for engineering

Ignacio Laiton Poveda [ilaiton@itc.edu.co]
*Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central
Calle 13 # 16 – 74 Bogotá, Colombia.*

Resumen

El desarrollo de habilidades de pensamiento metacognitivo en estudiantes se constituye en elemento fundamental para su buen desempeño académico, de acuerdo con investigaciones en décadas recientes. El objetivo investigativo fue identificar el uso que los estudiantes de primeros semestres de educación superior de una institución de educación superior de Bogotá, Colombia, hacen de las habilidades de regulación del pensamiento metacognitivo, durante la solución de problemas en física mecánica. Se identifica también la posible incidencia directa o indirecta en este proceso de solución, mediante la aplicación de un conjunto modificado de situaciones problema, como instrumento de recolección de datos. Se diseña además un sistema de codificación con el objetivo de traducir los datos y realizar análisis cuantitativos. Los resultados indican que, un alto porcentaje de los estudiantes participantes, no logran hacer uso efectivo de este tipo de habilidades de pensamiento metacognitivo. Sin embargo, la incidencia directa de su uso en la solución adecuada de problemas si surge de manera significativa.

Palabras-Clave: Metacognición; resolución de problemas; Habilidades de pensamiento; Pensamiento crítico.

Abstract

The development of metacognitive thinking skills in students is a fundamental element for their good academic performance, according to research in recent decades. The research objective was to identify the use that the students of the first semesters of higher education of a higher education institution in Bogotá, Colombia, make of the regulation skills of metacognitive thinking, during the solution of problems in mechanical physics, and the possible incidence directly or indirectly in this solution process, without having previously been instructed or immersed in explicit methodologies for teaching such skills, through the application of a modified set of problem situations, as a data collection instrument. A coding system is also designed in order to translate the data and perform quantitative analysis. The results indicate that a high percentage of participating students fail to make effective use of this type of metacognitive thinking skills. However, the direct impact of its use on proper problem solving does arise in a significant way.

Keywords: Metacognition; problem solving; Thinking skills; Critical Thinking.

INTRODUCCIÓN

Se encuentra hoy en día con frecuencia en el ámbito de la investigación educativa, que la enseñanza y uso de las habilidades de pensamiento metacognitivo, constituyen aportes significativos para el desempeño académico de los estudiantes (García et al., 2016; Moser, Zumbach, & Deibl, 2017; Osses & Jaramillo, 2008; Özsoy, Memis, & Temur, 2017). La metacognición es un aspecto importante del desarrollo cognitivo del individuo, que involucra estar al tanto de nuestros propios procesos cognitivos. Planear, evaluar, monitorear, entre otros, son elementos constituyentes de este tipo de pensamiento (Flavell, Miller, & Miller, 2002; Schraw & Moshman, 1995). Uno de los campos que puede considerarse más relacionados es el caso de la solución de problemas en física, pilar de la enseñanza de la física y de sus aplicaciones a la ingeniería y demás ramas del conocimiento (Ceberio, Almudí, & Franco, 2016; Haeruddin, Prasetyo, & Supahar, 2020).

Los trabajos sobre metacognición se han constituido, en las últimas décadas en uno de los referentes en la investigación educativa. Algunos autores evidencian su uso e importancia en todos los niveles de formación y en diversos campos del saber (Balta, Mason, & Singh, 2016; Hattie, 2009; Koch, 2001; Kryjevskaja, Stetzer, & Grosz, 2014). Diversas investigaciones han centrado su atención en aspectos de su decisivo aporte al proceso de aprendizaje de los estudiantes (Georghiades, 2004a; Greene & Azevedo, 2009; Zepeda et al., 2015) y el logro académico (Fisher, 1998; Georghiades, 2004b) resultante de la enseñanza de habilidades de pensamiento metacognitivo, llegando a identificar tendencias estadísticamente significativas en algunos rasgos del desempeño escolar en diferentes niveles. En este sentido, investigaciones relacionan estudiantes de bajo rendimiento, con la carencia de un proceso de autorregulación y de conciencia sobre su rendimiento (Fritzsche, Händel, & Kröner, 2018; Nederhand et al., 2020). Se ha discutido también, la conveniencia de generar modelos donde su enseñanza sea explícita, (Greene & Azevedo, 2009; Nietfeld & Shraw, 2010; Thiede, Anderson, & Therriault, 2003), encontrándose que resulta motivadora de mejores rendimientos en los estudiantes, así como también, que las habilidades metacognitivas de los estudiantes mejoran si los estudiantes son motivados explícitamente a desarrollarlas.

Por otro lado, McDowell (2019) encontró que, dentro de las investigaciones empíricas sobre metacognición, es mayor el número de ellas en el ámbito de educación secundaria y universitaria, que en niveles de educación básica o primaria. Parece encontrarse que se considera muy relevante y pertinente su influencia en el ámbito universitario (Manzanares & Valdivieso-León, 2020), dada la exigencia de las operaciones mentales involucradas, en consonancia con las etapas mismas de la evolución cognitiva del estudiante.

El campo de la solución de problemas en cualquier rama del conocimiento, representa un importante nicho de aplicación y de enseñanza de las habilidades metacognitivas, dado que el desarrollo de las habilidades de pensamiento metacognitivo se constituye en uno de los procesos más adecuados para apoyar el proceso de resolución de problemas (Georghiades, 2004a; Marín & Rojas-Barahona, 2010; Marulis & Nelson, 2020; Paz, 2011), proceso complejo, que requiere elementos de autorregulación, planeación, ejecución, monitoreo y evaluación del proceso, así como la capacidad para adaptar sus comportamientos a diferentes tipos de tareas académicas (Zepeda et al., 2015), adicional al conocimiento ordenado y estructurado de un dominio específico. Precisamente, también en el campo de las ciencias, (McDowell, 2019; Zohar & Barzilai, 2013) y en particular de la física (Haeruddin, Prasetyo, & Supahar, 2020; Yuruk, Beeth, & Andersen, 2009), también se encuentran trabajos donde se estudian las formas en que las habilidades metacognitivas permiten coordinar, monitorear y evaluar el uso de habilidades cognitivas de solución de problemas en física, (Mota et al., 2019) así como autores que reflexionan sobre las posibilidades didácticas para la enseñanza de la física, que favorezcan la autonomía y el aprender a aprender, resaltando el hecho de que los profesores de ciencias necesitan sólidos conocimientos sobre metacognición y elementos pedagógicos para su enseñanza (Rosa & Ghiggi, 2018), la mayoría de estas investigaciones coinciden en afirmar que los estudiantes que demuestran una alta variedad de habilidades metacognitivas se desenvuelven mejor en la solución de problemas, reflexionan sobre su proceso, aprenden de sus errores, y toman decisiones adecuadas con el objetivo de resolver el problema en cuestión. Algunos autores (Zimmerman, 2006a; Chi, 2006) no dudan en afirmar que el aprendizaje de las habilidades metacognitivas se constituye en una contribución fundamental para el aprendizaje de la física, particularmente en la solución de problemas en física. Taasoobshirazi, Bailey & Farley (2015) afirma inclusive, que el buen desempeño estudiantil en la solución de problemas en física resulta muy beneficioso para resolver problemas en química o biología, entre otras ciencias, siendo la física la más básica de las ciencias, haciendo notar la carencia de investigaciones que profundicen sobre este aspecto. Estos mismos autores, pensando en aportar para la problemática planteada, han desarrollado el “Physics Metacognition Inventory” (PMI) con el objetivo de medir las habilidades metacognitivas de los estudiantes para resolver problemas de física (Taasoobshirazi & Farley, 2013), test que será usado en posteriores estudios dentro del presente proyecto.

Finalmente, para el contexto colombiano, e incluso el Latinoamericano, en donde son muy escasos los estudios y sistemas educativos o las instituciones particulares donde se apliquen metodologías activas, se encuentran hallazgos en las pruebas internacionales que indican que el rendimiento de los estudiantes colombianos (y latinoamericanos) en pruebas PISA está muy por debajo del promedio de la OCDE en la solución de problemas en ciencias y matemáticas (ICFES, 2020). Del mismo modo, se ha identificado en Colombia un enorme descenso en la matrícula de estudiantes en carreras de ingeniería, matemáticas, ciencias y tecnología (STEM), coincidiendo con la aparición de un aumento significativo en la deserción estudiantil en las mismas carreras, atribuible a la poca motivación y bajos resultados en el desempeño en estas áreas consideradas complejas para los estudiantes.

Siendo entonces estos elementos tan relevantes en la formación integral del individuo, y dado que en el contexto colombiano y latinoamericano no se encuentran suficientes investigaciones sobre el tema, se

valida la importancia y pertinencia de plantear como pregunta de investigación; ¿conocen y aplican, los estudiantes de ingeniería de primeros semestres, las habilidades de pensamiento metacognitivo? Y ¿Dicha presencia o ausencia del conocimiento de las habilidades de pensamiento metacognitivo, puede afectar el proceso de solución de problemas en física mecánica? Y de construir los siguientes objetivos de investigación: identificar en los estudiantes de primeros semestres de ingeniería en la IES de Bogotá, Colombia, el uso de las habilidades de regulación metacognitiva, de planeación, monitoreo y evaluación, en la solución de problemas y; reconocer si la presencia o ausencia de las habilidades de regulación metacognitiva refleja alguna incidencia directa o indirecta en el éxito o fracaso del proceso de solución de problemas de física mecánica, (Browne & Keeley, 2015).

SUSTENTO TEÓRICO

Dado que el concepto de metacognición es demasiado complejo, hasta el punto de que aún se siguen discutiendo varios de sus aspectos, se toman como base teórica para el presente trabajo, los elementos que más consenso o más acuerdo han logrado a lo largo de las casi cinco décadas de elaboración e investigación sobre el tema. La metacognición se define como el pensar sobre nuestro propio pensamiento, análisis de nuestros propios procesos cognitivos, el mecanismo a través del cual el sujeto participa activamente en su propio proceso de aprendizaje (Zohar & Barzilai, 2013). Trata de identificar aquellas acciones que escrutan sobre la forma en que desarrollamos nuestros procesos académicos o de la vida cotidiana que impliquen uso de nuestra cognición, desde un punto de vista reflexivo y evaluativo, sobre criterios de ser correctos, adecuados y pertinentes (Mota et al., 2019). La metacognición incluye tres aspectos fundamentales: conocimiento, monitoreo y regulación de la cognición. Aun cuando se enfoca en el pensar sobre el pensamiento, se reconoce que también debe tener en cuenta las emociones y motivaciones del individuo (Veenman, 2011) (Schraw & Moshman, 1995).

