

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA INVESTIGAÇÃO USANDO MAPAS CONCEITUAIS
(Meaningful learning in mathematical modeling activities: an investigation using the conceptual maps)

Lourdes Maria Werle de Almeida [lourdes@uel.br]
Universidade Estadual de Londrina – UEL -Londrina - PR
Maria Lúcia de Carvalho Fontanini [candeo@onda.com.br]
UTFPR – Cornélio Procópio – PR

Resumo

Este trabalho constitui uma investigação que busca nos mapas conceituais construídos pelos alunos durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática indícios de aprendizagem significativa. A pesquisa está fundamentada nos pressupostos teóricos da Modelagem Matemática na Educação Matemática, na Teoria da Aprendizagem Significativa e no uso de Mapas Conceituais. Neste contexto, o trabalho, apresenta a Modelagem Matemática como forma de resolver problemas e investiga como o envolvimento dos alunos em atividades de modelagem viabiliza a aprendizagem significativa. Os mapas conceituais são propostos como meio de negociação de significados e como instrumentos para a verificação de indícios da ocorrência de aprendizagem significativa. Para buscar estes indícios nos mapas elaborados pelos alunos no decorrer das atividades definimos os elementos sinalizadores: os conceitos utilizados pelos alunos e as inter-relações estabelecidas entre eles; as relações com poder de transferência; os sinais de diferenciação progressiva e de reconciliação integradora; a aprendizagem extraconteúdo; e a modificação dos subsunçores. Os dados que sustentam a pesquisa foram coletados com alunos de um curso Superior de Tecnologia em Manutenção Mecânica durante as disciplinas de Fundamentos da Matemática e de Cálculo Diferencial e Integral I e de um curso extracurricular. Familiarizados com mapas conceituais e Modelagem Matemática, os alunos desenvolveram atividades de modelagem e construíram mapas referentes a elas. Nestes mapas e em suas explicações buscamos indícios de aprendizagem significativa usando os elementos sinalizadores definidos. As informações obtidas revelam avanços dos alunos no continuum aprendizagem memorística - aprendizagem significativa de conceitos matemáticos que emergiram nas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas.

Palavras-chave: educação matemática; modelagem matemática; aprendizagem significativa; mapas conceituais.

Abstract

This paper consists of an investigation on the use of conceptual maps in the search of evidences of meaningful learning during the development of Mathematical Modeling activities. The research is based on theoretical presuppositions of Mathematical Modeling in Mathematics Education, on the Meaningful Learning Theory and on the use of Conceptual Maps. In this context, the work presents Mathematical Modeling as a way of solving problems and investigates how students' involvement in modeling activities make meaningful learning feasible. The conceptual maps are proposed as a means of negotiation towards meanings and also as tools for checking signs of occurrence of meaningful learning. In order to search for these evidences in the maps constructed by the students we defined the signaling elements: the concepts used by the students and the interrelations established among them; the relations with power of transference; the signals of progressive differentiation and the integrative reconciliation; the extracontent learning; and the modification or complementation of 'prerequisites' or 'anchorage points'. The data which sustains the research was collected from students of a university course in Technology in Mechanical Maintenance in the disciplines of Mathematical Fundamentals and Calculus I and of an extra curricular course. Familiarised with conceptual maps and Mathematical Modeling, the students

developed modeling activities and designed maps related to them. In these maps and their explanations we looked for evidences of meaningful learning using the signaling elements in them defined. The information obtained reveals students' progress in the continuous memoristic learning – meaningful learning of mathematical concepts which emerged during the Mathematical Modeling activities developed.

Keywords: mathematics education; mathematical modeling; meaningful learning; conceptual maps.

1. Introdução

Uma das finalidades da educação escolar é propiciar ao aluno meios para que aprenda de forma que se lembre do que aprende quando precisar quer para a aprendizagem de novos conteúdos, quer para resolver problemas com que se depara na sua vida acadêmica ou fora dela.

A busca por estes meios, neste trabalho, remete-nos a investigar o que na literatura se conhece como *Teoria da Aprendizagem Significativa*. A literatura, em geral, que trata da TAS¹, estabelece que a caracterização dessa aprendizagem está relacionada com a mudança ou evolução da estrutura cognitiva e o que é aprendido permanece por mais tempo disponível na memória e, mesmo esquecido, é mais facilmente lembrado. Colocar o aluno em contato com atividades que possam promover esta mudança ou evolução em sua estrutura cognitiva é um dos desafios dos educadores em geral. Neste texto estamos interessados em tratar do desenvolvimento desse tipo de atividades nas aulas de Matemática.