Las publicaciones realizadas por Flavell (1976, 1979) en los años setenta del siglo anterior, sobre el concepto de metacognición, constituyen el comienzo de una serie de estudios sobre el uso y evaluación de las habilidades metacognitivas por parte de los estudiantes, Flavell uso inicialmente el término metamemoria, refiriéndose a la capacidad del estudiante para administrar y monitorear la entrada, almacenamiento, búsqueda y recuperación de los contenidos de su propia memoria (Flavell, 1971). Ya desde 1976 Flavell fue el primero en utilizar formalmente el término “metacognición”, además de reconocer que la metacognición implicaba aspectos como el monitoreo y la regulación. Adicionalmente afirmó que la metacognición se refiere al monitoreo activo, así como a la regulación de procesos en relación con objetos cognitivos (Flavell, 1976). El mismo autor reconoció posteriormente la importancia de la metacognición en asuntos como la lectura, la escritura, lenguaje, memoria, la resolución de problemas, desarrollo de la personalidad, entre otros (Flavell, 1979). También propuso en este trabajo, la introducción de un modelo de monitoreo cognitivo, conformado por cuatro clases de fenómenos; conocimiento metacognitivo, experiencias metacognitivas, tareas u objetivos, y estrategias o actividades. Flavell se considera que fue el primero en generar un modelo formal sobre la metacognición, modelo que fue desarrollado y discutido por varios autores en años posteriores, (Chekwa et al., 2015; Haeruddin et al., 2020).

En general los diversos autores en la literatura coinciden en dividir La metacognición en dos grandes segmentos; conocimiento metacognitivo y regulación metacognitiva o regulación de la cognición (Veenman, 2005; Schraw, 2001, Brown, 1987). La primera se refiere a aquello que los individuos saben conscientemente sobre su propio proceso cognitivo, sobre la forma en que procesan la información, se reconocen como procesadores de información a través de la cognición. Este primer componente se subdivide en conocimiento declarativo, procedimental y condicional (Schraw & Dennison, 1994; Schraw, 2001; Veenman, 2005). Conocimiento declarativo se refiere al conocimiento propio del estudiante, que se reconoce como aprendiz y como individuo que se enfrenta a la solución de un problema, reconociendo a su vez las herramientas y estrategias disponibles, tales como la memoria, el pensamiento, la capacidad para resolver problemas, etc. (Abdulla, 2009). El conocimiento procedimental se refiere a la capacidad o el conocimiento sobre “cómo” resolver una tarea o actividad, y como aplicar diferentes estrategias o procedimientos para lograrlo. Finalmente, el conocimiento condicional se refiere al conocimiento de cuándo y cómo usar diferentes procedimientos, habilidades y estrategias (Harris et al., 2010). El segundo componente, el de la regulación cognitiva, se refiere a las acciones y ajustes que ayudan al estudiante en el ejercicio de controlar y regular su propio aprendizaje, aspecto sobre el que se centra la parte metodológica del actual estudio. A pesar de que el número de actividades de regulación cognitiva no coincide en todos los autores encontrados en la literatura, se toma para el presente trabajo, las tres elementos o habilidades que sí se incluyen en **todos** los trabajos referenciados, son ellos los de planeación, monitoreo y evaluación (Schraw, 2001; Brown, 1987). Vale la pena indicar, a manera de ejemplo, que Schraw y Dennison (1994) incluyen, además de los tres elementos anteriores, los de depuración y manejo de la información. La depuración, indican los autores, se refiere a las

estrategias usadas por los estudiantes para direccionar y corregir dificultades y errores de aprendizaje o en la solución de problemas (Taasoobshirazi, Bailey, & Farley, 2015). Finalmente, el manejo de la información se refiere al uso de estrategias específicas, a partir de la información proporcionada, usadas por el estudiante para resolver el problema más efectivamente. Se reitera que, para el desarrollo metodológico del presente estudio se toman las tres habilidades o elementos adoptados por la totalidad de los autores consultados en lo referente a la regulación cognitiva; planeación, monitoreo y evaluación.

Estos elementos están fuertemente presentes en el proceso de solución de problemas en física, (Abdullah, 2009) y son parte del diseño de instrumentos de recogida de datos del presente trabajo, resaltando que, dado el diseño del instrumento y el objetivo mismo del trabajo, es en el componente de regulación metacognitiva sobre el cual se centra el análisis. La planeación se resume como la posibilidad de identificar el objetivo final del problema, los elementos críticos de su solución, y la generación de un conjunto de estrategias que guíen el proceso hacia la solución final (Zepeda et al., 2015; Meijer et al., 2013), considerada como un elemento que, adicionalmente incrementa la confianza en sí mismo cuando el estudiante le domina. El monitoreo se describe como el tener conciencia permanente del estado actual del proceso, sus avances hacia la consecución de objetivos, ser conscientes de controlar su propio aprendizaje, o estar atentos a los factores que intervienen en el proceso (Schraw & dennison, 1994). En lo evaluativo, el estudiante debe reflejar actitudes como; análisis de la solución, para identificar si satisface completamente el objetivo, y la identificación de aquellas estrategias usadas que funcionaron mejor; identificar incoherencias en un posible resultado equivocado, analizando su desempeño y estrategias después del evento de aprendizaje (Akyol & Garrison, 2011). Las tres características adicionan un complemento motivacional al individuo, facultándolo para construir alta autoestima, alto grado de autonomía y confianza en su desempeño (Zimmerman, 2011). Dado que la implementación metodológica del estudio no está centrada en la influencia de tales factores motivacionales en la solución de problemas en física, no se profundizará en este aspecto.

El conseguir una elevada capacidad en los estudiantes para resolver problemas es una de las principales metas a alcanzar en la educación en ingeniería (ABET, 2000), dicho aprendizaje se puede emprender desde la física, particularmente desde la solución de problemas, en donde varios autores resaltan el rol de la cognición y la metacognición en dicho proceso (Zohar & Barzilai, 2013; Mayer, 1998), mientras algunas investigaciones identifican la metacognición como el más importante factor en la solución de problemas (Balta, Mason, & Singh, 2016; Passow, 2012). Los problemas de ciencia se relacionan con conceptos de cognición compleja, que involucran formas de aprendizaje sofisticadas, combinando observación, estudio, experimentación, imaginación y razonamiento que conducen a la generación de teorías de alta calidad (Claxton, 2018). Varios autores han buscado identificar y examinar las estrategias que usan para resolver problemas los expertos y los novatos (Kohl & Finkelstein, 2008), (Larkin et al., 1980), así como el desempeño de los estudiantes ante diferentes contextos (De Cock, 2012) (Hsu et al., 2004). Otros autores en cambio, se enfocan en la forma de los enunciados, incluyendo los denominados problemas abiertos (Pozo, 1999), o mal definidos (Truyol, Sanjosé, & Gangoso, 2014), problemas muy pertinentes a las investigaciones relacionadas con los aspectos metacognitivos, ya que permiten diversas interpretaciones y planteamientos, llevan a una respuesta fundamentada y sólida, e implican el uso de elementos de análisis y reflexión, a la vez que no conducen de manera trivial a un resultado inmediato de ecuaciones o algoritmos. en el presente estudio se aborda el concepto de problema desde la visión clásica de Pozo (1999) quien lo considera una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone de un camino rápido y directo que le lleve a la solución. Por otro lado, se reitera que el tipo de problema que es pertinente al presente estudio son del tipo denominado problemas abiertos en los que se debe predecir o explicar un hecho, analizar situaciones cotidianas o científicas e interpretarlas a partir de los conocimientos personales y/o del marco conceptual que proporciona la ciencia. Y que exige por parte del estudiante la aplicación de las habilidades de pensamiento que se desea observar en el actual estudio.

Algunos autores resaltan el hecho de que, para ser exitoso en el proceso de resolución de problemas, no es suficiente con dominar conocimientos conceptuales y algorítmicos de algún tema, por el contrario, debe complementarse con aspectos metacognitivos y motivacionales (Förster & Rojas-Barahona, 2010), de tal manera que se manifiesten en coherencia el desarrollo netamente cognitivo y el control de sus propias actitudes y capacidades (Adams & Wieman, 2015). Aspectos cómo la construcción del pensamiento y la conciencia sobre cada elemento del proceso, se transforman en infaltables (Ritchhart, Church, & Morrison, 2011). El individuo debe ser capaz de ser consciente de su actividad cognitiva, y debe ser un observador perceptivo, crítico y honesto de su proceso mental y de su propio desempeño que lo debe conducir a una respuesta estructurada (Claxton, 2018). Este elemento suele omitirse en un aula de clase tradicional, en donde la premura de tiempo, entre otros factores, tiende a forzar el proceso hacia un pronto desenlace, obteniendo una respuesta rápida y “correcta”, generando una falsa sensación de cumplimiento del deber, de contenidos y tareas en fechas pre-establecidas.

El objetivo de lograr hacer explícito el proceso metacognitivo del estudiante, en el evento de enseñanza aprendizaje, y en particular en la solución de un problema en física, conduciría, entre otros, a maximizar el potencial de aprendizaje del individuo, dar elementos para construir su autonomía, y optimizar procesos como el de toma de decisiones (Sabella & Redish, 2007). En el actual documento, se expone el proceso seguido para indagar sobre la trazabilidad del concepto de regulación metacognitiva, en el momento en que los estudiantes acceden a la educación terciaria, de acuerdo con lo expuesto anteriormente, y que informe sobre el uso de los conocimientos de los estudiantes en este aspecto y la posible forma en que se puede incidir en el proceso de solución de la situación. El objeto de identificar falencias iniciales debería conducir a la construcción de propuestas metodologías que optimicen las capacidades metacognitivas del estudiante.

MÉTODOLÓGIA

Para el estudio se incluyeron como participantes, 84 estudiantes de segundo semestre, pertenecientes a la carrera de Ingeniería mecatrónica de una institución de educación superior (IES) de Bogotá, inscritos en los cursos de la asignatura física mecánica asignados al docente investigador, autor del presente artículo, a los que se les invitó a participar voluntariamente en este estudio de tipo pre-experimental (Bravo & Buendía, 1997), de un solo grupo con post-test, durante los dos semestres académicos de 2020. Los estudiantes participantes provienen en su gran mayoría de las diferentes localidades de Bogotá, Colombia, y solo 5 de ellos provienen de dos localidades cercanas a la capital colombiana; Soacha (3), Funza (1) y Facatativá (1). El rango de edad de la muestra es de 17 a 23 años. La muestra está formada por un 78,57 % de hombres y un 21,43 % de mujeres. La anterior desigualdad de género en los participantes se considera una particularidad de la institución del estudio, dado que sus carreras tienden a ser más elegidas por barones que mujeres.

Se diseñó una sesión taller explicativa de dos horas donde se explicaron todos los detalles del proceso investigativo que se desarrollaría, compartiendo los elementos esenciales que describen el proceso metacognitivo. Se les indicó a los estudiantes la necesidad, para el éxito del proyecto, de hacer explícito cada paso del proceso de solución de problemas que ellos típicamente desarrollan, haciendo hincapié en la explicitación de el plan y seguimiento del proceso. En lo concerniente con la ética de la investigación, se tienen en cuenta factores que mantengan los parámetros éticos de cualquier la investigación con seres humanos adultos; la invitación a participar en el estudio fue abierta, y solo los estudiantes que voluntariamente accedieron a escuchar la información general del estudio fueron informados. Después de escuchar la información, a los que decidieron participar en el estudio, se les pidió firmar voluntariamente un consentimiento informado. Se comunican aspectos como la posibilidad de retirarse del estudio en cualquier momento, así como la garantía de que el estudio esta diseñado para el beneficio de la totalidad de la población estudiantil de la institución en la que se desarrolla el estudio.

Se generó un instrumento para cuantificar la variable en cuestión: *uso e incidencia de habilidades de regulación del pensamiento metacognitivo en los estudiantes de primeros semestres universitarios en carreras de ingeniería en la IES*. Se tomó una muestra de diez ejercicios combinados entre; diseñados por el grupo de investigación generador y ejecutor del proyecto y de problemas propuestos por los textos de Sears () y Serway(), en el primer caso diseñando y en el segundo adecuando un conjunto de problemas de física mecánica, correspondientes al tema elegido para la intervención, en este caso el tema de cinemática en una y dos dimensiones, teniendo en cuenta que es un tema al que se ha dedicado una parte significativa del semestre, porcentualmente mayor que a los demás temas. Los requerimientos mínimos son los de contar con el nivel básico en contenido conceptual, que no fuesen problemas cerrados, ni de solución concreta, y que su solución no proviniera del uso directo de ecuaciones, en esto consistió la adecuación en el caso de los problemas de texto. Después de realizada la acción anterior, se procede a una evaluación en el grupo de trabajo, para seleccionar los cuatro problemas que se consideran mejor elaborados y adecuados para la intervención con estudiantes y los objetivos del proyecto. El número elegido, se decidió dentro de los criterios de no repetición en los diferentes enunciados, y de abarcar adecuadamente los diferentes contenidos conceptuales del tema de cinemática, así como de las dimensiones a evaluar, dos de los problemas elegidos fueron diseñados por el grupo, mientras los otros dos fueron adecuados de los textos. Posteriormente se elabora un modelo de cuantificación de la variable basado en modelos clásicos de solución de problemas, así como de la caracterización de la regulación metacognitiva según la literatura, centrado en las habilidades de regulación metacognitiva (Anexo 1: ejemplo problema aplicado). Ambos aspectos son desglosados en más detalle en párrafos posteriores del presente documento.

Todos los estudiantes estaban cursando la asignatura de física mecánica. Dado que los objetivos del presente estudio no precisan de una intervención pedagógica previa, todo el proceso fue desarrollado en la

última semana lectiva de cada semestre de 2020 con los estudiantes que aceptaron la invitación, de cada uno de los cuatro cursos (dos por semestre) de física mecánica a cargo del docente investigador (muestreo intencionado (Bravo & Buendía, 1997)). Les fue aplicado el set de cuatro problemas diseñados para el objetivo. Se les reiteró, en los momentos previos a la aplicación, la existencia de las habilidades metacognitivas necesarias para la solución de problemas, así como la forma en que se les solicitaba que lo hicieran explícito durante el proceso. Los resultados se analizaron estadísticamente de acuerdo con la tabla de codificación diseñada, en cuatro categorías secuenciales.

Para probar la confiabilidad y validez interna del instrumento de recogida de datos, se recurre al juicio de expertos. Tres integrantes activos del grupo de investigación, además de tres docentes del departamento de ciencias básicas de la IES, especialistas en la enseñanza de la física, y un experto en el tema de evaluación investigativa, consultados sobre la pertinencia y la concordancia en la descripción de las características a medir, para el tratamiento de estos datos se usó la fórmula de Aiken, obteniendo un valor para el coeficiente V de 0.81, lo cual la categoriza como muy válido. A partir de los comentarios y sugerencias realizadas por el grupo de expertos, se realizó también una corrección y adecuación de los ítems.

Con el fin de identificar la existencia y el uso de las habilidades metacognitivas de los estudiantes durante el proceso de solución de problemas en física, y basados en los modelos clásicos de los expertos en solución de problemas, el autor desglosa el proceso en cuatro categorías; *Escenario*, *Fenómeno*, *Relaciones entre variables* y *Modelación matemática*, fundamentado también en su experiencia de más de veinte años de docencia. En la tabla 1 se identifican y describen las categorías en la solución de problemas, teniendo en cuenta el grado de adhesión al proceso desglosado. Del mismo modo se relacionan las habilidades necesarias para cada categoría.

Tabla 1 – Identificación de las categorías en la solución de situaciones problema.

Categoría	Descripción	Habilidades usadas
Escenario	Interpreta el enunciado para describir, identificar y planear adecuadamente el desarrollo del problema, incluyendo todas las características topográficas y geométricas del escenario real del fenómeno.	Planear, describir, percibir, identificar, generar procesos.
Fenómeno	Identifica con precisión los fenómenos físicos que ocurren en el escenario, identificando con exactitud conceptos y procesos físicos que fundamentan el análisis y explicación del fenómeno estudiado, así como el aspecto evaluado.	Identificar, controlar el proceso, precisar, monitorear, ser exacto, manejar la información, evaluar.
Relaciones	Identifica relaciones entre variables de acuerdo con la geometría del escenario, relaciones directas, inversas, simetrías y consecuencias con profundidad conceptual de acuerdo um leyes físicas pertinentes.	Monitorear, relacionar, identificar, profundizar, codificar, inferir, precisar, tomar decisiones.
Modelación matemática	Aplica modelos matemáticos correspondientes para el procesamiento de la información, logrando coherencia en todo el proceso, llegando a um respuesta lógica.	Modelar, processar, tener un propósito, monitorear estrategias, evaluar los resultados.

Fuente: el autor

En la tabla 2 se muestra la forma en que se operacionaliza la variable, cuantificando resultados de acuerdo con cinco estadios. Al estadio uno se le asigna el nivel superior de adhesión al proceso de solución de problemas, en lo relacionado con las habilidades de regulación metacognitiva. En consecuencia, este nivel tiene a su vez asignado el mayor puntaje, y a partir de allí se asignan los demás puntajes como se puede revisar en la tabla indicada.

Tabla 2 - Operacionalización de la variable.

Estadios	Descripción	Puntaje
Estadio uno	Se identifica claramente la precisión en la descripción detallada, de manera gráfica y/o teórica, del proceso necesario para el logro del objetivo previsto para la categoría.	4
Estadio dos	Se identifica cierta claridad en cuanto a la necesidad de desarrollar esta categoría, pero deja elementos importantes fuera de la descripción completa teórica o gráfica.	3
Estadio tres	La descripción de la categoría, teórica o gráfica es ambigua, no es notorio si el estudiante tiene claro el objetivo de la categoría	2
Estadio cuatro	Se manifiestan ciertos elementos aislados que pueden inferirse como elementos de la categoría. Es pobre la descripción teórica o gráfica.	1
Estadio cinco	El estudiante no tiene claridad alguna sobre el objetivo de la categoría, no describe ni relaciona teórica, ni gráficamente las características necesarias.	0

Fuente: el autor

El anterior desglose, está basado y se acopla significativamente a los modelos clásicos de los expertos en solución de problemas (Polya, 1965; Sternberg, 1999; Mayer, 1992), así como a las características

de las habilidades de regulación metacognitiva (Mota et al., 2019), (Haeruddin et al., 2020) adaptados por el autor al caso particular.

Se someten los datos al tratamiento estadístico correspondiente, buscando identificar el uso de las habilidades de regulación metacognitiva en los estudiantes, así como su incidencia dentro del proceso de solución de problemas.

RESULTADOS

Antes de mostrar el desarrollo puramente estadístico, se ilustra a partir de un ejemplo, la aproximación a como se desarrolló el proceso de análisis de las respuestas de los estudiantes, ligado eso sí, al diseño de instrumento y la tabla de operacionalización expuesta anteriormente. En la Figura 1 se observa la solución parcial dada por un estudiante a la situación problema 3 (Anexo 1).