Para Ausubel (1988), uma atividade que propõe ao aluno resolver um problema pode ser encarada como um meio para promover a aprendizagem significativa, uma vez que a resolução resulta de um processo de clarificação progressiva sobre relações de meio-e-fim fundamentadas na formulação, verificação e rejeição de hipóteses alternativas.

Neste contexto, este trabalho apresenta a Modelagem Matemática como uma forma de resolver problemas e investiga como o envolvimento dos alunos em atividades de modelagem² pode viabilizar a aprendizagem significativa.

Uma forma de perceber indicativos de aprendizagem significativa é o uso de mapas conceituais. O presente trabalho é uma proposta de integração entre trabalhos de modelagem, o uso de mapas conceituais e aprendizagem significativa. Os mapas são propostos aqui como um meio de negociação de significados e como instrumentos para verificação de indícios da ocorrência da aprendizagem significativa.

Para buscar indícios de aprendizagem significativa nos mapas conceituais elaborados pelos alunos no decorrer das atividades de Modelagem Matemática, apresentamos elementos sinalizadores levando em conta características da aprendizagem significativa, da Modelagem Matemática e dos mapas conceituais. Os elementos sinalizadores que definimos são: os conceitos utilizados pelos alunos e as inter-relações estabelecidas entre eles; relações com poder de transferência; os sinais de diferenciação progressiva e de reconciliação integradora; a aprendizagem extraconteúdo; e a modificação dos subsunçores.

Os dados que sustentam a pesquisa foram coletados com alunos de um curso Superior de Tecnologia em Manutenção Mecânica durante as disciplinas de Fundamentos da Matemática e de Cálculo Diferencial e Integral I e de um curso extracurricular ministrado na instituição por uma das autoras deste texto. Familiarizados com mapas conceituais e Modelagem Matemática, os alunos

¹ Teoria da Aprendizagem Significativa

² Usamos o termo *modelagem* com o mesmo significado de *Modelagem Matemática*.

desenvolveram atividades de modelagem e construíram mapas referentes a elas. Nestes mapas e em suas explicações buscamos indícios de aprendizagem significativa usando os elementos sinalizadores que definimos.

2. O quadro teórico da pesquisa

2.1. Modelagem Matemática na Educação Matemática

No âmbito da Educação Matemática, a Modelagem Matemática tem sido apontada por diversos educadores como uma alternativa pedagógica que visa relacionar a matemática escolar com questões extramatemáticas. Neste trabalho, assumimos o entendimento de modelagem já apresentado em Almeida e Brito (2005), como sendo uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático.

Neste encaminhamento ela se configura como uma atividade que, para os que estão com ela envolvidos, implica em um conjunto de ações, as quais, segundo Almeida e Ferruzzi (2009), estão associadas com:

a) a formulação de um problema: os envolvidos com a atividade de modelagem precisam se apropriar de um problema e definir metas para a resolução; compreender a situação-problema por meio da Matemática implica em procurar respostas para o problema suscitado por esta situação; neste contexto, Mendonça (1999) coloca que

a formulação de um problema frente a um objetivo/evento/situação pressupõe alguma falta de compreensão, uma falta parcial de significado sobre tal situação, mas supõe também que alguma coisa já esteja compreendida e exista curiosidade sobre o assunto, pois caso contrário seria impossível despertar uma problematização, um processo quase espontâneo na direção da compreensão com significado (p. 24);

b) um processo investigativo: remete ao ato de investigar; ‘investigar’, segundo Ferreira (1986), significa ‘seguir os vestígios’, ‘fazer diligências para achar’, ‘pesquisar’; ações como buscar informações, identificar e selecionar variáveis, definir hipóteses, fazer simplificações constituem, portanto, elementos desse processo e requerem uma interpretação adequada e certo grau de intuição para superar a “falta de compreensão” a que se refere Mendonça (1999);

c) a busca por uma representação matemática (ou modelo matemático): de modo geral, a situação-problema se apresenta em linguagem natural e não parece diretamente associada a uma linguagem matemática; gera-se assim a necessidade da transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática); esta linguagem matemática evidencia o problema matemático a ser resolvido; a busca e elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente estas características;

d) a análise de uma resposta para o problema: a análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica em uma validação do modelo matemático associado ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação;

e) a divulgação dos resultados obtidos: a comunicação dos resultados implica essencialmente em desenvolver uma argumentação que possa convencer os próprios modeladores, e aqueles aos quais estes resultados são acessíveis, que a solução apresentada é razoável e é consistente, tanto do ponto de vista da representação matemática e dos artefatos matemáticos a ela associados quanto da adequação desta representação para a situação em estudo.