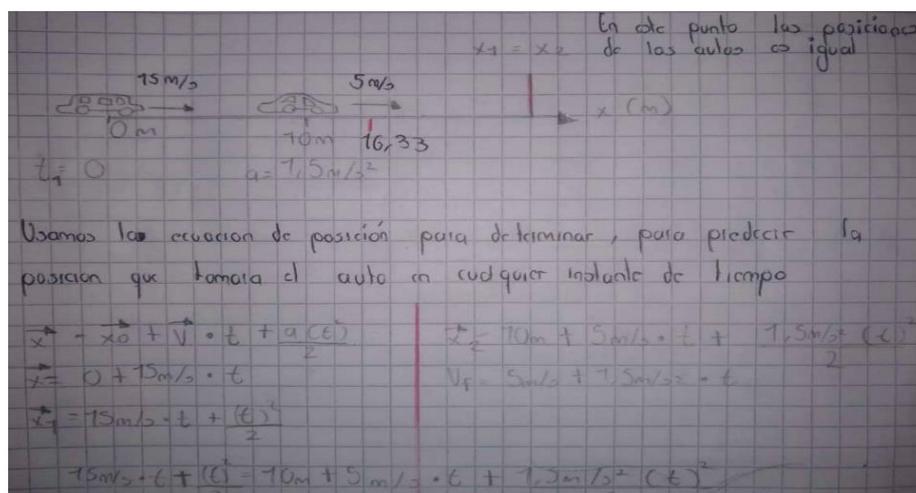


Figura 1 - Ejemplo de solución por estudiante

La categoría *Escenario*, nos lleva a observar inicialmente que el estudiante logra interpretar el enunciado, al lograr bosquejar una gráfica que ilustra la posición relativa de los autos, ubicando un marco de referencia, en este caso es suficiente con la recta numérica correspondiente al eje "x". Además, dado que se pide una *descripción* teórica del proceso realizado, el estudiante afirma que "en este punto las posiciones de los autos es igual" refiriéndose a la posible proyección de la solución de la situación planteada en el enunciado del problema, en donde se propone plantear la posibilidad de que los autos se crucen en algún momento de su trayectoria. Tal como se enuncia en la tabla de codificación, *percibe* las características del escenario, así como la descripción gráfica del lugar donde se desarrolla el fenómeno. En este paso se pretende que el estudiante presente una visión y comprensión general del problema que lo ayude a *planear* y *organizar* su pensamiento e ideas para lograr tener una base sólida para los siguientes pasos del proceso. Puntuación 5 en la categoría escenario.

En la categoría *Fenómeno*, y continuando con la misma situación problema, se pide la *precisión* en la *identificación* de los fenómenos físicos de movimiento uniforme, en la primera parte de la gráfica, así como del movimiento uniformemente acelerado de la segunda parte de la situación. Adicionalmente se busca que el estudiante sea capaz de *describir* y *monitorear* el proceso que está siguiendo en cada parte del proceso. En la categoría escenario (punto de partida del proceso) se considera suficiente una gráfica detallada y precisa con todas las características de dicho escenario. En la categoría fenómeno, en cambio, se espera que el estudiante describa con alguna *exactitud* las características de los fenómenos, *Controlando el proceso* desde los conceptos físicos involucrados y las consecuencias para la evolución de la situación en función del tiempo, así como sus posibles efectos, en este caso para el análisis de la posibilidad de encuentro de los dos autos. Se identifica que esta categoría exige un nivel de comprensión superior de los fenómenos y adecuado *manejo de la información* que proviene del escenario mismo, así como desde las teorías físicas. Como se revelará en el análisis de resultados, no se encuentra un alto porcentaje de respuestas bien encaminadas en este aspecto. De hecho, no fue posible encontrar ningún ejemplo de fragmento de solución estudiantil, que ilustrara este aspecto en la práctica de manera completa.

Para la categoría *Relaciones*, se pretende que el estudiante empiece a hacer la transición de los aspectos teóricos del fenómeno, hacia las *relaciones* geométricas del escenario y las *relaciones* matemáticas implícitas en los fenómenos. En lo relacionado con las relaciones geométricas, se espera que el estudiante sea capaz de *identificar* simetrías, relaciones de complemento, suma de distancias, relaciones de formas, triángulos, rectángulos, etc. que impliquen el uso de conocimientos no de la física en el sentido estricto de la asignatura, por ejemplo, teorema de Pitágoras, longitud de una circunferencia, entre otros. En el segundo aspecto, se consideran las relaciones matemáticas de los fenómenos, es decir las ecuaciones que describen y *codifican* los conceptos identificados, aspecto que refleja, si está bien enfocado, el grado de comprensión del componente matemático y su contextualización para un fenómeno particular, ya que podría *inferir* consecuencias importantes con miras a la solución. A manera de ejemplo, observar que el estudiante refleje claridad en que la ecuación $x = v \cdot t$ solo es válida en el contexto del movimiento uniforme y no en ningún otro tipo de fenómeno. En el problema 1 (Anexo 1) por ejemplo, varios de los estudiantes dan como respuesta que la distancia recorrida en la segunda parte de la carrera es 217,9m, aun sabiendo que la distancia total que recorrió el atleta fue de 200m. en este caso se analiza desde la perspectiva de la carencia de lógica en las relaciones geométricas de las distancias; suma de distancias igual a distancia total. La fusión de los dos aspectos generales de una situación problema implica una *profundización* clave en la comprensión del proceso.

Finalmente, para el caso del *Modelamiento Matemático*, En nuestro caso particular, es una verdad ya conocida, que los estudiantes tienden a iniciar su proceso de resolución del problema en física usando las ecuaciones, omitiendo los tres primeros pasos considerados en la propuesta actual. Sin embargo, no se hace un uso consciente de la *modelación* implícita en ellas como se puede ver en la Figura 2, en donde el estudiante, al pretender resolver la situación planteada en el problema 2 (Anexo 1) simplemente toma una ecuación para determinar la altura máxima y reemplaza números, sin comprender que este dato, aunque correcto numéricamente, no resuelve ni aporta significativamente a la solución de la pregunta verdadera.

teniendo la altura máxima (y_{max}), el ángulo al que fue lanzado el objeto, se puede encontrar el componente en v_y .

La $v_y = 0$, el tiempo sería de subida.

se despeja el tiempo en la fórmula 2. de reemplazando en la fórmula 3 se consigue el alcance máximo en y .

$$y_{max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \theta}{2g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{y_{max} \cdot 2g}{\sin^2 \theta}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{285 \cdot 19,6}{0,75}}$$

$$v_0 = 14,912 \text{ m/s}$$

Figura 2 - Ejemplo de solución por estudiante.

Se espera del estudiante un *procesamiento* matemático adecuado, fundamentado en los tres pasos previos, teniendo como *propósito* el llegar a una respuesta lógica y bien sustentada, como producto resultante de todo el proceso. Como comentario final, se considera que algunas habilidades, como el *monitoreo* constante y la *toma de decisiones* son transversales al proceso. (en el Anexo 2 se muestran algunas respuestas adicionales de estudiantes)

Se hace necesario ahora pasar a los análisis cuantitativos correspondientes, a partir de los datos brutos recolectados:

Los resultados de la intervención de la presente investigación muestran el siguiente panorama. Iniciamos presentando los resultados obtenidos por los 84 estudiantes (Tabla 3), teniendo en cuenta que, dado que cada situación problema está conformada por cuatro categorías, y cada una de ellas se ha calificado en cinco estadios, (0 a 4) con puntaje máximo de cuatro, cada estudiante puede obtener un puntaje individual total de 64 puntos, de acuerdo con la tabla de codificación expuesta. Se identifican los mayores puntajes de los 84 estudiantes: los puntajes más significativos son seis puntajes por encima de 50, a manera de referencia, es decir que obtuvieron más del 78% del total posible. Dado que es un número bajo de estudiantes, se posterga cualquier análisis para posteriores resultados.

Tabla 3 - Puntajes de los 84 estudiantes

#	Total	#	Total	#	Total	#	Total
1	40	22	38	43	38	64	36
2	3	23	14	44	5	65	17
3	42	24	20	45	40	66	19
4	50	25	18	46	53	67	20
5	31	26	41	47	30	68	40
6	25	27	21	48	27	69	24
7	18	28	16	49	17	70	15
8	8	29	23	50	12	71	26
9	16	30	23	51	15	72	22
10	0	31	60	52	4	73	63
11	13	32	29	53	12	74	28
12	17	33	42	54	18	75	44
13	16	34	56	55	14	76	55
14	4	35	26	56	8	77	28
15	0	36	29	57	4	78	28
16	25	37	45	58	23	79	48
17	22	38	43	59	24	80	41
18	24	39	36	60	23	81	39
19	28	40	24	61	29	82	23
20	5	41	35	62	5	83	38
21	18	42	12	63	20	84	15

Fuente: El autor

Observando ahora puntajes individuales totales bajos, junto con el puntaje promedio del grupo en general; los resultados mostraron otra tendencia inicial, ya que los dos puntajes más bajos corresponden a los estudiantes 10 y 15, con un puntaje de “cero” puntos, mientras que el promedio de puntajes individuales totales es 25,55, es decir apenas el 39,92% del total posible, valor llamativamente bajo para el grupo de estudiantes participantes. Se puede adelantar con esto, que, visto el proceso como un todo, inicialmente no se refleja el adecuado uso de las habilidades evaluadas. Sin embargo, otros aspectos a estudiar añadirán detalles a nuestro análisis de las posibles incidencias.

Los anteriores datos se extractaron de la tabla general de datos brutos para las cuatro situaciones problema, las cuatro categorías, y los 84 estudiantes. En la tabla 4 se expone una muestra elegida al azar de los puntajes de los 15 estudiantes 70 a 84, para la pregunta dos, extraídos de la tabla general, demasiado amplia para el presente documento. Del mismo modo, en el Anexo 2 se muestra una respuesta modelo de un estudiante, y en la tabla 5 se expone la estadística descriptiva de los resultados brutos totales para la muestra, junto al histograma correspondiente (Figura 3).

La estadística descriptiva aporta información general sobre los resultados obtenidos por los estudiantes en relación con nuestra variable dependiente; uso de habilidades de pensamiento metacognitivo, se observa que dicho nivel es muy bajo, ubicándose la media apenas en el sexto decil, confirmado por la no simetría de la distribución con respecto a los puntajes posibles, sesgada hacia valores porcentuales bajos, teniendo un coeficiente de asimetría de 0.47 que, aun cuando positivo, confirman el análisis de la media; la variable a medir en nuestro estudio presenta resultados muy bajos. Por otro lado, el tener una curtosis baja negativa, implica que no hay un claro pico en los valores obtenidos, una típica curva platicúrtica. Aun cuando esta información continúa siendo muy clara, con respecto a la tendencia general de los datos, se indagó más en detalle para identificar factores más pequeños y aspectos más concretos que alimenten nuestros análisis y conclusiones.

En el siguiente análisis se realiza el conteo del número de respuestas que se ubican en cada uno de los estadios correspondientes para todas las preguntas, análisis que se puede relacionar con el nivel de comprensión general del proceso, con la presencia y el uso de las habilidades metacognitivas logrado dentro de la resolución de un problema, y fundamentalmente con la evidencia de la coherencia y correlación de las

diferentes etapas del proceso, evidencia de la incidencia del uso coherente de las habilidades de regulación metacognitiva en la solución de la situación, segundo objetivo esencial en nuestro trabajo. Los resultados se muestran en la tabla 6, debe tenerse en cuenta que el total de respuestas posibles en cada estadio es de 336, correspondientes a las cuatro preguntas, para los 84 estudiantes participantes. También es importante recordar que el estadio uno es el de mayor complejidad y adecuación al uso de habilidades (puntaje 4), mientras que el estadio cinco corresponde a la no adecuación al uso (puntaje 0). Finalmente se anota que el juicio de expertos también conceptualizo sobre la homogeneidad del nivel de complejidad de los cuatro problemas.

Tabla 4 - Muestra de puntajes por categoría, para estudiantes 70 a 84 (problema 2).

# ESTUDIANTE	ESCENARIO	FENOMENO	RELACION	MATEMATICA	TOTAL
70	2	1	0	0	3
71	4	3	3	3	13
72	1	0	0	0	1
73	4	4	3	4	15
74	0	0	0	0	0
75	3	3	3	2	11
76	4	4	4	4	16
77	4	3	2	2	11
78	2	2	2	2	8
79	4	3	4	4	15
80	3	4	4	4	15
81	3	4	3	3	13
82	0	0	0	0	0
83	3	2	2	2	9
84	2	1	0	0	3

Tabla 5 - Estadística descriptiva

Media	25,547619
Error típico	1,57599651
Mediana	23,5
Moda	23
Desviación estándar	14,4442466
Varianza de la muestra	208,636259
Curtosis	-
	0,19865676
Coefficiente de asimetría	0,47083519
Rango	63
Mínimo	0
Máximo	63
Suma	2146
Cuenta	84
Mayor (1)	63
Menor(1)	0
Nivel de confianza(95,0%)	3,13459367

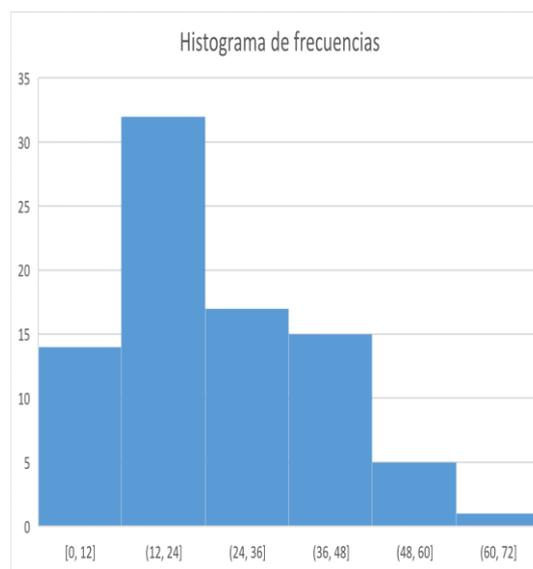


Figura 3 - Histograma general

Fuente: el autor

Tabla 6 - Número de respuestas y porcentajes totales por estadio.

CATEGORÍA ESTADIO	Escenario		Fenómeno		Relaciones		Matemática	
	# Resp	%	# Resp	%	# Resp	%	# Resp	%
1	64	19,05	50	14,88	38	11,31	40	11,90
2	66	19,64	71	21,13	49	14,58	32	9,52
3	57	16,96	52	15,48	54	16,07	48	14,29
4	45	13,39	74	22,02	77	22,92	58	17,26
5	104	30,95	89	26,49	118	35,12	158	47,02

Fuente: el autor.

La tabla 6 refleja mayores porcentajes de número de respuestas para todas las categorías en los estadios cinco, evidenciando que en todo el proceso predomina el poco uso de las habilidades correspondientes, presentando valores más elevados erróneos en las categorías de relaciones lógicas, dadas por la modelación fenomenológica, y la correspondiente a predicciones dadas por la modelación matemática, con 35,12% y 47,02% respectivamente, lo cual reflejaría una debilidad particular en el uso de habilidades de identificación de relaciones entre variables, identificación de consecuencias, codificación y predicción, inferencias y manejo de la información, monitoreo y evaluación, entre otras. Se colige entonces, preliminarmente, que las categorías con sus correspondientes habilidades de pensamiento metacognitivo representan un alto grado de dificultad y complejidad para el estudiante, y, en segundo lugar, sobresale una exigencia importante, relacionada con la consistencia que el mismo proceso impone, y que desemboca nuestro análisis hacia el segundo objetivo investigativo, ya que se puede intuir de los datos, cierta relación entre la inadecuada descripción del escenario donde ocurre el fenómeno, que involucra percepción, descripción, identificación, planeación, y la respuesta al final del proceso, desembocando en una posible conclusión o resultado matemático erróneo. Escrutando en este último aspecto, se determinó el coeficiente de correlación, entre los datos de la categoría “Escenario” Con la categoría “Matemática”, los dos extremos del proceso, encontrándose un valor de 0,84 correspondiente estadísticamente a una correlación positiva alta.

Buscando profundizar en el posible hallazgo dentro de los datos de la importancia de la secuencia coherente del proceso, directamente relacionado con uno de nuestros objetivos básicos, se interrelacionan las frecuencias correspondientes al número de respuestas de estudiantes en el estadio uno y en el estadio cinco para cada problema, con las categorías de “escenario” vs “matemática”; comienzo y fin del proceso. Se obtienen las gráficas de la Figura 4, donde se identifica, en primer lugar, la mayor frecuencia de respuestas para el estadio uno (puntaje cero), reafirmando los hallazgos anteriores. Sin embargo, y más importante, se observa que la sola identificación, percepción, descripción, e inclusive planeación llevada a cabo en la categoría “escenario”, no conlleva o correlaciona necesariamente procesos coherentes, ni respuestas matemáticas correctas (a). Ejemplo, en el problema 4, se observa que mientras siete estudiantes empezaron bien el proceso, solamente tres lograron cerrar de la misma manera el problema en la modelación matemática, fenómeno también marcado en los problemas dos y tres. En segundo lugar, sí se infiere una clara relación entre la inadecuada descripción del escenario y el uso de las habilidades metacognitivas correspondientes, con el fallido desarrollo del proceso y su consecuente incorrecta respuesta matemática final (b). se concluye que quienes iniciaron el proceso de forma correcta, no aseguraron un proceso completo correcto, lo cual habla de su complejidad, además de llamar nuestra atención hacia fallas en aspectos de planeación, manejo de la información y monitoreo. Sin embargo, el iniciar el proceso de manera errónea, sí implica significativamente un fallo en todos los segmentos de la solución del problema. Siguiendo esta idea, y para enfatizar este aspecto, se calcula la desviación estándar de los valores de frecuencia de la tabla 6 en las columnas (categorías) correspondientes al número de respuestas en cada estadio, para cada categoría. Su comparación refleja un aumento significativo de la desviación estándar de los datos de la primera categoría “escenario” con un valor de 22,15, hasta la última; “matemática” cuyo valor es de 51.56. Se concluye que mientras al inicio del proceso de solución del problema las respuesta de los estudiantes se repartían de manera aproximadamente equitativa en un rango razonablemente similar, los errores en el uso de las habilidades de monitoreo, seguimiento, manejo de la información, evaluación, entre otras, lleva a que el número de respuestas de los estudiantes que se dan para los resultados posteriores del problema, se disgreguen significativamente, con una clara tendencia hacia el estadio cinco, donde el estudiante tiene poca claridad sobre el uso de las habilidades de pensamiento metacognitivo, y por ende los resultados mostrados durante el proceso de solución del problema colapsa hacia respuestas erróneas.

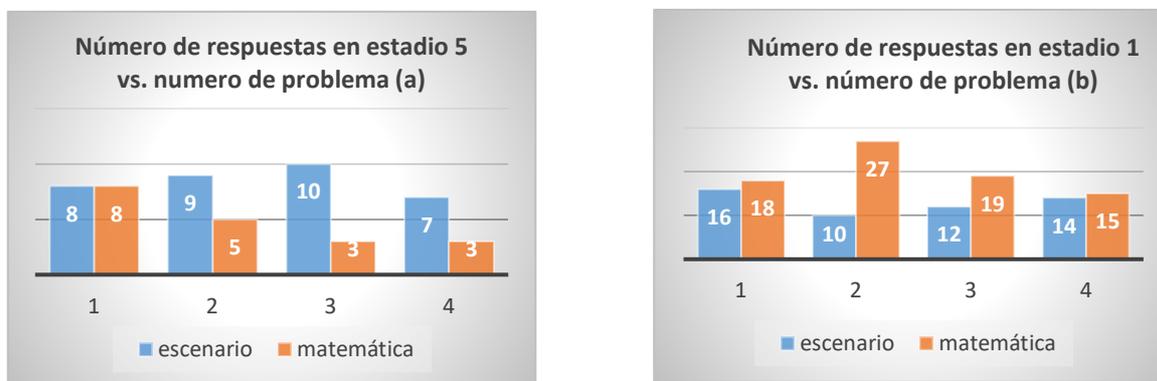


Figura 4 - Frecuencia de respuestas en estadios uno y cinco, versus problema.