Considerando a Modelagem Matemática assim caracterizada argumentamos que se trata de uma possibilidade para a introdução de situações problemáticas nas aulas de matemática em diferentes níveis de escolaridade. Neste sentido o uso da modelagem está em sintonia com a teoria de Ausubel (1988) que defende que o envolvimento do aluno com situações nas quais precisa resolver um problema pode ser encarado como um meio para promover a aprendizagem significativa.

2.2 Aprendizagem significativa

A Teoria da Aprendizagem Significativa, embora desenvolvida na década de 1960, tornou-se amplamente conhecida a partir de Ausubel, Novak e Hanesian (1980). A teoria corresponde a uma proposta psicoeducativa com perspectiva cognitivista e estabelece que a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação se relaciona de forma não arbitrária e substantiva com informações já presentes na estrutura cognitiva do indivíduo. A não-arbitrariade indica que a nova informação deve se relacionar com um aspecto relevante da estrutura cognitiva de quem aprende e não com um aspecto arbitrário qualquer. A substantividade significa que é a essência desta nova informação que deve ser interiorizada e não um conjunto de símbolos usados para expressá-la.

Neste contexto, a aprendizagem significativa remete a um processo de modificação do conhecimento que acontece a partir de relações que o sujeito estabelece entre sua estrutura cognitiva e as novas informações a que tem acesso. Durante o processo de aprendizagem significativa a estrutura cognitiva sofre incremento de aspectos quantitativos (inclusão de novos conceitos) e/ou qualitativos (modificação ou complementação dos subsunçores) (Coll,2002). Para Bartels (1995) a aprendizagem significativa pode resultar não só na conexão de novos conceitos da estrutura cognitiva, mas também em conexões entre conceitos já aprendidos que eram vistos como isolados.

Contrapondo a aprendizagem significativa, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) bem como Coll (2002) colocam a aprendizagem memorística. Neste tipo de aprendizagem, os novos conceitos pouco ou nada interagem com os subsunçores e a nova informação é armazenada de forma literal. Embora as contrapondo, os autores não as colocam como se fossem uma oposta à outra, mas concebem-nas como dois pólos de um “continuum”. A proximidade de um pólo ou do outro, afirma Coll (2002), depende da não arbitrariedade e da substantividade das relações estabelecidas: quanto mais se relaciona o novo material de forma substancial e não arbitrária com algum aspecto da estrutura cognitiva prévia que lhe for relevante, mais próximo se está da aprendizagem significativa; quanto menos se estabelece este tipo de relação, mais próximo se está da aprendizagem memorística.

Segundo a teoria de Ausubel, a estrutura cognitiva possui uma organização hierárquica na qual proposições e conceitos mais inclusivos, com maior poder de generalização, ficam no topo da hierarquia e abrangem proposições e conceitos menos inclusivos, com menor poder de generalização (Moreira, 1997). Neste processo hierárquico, Ausubel aponta a ocorrência de dois aspectos: a *diferenciação progressiva* - princípio segundo o qual o novo conhecimento é aprendido e os conceitos e proposições mais gerais que lhe serviram de apoio são modificados tornando-se mais abrangentes e ganhando novos significados; a *reconciliação integradora* - princípio segundo o qual idéias já presentes na estrutura cognitiva, mas entre as quais não se havia estabelecido relação passam a ser percebidas como relacionadas, acarretando numa modificação na estrutura cognitiva que passa a assumir uma nova organização a partir de novos significados para os conceitos e proposições já existentes. Neste sentido, segundo Novak e Gowin (1999), na medida em que o novo conhecimento é construído, os conceitos preexistentes experimentam uma diferenciação progressiva

e quando dois ou mais conceitos se relacionam de forma significativa acontece uma reconciliação integradora.

Para Novak e Gowin (1999), em um evento educacional que visa a aprendizagem significativa de um conhecimento contextualmente aceito, um ser humano (*estudante*) adquire um *conhecimento* em certo *contexto*, interagindo com um *professor* (ou algo que o substitua). Para os autores, a *avaliação* também se inclui no evento porque muito do que acontece no processo ensino-aprendizagem-conhecimento-contexto depende da avaliação. Moreira (1999), abordando esta questão, argumenta que para diagnosticar a aprendizagem significativa o professor não deve somente fazer uso de adaptações de instrumentos convencionais de avaliação. Ele salienta que, além destes, o professor pode procurar usar e construir novos instrumentos para tal fim e aponta como possibilidade os mapas conceituais.