Por otra parte, el hecho de que los resultados de la categoría de modelación matemática, impliquen indirectamente la adecuada o errónea solución del problema, nos lleva a identificar en los resultados de la tabla 6 que solo el 21,42% (11,90%+9,52%) de los puntajes, lograron llegar a buen término el proceso de solución del problema (estadios 1 y 2), llevándonos, según el diseño de investigación, y a la luz de uno de los objetivos de investigación, a concluir que el uso adecuado de las habilidades de pensamiento metacognitivo solo se identifican de manera plena en este escaso porcentaje.

Finalmente, se identifica, que un porcentaje de 8,23% de los estudiantes (n = 7), parece hacer uso no expreso de las habilidades metacognitivas, ya que pese a no cumplir con las exigencias de la categoría uno, logran, sin embargo, mediante un proceso interno, arribar a la respuesta correcta. Se podría hablar entonces, para el caso de ciertos estudiantes, del uso tácito de ciertos aspectos de regulación metacognitiva, más allá de su uso consciente o explícito durante el desarrollo del proceso de solución del problema. Se hace necesario dentro de las metodologías de enseñanza el procurar que dicho conocimiento se haga visible, con el objetivo de generar estrategias didácticas enfocadas claramente a las dificultades que puedan emerger y ser visualizadas de acuerdo con cada tipo de estudiante. Siguiendo esta misma línea, se puede intuir, para el caso más general de los resultados obtenidos en el diseño de investigación, que un gran número de estudiantes poseen algunos conocimientos implícitos que, en este caso, NO los llevaron a una solución correcta, son conocimientos previos que, en lugar de guiar y aportar, bloquean y desvían el proceso del camino adecuado (uso aislado de fórmulas, no proceso, no uso de habilidades de pensamiento). Presaberes equivocados que se reflejan explícitamente en los resultados. Nuevamente se llama a implementar metodologías que direccionen el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Se expone ahora, por último, el análisis descriptivo estadístico de los datos para cada paso del proceso de solución de las situaciones problema: se identifican los resultados de los estudiantes en lo referente a cada uno de los estadios.

Tabla 7 - Estadística descriptiva por categorías

	<i>Escenario</i>	<i>Fenómeno</i>	<i>Relaciones</i>	<i>Matemática</i>
Media	1,86309524	1,76785714	1,43452381	1,2202381
Media en porcentaje	46,58	44,2	35,86	30,5
Error típico	0,11908237	0,11007593	0,1070111	0,10989847
Mediana	2	2	1	1
Moda	0	0	0	0
Desviación estándar	1,54348387	1,42674712	1,38702232	1,42444693
Varianza de la muestra	2,38234246	2,03560736	1,92383091	2,02904904
Curtosis	-1,5000660	-1,3375296	-1,0066118	-0,7347072
Coefficiente de asimetría	0,06400198	0,17913673	0,54598298	0,81211496
Rango	4	4	4	4

Fuente: el autor

Dentro de la información visualizada en la tabla 7, se confirman aspectos como: puntaje mínimo cero, moda cero. Además, se encuentra que el análisis de las medias de las cuatro categorías muestra, que se llega apenas al 46.58% del puntaje máximo en la categoría de “escenario”, adicionando la identificación de una clara tendencia al descenso, llegando a una media de 1.22 en el caso de la categoría “matemática”, mostrando un descenso total de la primera a la cuarta categoría de 0,64, un gradiente negativo de 16,07%, que si se contrasta con el máximo de 46.58% resulta bastante revelador. Lo que expone este análisis es la tendencia general referida al hecho de que la falta de una adecuada percepción de la situación, una descripción adecuada, una identificación de los aspectos generales del problema, pero principalmente la falta de planeación y de generación de estrategias para la solución, todas involucradas en la primera categoría, desemboca en todo un proceso equivocado, que finaliza en un resultado pobre en lo referente a la solución exitosa del problema. A pesar de la ligadura que impone el proceso en el sentido de que, si una de las variables aumenta, la otra debe disminuir, como sería el caso de la suma total de respuestas en cada estadio reflejadas en la tabla 6, (336 respuestas), lo que muestra la realidad es que lo que disminuye es la cantidad de estudiantes con resultados adecuados a través del proceso y no al contrario, evidencia de la necesidad de la enseñanza de un proceso claro y coherente que sostenga con precisión el camino hacia una respuesta correcta y coherente.

CONCLUSIONES

Adicional a los análisis ya explícitos en la sección anterior, se resalta la alineación que nuestros resultados reflejan con estudios previos, que exponen como el proceso de solución de problemas en física, en cada uno de sus componentes, es un proceso complejo, que implica un gran número de habilidades cognitivas (Claxton, 2018; Fabby & Koenig, 2015; Jonassen, 2003), de regulación metacognitiva (Kryjevskaja, Stetzer y Grosz, 2014), así como también aspectos emocionales (Menenghetti, De Beni & Cornoldi 2007; Schraw, Crippen & Hartley 2006). Complejidad para la que los estudiantes colombianos participantes en el estudio, los resultados demuestran que no están preparados adecuadamente a partir de sus estadios previos de la educación secundaria en Colombia. Complejidad que resalta algunos resultados que pueden ser muy útiles para el contexto de la institución participante, proyectado hacia el caso colombiano y latinoamericano, dado que los estudiantes provienen de 84 instituciones educativas públicas distintas de educación media en Colombia.

Los estadísticos resaltan la relación entre el **uso de las habilidades de regulación metacognitiva** dentro del proceso de solución de problemas en física, y la coherencia y éxito del proceso en sí mismo, a la luz de las cuales se diseñó el instrumento de recolección de datos. Se destaca que la ausencia de habilidades tales como percepción, descripción, identificación, exactitud, pero sobre todo ausencia de elementos como la planeación, monitoreo, generación de estrategias y evaluación de los procesos, así como la toma de decisiones y el sacar conclusiones, al no llevar a la adecuada solución de la situación problema, afecta el proceso educativo de manera significativa, conlleva, en definitiva, a la imposibilidad de que los estudiantes regulen y controlen su proceso de aprendizaje. Los resultados sugieren que el diseño del actual trabajo investigativo puede constituirse en una eficaz estrategia para hacer seguimiento e identificar el uso e incidencia de las habilidades de regulación metacognitiva en la solución de problemas en ciencias de nivel medio y primeros semestres universitarios.

Los análisis estadísticos demuestran la relación entre el desempeño de aquellos estudiantes que lograron construir un proceso desde el percibir, describir, representar, entre otros, así como un proceso de planeación y seguimiento general, con el hecho de logra llevar a buen término todo el proceso de solución de las situaciones planteadas, haciendo uso explícito de las habilidades de regulación metacognitiva. Se puede generar la necesidad de construir estrategias pedagógicas que enseñe de manera explícita las habilidades de pensamiento metacognitivo, con las bondades que han mostrado anteriores estudios (Schoenfeld, 1979; Nietfeld, 2010; Zepeda et al, 2015), se intuye que es posible lograr una variación positiva en los resultados académicos de los estudiantes.

Se recomienda que, dada la importancia demostrada en estudios anteriores de la presencia de tales habilidades (Georghiadis, 2004; Greene & Azevedo, 2009; Menengheti et al., 2007), con estudiantes de otros lugares del planeta, y de los resultados obtenidos en el presente estudio, la generación de estudios similares de acuerdo a la realidad local, y posteriormente la implementación de propuestas focalizadas sobre las verdaderas falencias de los estudiantes, se hace necesario el emprendimiento de acciones, tanto en el uso de metodologías activas y motivadoras, participativas para el estudiante, que generen la apropiación autónoma del proceso de aprendizaje, como de acciones tanto institucionales como de políticas públicas que mitiguen de manera inmediata la situación identificada, que implican el rezago del sistema educativo

colombiano (y de la mayoría de países de Latinoamérica) frente a demás miembros de la OCDE, además de considerar nuevos estudios y proyectos más amplios en la educación bogotana inicialmente y colombiana posteriormente o simultáneamente con el objetivo de ponderar la magnitud de la problemática identificada. Una propuesta en este sentido forma parte de la continuación del presente proyecto desarrollado en la IES de Bogotá, Colombia, y que espera publicar los resultados del impacto en de su aplicación en estudiantes de ingeniería.

REFERENCIAS

- ABET. (2000). Engineering Accreditation Commission. ABET criteria for accrediting engineering programs. Recuperado de <https://www.abet.org/accreditation/accreditation-criteria/>.
- Abdullah, F. (2009). *The patterns of physics problem-solving from the perspective of metacognition*. New Hall, Faculty of education. Recuperado de https://www.academia.edu/298432/The_Patterns_of_Physics_Problem-Solving_From_the_Perspective_of_Metacognition
- Adams, W., & Wieman, C. (2015), Analyzing the many skills involved in solving complex physics problems. *American Journal of Physics*, 83(5), 459-467. <https://doi.org/10.1119/1.4913923>
- Akyol, Z., & Garrison, D. R. (2011). Assessing metacognition in an online community of inquiry. *Internet and Higher Education*, 14(3), 183–190. <https://doi.org/10.1016/j.iheduc.2011.01.005>
- Balta, N., Mason, A.J., & Singh, C. (2016). Surveying Turkish high school and University students ´attitudes and approaches to physics problem solving. *Physical Review Physics Education Research*, 12(1), 010129. <https://journals.aps.org/prper/abstract/10.1103/PhysRevPhysEducRes.12.010129>
- Bravo, C., & Buendía, E. (1997). *Investigación Educativa*. Sevilla, España: Alfar.
- Brown, A. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. Metacognition, motivation, and understanding. En F.E. Weinert, & R. H. Kluwe, (Eds.). *Metacognition, motivation and understanding*. 65-116. Hillsdale, United States of America: Lawrence Erlbaum Associates.
- Browne, N., & Keeley, S. (2015). *Asking the Right Questions: A Guide to Critical Thinking*. United States of America: Pearson.
- Ceberio, M. Almudí, J.M., & Franco, Á. (2016). Design and Application of Interactive Simulations in Problem-Solving in University-Level Physics Education. *Journal of Science Education and Technology*, 25, 590-609. <https://doi.org/10.1007/s10956-016-9615-7>
- Chekwa, E. McFadden, M. Divine, A., & Dorius, T. (2015). Metacognition: transforming the learning experience. *Journal of Learning in Higher Education*, 11(2), 109-112. Recuperado de <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1141767.pdf>
- Chi, M.T.H. (2006). Two approaches to the study of experts´ characteristics. En N. Charness, P. J. Feltovich, R.R. Hoffman, & K. A. Ericsson (Eds). *The Cambridge handbook of expertise and expert performance*. 21-30. New York, United States of America: Cambridge University Press.
- Claxton, G. (2018). *The Learning Power Approach: Teaching Learners to Teach Themselves*. Corwin, London.
- De Cock, M. (2012). Representation use and strategy choice in physics problem solving. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 8(2), 1–15. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.8.020117>
- Fisher, R. (1998). Thinking about thinking: Developing metacognition in children. *Early child development and care: ECDC*, 141, 1-15. <https://doi.org/10.1080/0300443981410101>

- Fabby, C., & Koenig, K. (2015). Examining the Relationship of Scientific Reasoning with Physics Problem Solving. *Journal of STEM Education: Innovations and Research*, 16(4), 20-26. Recuperado de <https://www.jstem.org/jstem/index.php/JSTEM/article/view/1904>
- Flavell, J. (1971). Comentarios del primer comentarista: ¿De qué se trata el desarrollo de la memoria?. *Desarrollo Humano*, 14, 272-278. Recuperado de <https://www.jstor.org/stable/26761846>
- Flavell, J. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. En L. B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence*, 231-235. Hillsdale, United States of America: Laurence Erlbaum.
- Flavell, J. (1979). Metacognition and Cognitive Monitoring: A new area of cognitive-development inquiry, *American Psychologist*, 34(10), 906-911. <http://doi.org/10.1037/0003-066x.34.10.906>
- Flavell, J., Miller, P. H., & Miller, S. A. (2002). *Cognitive development* (4th ed.). Upper Saddle River, United States of America: Prentice Hall.
- Förster, C., & Rojas-Barahona, C. (2010). Adaptación y Validación del Cuestionario de Rasgos de Pensamiento de O'Neil y colaboradores: Metacognición y Motivación en la Solución de Problemas. *Revista Iberoamericana de Diagnóstico y Evaluación Psicológica*, 30(2). 9-33. ISSN: 1135-3848. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/4596/459645442002.pdf>
- Fritzsche, E. Händel, M., & Kröner, S. (2018). What do second-order judgments tell us about low-performing students' metacognitive awareness? *Metacognition and Learning*, 13, 159–177. Recuperado de <https://doi.org/10.1007/s11409-018-9182-9>
- García, T. Rodríguez, C. González, D. Álvarez-García, D., & González, J. (2016). Metacognición y funcionamiento ejecutivo en Educación Primaria. *Anales de Psicología*, 32(2), 474-483. Recuperado de <http://dx.doi.org/10.6018/analesps.32.2.202891>
- Georghiades, P. (2004). From the general to the situated: Three decades of metacognition. *International Journal of Science Education*, 26(3), 365-383. <https://doi.org/10.1080/0950069032000119401>
- Georghiades, P. (2004). Research Report—Making pupils' conceptions of electricity more durable by means of situated metacognition, *International Journal of Science Education*, 26(1), 85-99. <https://doi.org/10.1080/0950069032000070333>
- Greene, J., & Azevedo, R. (2009). A macro-level analysis of SRL processes and their relations to the acquisition of a sophisticated mental model of a complex system, *Contemporary Educational Psychology*. 34(1), 18-29. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2008.05.006>
- Haeruddin, Prasetyo, Z., & Supahar. (2020). The Development of a Metacognition Instrument for College Students to Solve Physics Problems. *International Journal of Instruction*, 13(1), 767-782. <https://doi.org/10.29333/iji.2020.13149a>.
- Harris, K. R., Santangelo, T., & Graham, S. (2010). Metacognition and strategies instruction in writing. En H. S. Schneider & Waters, *Metacognition, strategy use, and instruction*- 226-256. London, England: The Gilford Press.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. New York, United States of America: Routledge.
- Hsu, L. Brewster, E. Foster, T., & Harper, K. (2004). Resource letter RPS-1: Research in Problem solving. *American Journal of Physics*, 72(9), 1147-1156, <https://doi.org/10.1119/1.1763175>
- Instituto Colombiano Para la Evaluación de la Educación. ICFES (2020). *Informe de Resultados para PISA, Colombia 2018*. Recuperado de <http://icfes.gov.co>
- Jonassen, D. (2003). Using cognitive tools to represent problems. *Journal of Research on Technology Education*, 35, 362-381. <https://doi.org/10.1080/15391523.2003.10782391>
- Koch, A. (2001). Training in metacognition and comprehension of physics texts. *Science Education*, 85(6), 758-768. <https://doi.org/10.1002/sce.1037>

- Kohl, P., & Finkelstein, N. (2008). Patterns of multiple representation use by experts and novices during physics problem solving. *Physics review Special topics – Physics Education Research*, 4(1), 1-13. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.4.010111>
- Kryjevskaja, M., Stetzer, M. R., & Grosz, N. (2014). Answer first: Applying the heuristic-analytic theory of reasoning to examine student intuitive thinking in the context of physics. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 10(2), 020109, 1-12. <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.10.020109>
- Larkin, J. McDermott, J. Simon, D., & Simon, H. (1980). Expert and novice performance in solving physics problems. *Science*. 208(4450), 1335-1342. <http://dx.doi.org/10.1126/science.208.4450.1335>
- Manzanares, M. C., & Valdivieso-Leon, L. (2020). Relationship between academic performance and development of self-regulation strategies in universities students. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 23(3). <https://doi.org/10.6018/reifop.385491>
- Marín, F., & Rojas-Barahona, C. (2010). Adaptación y validación de cuestionario de rasgos de pensamiento de O'Neil y colaboradores: Metacognición y Motivación en la solución de problemas. *Revista Iberoamericana de Diagnóstico y evaluación*, 2(30). 9-33. Recuperado de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=459645442002>
- Mayer, R. (1992). *Thinking, Problem Solving, Cognition*. New York, United States of America: Freeman,
- Mayer, R. (1998). Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving, *Instructional Science*, 26, 49-63. <https://doi.org/10.1023/A:1003088013286>
- Marulis, L., & Nelson, L. (2020). Metacognitive processes and association to executive function and motivation during a problem-solving task in 3-5 years old. *Metacognition and learning*, 16, 207-231. <https://doi.org/10.1007/s11409-020-09244-6>
- McDowell, L. (2019). The roles of motivation and metacognition in producing self-regulated learners of college physical science: a review of empirical studies. *International journal of Science education*, 41(17), 2524-2541. <https://doi.org/10.1080/09500693.2019.1689584>
- Meijer, J. Slegers, P. Elshout-Mohr, M. Van Daalen-Kapteijns, M. Meeus, W., & Tempelaar, D. (2013). The development of a questionnaire on metacognition for students in higher education. *Educational Research*, 55(1), 31–52. <https://doi.org/10.1080/00131881.2013.767024>
- Meneghetti, C. De Beni, R., & Cornoldi, C. (2007). Strategic knowledge and consistency in students with good and poor study skills. *European Journal of Cognitive Psychology*, 19(4-5), 628- 649. <https://doi.org/10.1080/09541440701325990>
- Moser, S., Zumbach, J., & Deibl, I. (2017). The effect of metacognitive training and prompting on learning success in simulation-based physics learning. *Science Education*, 101(6), 944- 967. <https://doi.org/10.1002/sce.21295>
- Mota, A. M. Körhasan, N. Miller, K., & Mazur, E. (2019). Homework as a metacognitive tool in an undergraduate physics course. *Physical Review Physics Education Research*, 15(1), 010136(12). <https://doi.org/10.1103/PhysRevPhysEducRes.15.010136>
- Nederhand, M. L., Tabbers, H.K., De Bruin, A.B., & Rikers, R. (2021). Metacognitive awareness as measured by second-order judgements among university and secondary school students. *Metacognition Learning*. 16, 1-14. <https://doi.org/10.1007/s11409-020-09228-6>
- Nietfeld, J. L., & G. Shraw, (2010). The effect of knowledge and strategy training on monitoring accuracy, *The Journal of Educational Research*, 95(3), 131-142. <https://doi.org/10.1080/00220670209596583>
- Ormrod, J. (2004). *Human Learning*. Upper Saddle River, United States of America: Pearson/Merrill/Prentice Hall.

- Osses, S., & Jaramillo, S. (2008). Metacognición, un camino para aprender a aprender. *Estudios Pedagógicos*, 34(1), 187-197. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07052008000100011>
- Özsoy, G. Memis, A., & Temur, T. (2017). Metacognition, study habits and attitudes. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 2(1), 154-166. Recuperado de <https://iejee.com/index.php/IEJEE/article/view/263>
- Passow, H. (2012). Which ABET competencies do engineering graduates find most important in their work? *Journal of Engineering Education*, 101(1), 95-118. <https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2012.tb00043.x>
- Polya, G. (1965). *Como plantear y resolver problemas*. México, México: Trillas.
- Pozo, J. (1999). *La solución de problema.*, Madrid, España: Santillana.
- Rosa, C., & Ghiggi, C. (2018). Resolução de problemas em física envolvendo estratégias metacognitivas: análise de propostas didáticas. *Investigações em Ensino de Ciências*, 23(3), 30-59. <https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2018v23n3p31>
- Ritchhart, R. Church, M., & Morrison, K. (2011). *Making Thinking Visible: How to promote Engagement, Understanding, and Independence for all learners*. San Francisco, United States of America: Jossey-Bass.
- Sabella, M., & Redish, E. (2007) Knowledge organization and activation in physics problem solving. *American Journal of Physics*, 75(11), 1017-1029. <https://doi.org/10.1119/1.2746359>
- Schraw, G. (2001). Promoting general metacognitive awareness. En H.J. Hartman (Ed). *Metacognition in learning and instruction: Theory, research, and practice*. 3-16. Boston, United States of America: Kluwer.
- Schraw, G., & Moshman, D. (1995). Metacognitive theories. *Educational Psychology Review*, 7(4), 351–371. <https://doi.org/10.1007/BF02212307>
- Schraw, G., & Dennison, R. S. (1994). Assessing metacognitive awareness, *Contemporary Educational Psychology*, 19(4), 460-475. <https://doi.org/10.1006/ceps.1994.1033>
- Schraw, G. Crippen, K. J., & Hartley, K. (2006). Promoting self-regulation in education: Metacognition as part of broader perspective on learning. *Research in Science Education*. 36, 111-139. <https://doi.org/10.1007/s11165-005-3917-8>
- Taasoobshirazi, G., & Farley, J. (2013). Construct validation of the physics metacognition inventory. *International Journal of Science Education*, 35, 447-459. <http://dx.doi.org/10.1080/09500693.2012.750433>
- Taasoobshirazi, G., Bailey, M., & Farley, J. (2015). Physics metacognition inventory part II: Confirmatory factor analysis and Rasch analysis. *International Journal of Science Education*, 37(17), 2769-2786. <http://dx.doi.org/10.1080/09500693.2015.1104425>
- Thiede, K.W., Anderson, M. C., & D Therriault, (2003). Accuracy of metacognitive monitoring effects learning of texts. *Journal of Educational Psychology*, 95(1), 66-73. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.95.1.66>
- Truyol, M. Sanjosé, V., & Gangoso, Z. (2014). Obstacles modeling reality: Two Exploratory Studies on Physics Defined and Undefined Problems, *Journal of Baltic Science Education*, 13(6), 883- 895. <https://doi.org/10.33225/jbse/14.13.883>
- Veenman, M. V. J. (2005). The assessment of metacognitive skills: What can be learned from multi-method designs? En C. Artelt & B. Moscher (Eds.). *Learnstrategien und Metacognition: Implikationen fur Forschung und Praxis*. 75-97. Berlin, Germany: Waxmann.
- Veenman, M. V. J. (2011). Learning to self-monitor and self-regulate. En R. E. Mayer y P. A. Alexander (Eds.), *Handbook of research on learning and instruction* (pp. 197–218). New York, United States of America: Routledge.

- Yuruk, N. Beeth, M. E., & Andersen, C. (2009). Analyzing the effect of metaconceptual teaching practices on students' understanding of force and motion concepts, *Research in Science Education*, 39(4), 449-475. <https://doi.org/10.1007/s11165-008-9089-6>
- Zepeda, C. Richey, J. Ronevich, P., & Nokes-Malach, T. (2015). Direct instruction of metacognition benefits adolescent science learning, transfer, and motivation: An in vivo study, *Journal of Educational Psychology*, 107(4), 954-970. <http://dx.doi.org/10.1037/edu0000022>
- Zimmerman, B. J. (2006). Development and adaptation of expertise: The role of self-regulatory processes and beliefs. En N. Charness, P.J. Feltovich, R. R. Hoffman, & K. A. Ericsson (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance*, 705-722. New York, United States of America: Cambridge University Press.
- Zimmerman, B. J. (2011). Motivational sources and outcomes of self-regulated learning and performance. En B. J. Zimmerman, & D. H. Schunk (Eds.), *Handbook of self-regulation of learning and performance* (pp. 49–64). New York, United States of America: Routledge.
- Zohar, A., & Barzilai, S. (2013). A review of research on metacognition in science education: Current and future directions. *Studies in Science Education*, 49(2), 121-169. <https://doi.org/10.1080/03057267.2013.847261>

Recebido em: 17.08.2021

Aceito em: 02.06.2022

ANEXO 1

Ejemplo de Problemas Aplicados.

Para los enunciados siguientes, explique en detalle cada paso del proceso necesario para llegar a la solución de la situación dada, apoye su solución con gráficos y descripciones que clarifiquen cada paso desarrollado:

1. Experimentos han demostrado que, durante el desarrollo de una carrera, digamos de 200m, normalmente el atleta parte del reposo en el punto de arranque, y acelera (podemos suponer que de manera aproximadamente uniforme) hasta lograr su velocidad máxima en unos 4,9s, posteriormente el atleta, manteniendo un gran esfuerzo, puede sostener esa rapidez durante el resto de la carrera. Si llegó a la meta marcando un tiempo de 19,6s. ¿Es posible determinar la magnitud de la aceleración media que puede generar el atleta durante los primeros 4,9s?
2. Un experimento pedagógico pretende estudiar el efecto de las diferentes variables, cuando una persona o un dispositivo lanza un objeto que desarrollará un movimiento parabólico, hasta lograr alcanzar un objetivo situado a una determinada distancia horizontal y una posición vertical dada. En una de las pruebas realizadas, una persona de 1,85m de altura lanza un objeto contra una pared que se encuentra a 5,04 m de distancia con un ángulo de lanzamiento de 30° , y el objeto se lanzó aproximadamente desde la altura de la cabeza de la persona. En este caso se quiere analizar cuál debe ser la velocidad de lanzamiento del objeto, para que le atine a un objeto colgado en la pared a 2,85m de altura?
3. Tratando de estudiar las diferentes posibilidades que se pueden dar en el movimiento relativo de dos objetos que se desplazan sobre una misma trayectoria recta, se realizan diferentes experiencias bajo diversas condiciones. Una de ellas se desarrolla usando dos autos a los que se les cambia en cada evento sus velocidades relativas, sus posiciones iniciales, e inclusive su dirección de movimiento. Dentro de una de estas variantes, se inicia la toma de datos cuando uno de los autos, cuya rapidez era de 5 m/s viajaba 10 m por delante de otro auto cuya rapidez era de 15 m/s viajando en la misma dirección del primero. Si el auto más lento tiene una aceleración de $1,5 \text{ m/s}^2$ se debió analizar y determinar si era posible que los autos se cruzaran (estuviesen uno al lado del otro) en algún momento de su movimiento, durante los siguientes 40 segundos, asumiendo que las condiciones de movimiento se pudieron mantener durante este periodo de tiempo. ¿Qué resultados se habrán obtenido en este experimento?

ANEXO 2

Ejemplo de Problema Resuelto

Ejemplo de problema resuelto 3 (ver Anexo 1) por uno de los estudiantes siguiendo los parámetros indicados:

En este punto las posiciones de los autos es igual

$x_1 = x_2$

$t_1 = 0$
 $a = 1,5 \text{ m/s}^2$

Usamos la ecuación de posición para determinar, para predecir la posición que tomara el auto en cualquier instante de tiempo

$$\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v} \cdot t + \frac{a(t)^2}{2}$$

$$x_1 = 0 + 15 \text{ m/s} \cdot t$$

$$x_2 = 10 \text{ m} + 5 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1,5 \text{ m/s}^2 (t)^2}{2}$$

$$15 \text{ m/s} \cdot t + \frac{(t)^2}{2} = 10 \text{ m} + 5 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1,5 \text{ m/s}^2 (t)^2}{2}$$

$$\frac{(20 \text{ m/s} + t)}{t^2} = 10 \text{ m} + 0,75 \text{ m/s}^2$$

$$\frac{20 \text{ m/s} + t}{t} = 10 \text{ m} + 0,75 \text{ m/s}^2$$

$$1 + \frac{20 \text{ m/s}}{t} = 10 \text{ m} + 0,75 \text{ m/s}^2$$

use $\frac{a \cdot (t)^2}{2}$ cuando no hay aceleración en el carro
 Por lo tanto es 0

Supongamos que en algún punto la posición de los dos carros es igual, entonces $x_1 = x_2$ por lo tanto usaremos la ecuación de posición $\vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{a(t)^2}{2}$

$$x_1 = 0 + 15 \text{ m/s} \cdot t + 0$$

$$x_2 = 10 \text{ m} + 5 \text{ m/s} \cdot t + \frac{1,5 \text{ m/s}^2 (t)^2}{2}$$

$$x_1 = 15 \text{ m/s} \cdot t$$

$$x_2 = 10 \text{ m} + 5 \text{ m/s} \cdot t + 0,75 \text{ m/s}^2 \cdot (t)^2$$

$$x_1 = x_2 \quad 15 \text{ m/s} \cdot t = 10 \text{ m} + 5 \text{ m/s} \cdot t + 0,75 \text{ m/s}^2 \cdot (t)^2$$

$$15 \text{ m/s} \cdot t - 5 \text{ m/s} \cdot t = 10 \text{ m} + 0,75 \cdot (t)^2$$

$$10 \text{ m/s} \cdot t = 10 \text{ m} + 0,75 \cdot (t)^2$$

$$-0,75 \text{ m/s}^2 \cdot (t)^2 + 10 \text{ m/s} \cdot t - 10 \text{ m} = 0$$

Ya que tenemos el tiempo en el que se cruzan los autos
 reemplazamos en la ecuacion de posicion donde sus posiciones iguales

$$15 \text{ m/s} \cdot (12,24 \text{ s}) = 70 \text{ m} + 5 \text{ m/s} \cdot (12,24 \text{ s}) + 0,75 \text{ m/s}^2 \cdot (12,24 \text{ s})^2$$

$$183,66 \text{ m} = 77,92 \text{ m} + 112,44 \text{ m}$$

$$183,66 \text{ m} = 183,66 \text{ m}$$

183,33 m es una de las distancias a la cual se encuentran

Podemos deducir que en un 1- segundo aproximadamente, los autos
 se cruzan, esto es porque el primera avanza 15 metros cada s
 y el segundo avanza 5 m/s sin una aceleración en 1 segundo
 estarian en la misma posición, pero ~~en segundos de tiempo~~
~~en tiempo de la aceleración~~ debemos tener en cuenta la aceleración

Ejemplo de problema resuelto, problema 1 (ver Anexo 1)

Ejemplo de problema resuelto

" Se despeja el tiempo que
 mantuvo rapidez constante restando
 el tiempo total del tiempo donde
 inicio rapidez constante"

" Mediante la ecuacion se halla la
 velocidad teniendo en cuenta el
 tiempo de rapidez constante"

" Se halla aceleración pero aqui
 el tiempo es 4 s porque así se
 solicita ya tenemos la velocidad
 solo es despejar"