2.4 Mapas conceituais

Num sentido amplo, os mapas conceituais constituem diagramas que representam conceitos e relações entre esses conceitos. Os conceitos são representados por palavras normalmente colocados em elipses ou retângulos. A relação entre dois conceitos é representada por uma linha. Uma palavra ou frase pode ser colocada sobre esta linha para explicitar a relação entre os conceitos unidos. Quando são usadas flechas para unir os conceitos significa que a palavra que os une indica uma relação que ocorre principalmente em um sentido, ou que representa uma relação de sobreordenação (o conceito novo é mais geral) (Moreira e Buchweitz, 1993).

Criados por Novak, os mapas têm inspiração na teoria ausubeliana e caracterizam-se pela apresentação dos conceitos de forma hierárquica em que conceitos mais gerais e inclusivos devem vir no topo do mapa, decrescendo no grau de generalidade e inclusividade até chegar aos exemplos, na base do mapa. Tal ordenação se inspira nos processos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora da teoria de Ausubel (Moreira e Buchweitz, 1993; Novak e Gowin, 1999).

Segundo Novak e Gowin (1999), “o significado que atribuímos a um dado conceito depende não só do número de relações relevantes de que nos apercebemos, mas também da hierarquização (inclusividade) dessas relações em nosso sistema conceitual” (p. 114).

Os mapas conceituais podem ser utilizados com diferentes finalidades na sala de aula. Neste trabalho estamos interessados em investigar o uso dos mapas na busca por indícios de aprendizagem significativa. Na seção a seguir descrevemos detalhes deste uso.

3. A busca por indícios de aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática mediada por mapas conceituais

A aprendizagem significativa, embora favorecida por questões sociais, implica na construção do significado, que é algo pessoal. Segundo Zabala (1998), “... a aprendizagem por mais que se apóie num processo interpessoal e compartilhado, é sempre, em última instância, uma apropriação pessoal, uma questão individual” (p. 127). Levando-se em consideração esta problemática, os mapas conceituais surgem como um possível caminho para viabilizar a avaliação individual da compreensão dos conteúdos matemáticos envolvidos na atividade com vistas à aprendizagem significativa.

Considerando que a estrutura cognitiva de um indivíduo em certa área de conhecimento é constituída pelo conteúdo (conceitos e proposições) referente a esta área, bem como pela

organização deste em sua mente, os mapas conceituais podem ser utilizados para representar a estrutura cognitiva (Moreira e Buchweitz, 1993; Novak e Gowin, 1999). Eles permitem ao professor avaliar o conhecimento do aluno observando como ele organiza, hierarquiza, relaciona e diferencia os conceitos dentro de um determinado tópico ou disciplina.

Os mapas permitem a observação da estrutura proposicional, viabilizando ao professor analisar ligações deficientes ou concepções alternativas, bem como, são indicativos do grau de diferenciação dos conceitos na estrutura cognitiva do aluno, referentes a uma determinada área de conhecimento (Novak e Gowin, 1999); pelos mapas pode-se também detectar os conhecimentos prévios, ausência de conceitos, bem como mudanças na estrutura cognitiva (Moreira e Buchweitz, 1993). Sobre este último aspecto Ellis; Rudnitsky; Silverstein (2004) destacam que os mapas são instrumentos heurísticos e, portanto, mudanças nos mapas refletem mudanças no entendimento do aluno.

Segundo Moreira (1999), ao fazer uso de mapas conceituais para buscar indícios de aprendizagem significativa é preciso levar em consideração a caracterização desta aprendizagem. É necessário considerar que aprendizagem memorística e aprendizagem significativa são dois extremos de um ‘continuum’. De acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), neste continuum é sempre possível avançar dependendo dos fatores do contexto e da intenção do aluno. Inclusive em uma mesma atividade consideramos a possibilidade da coexistência dos dois tipos de aprendizagem. Devemos também considerar que a aprendizagem significativa de um aluno em relação a determinado conteúdo é um processo contínuo. Assim, novas experiências, em contextos diferentes, com este mesmo conceito podem permitir a construção de novas relações e, portanto novos significados (Novak e Gowin, 1999).

Neste sentido, Ausubel, Novak e Hanesian (1980) ponderam que não podemos considerar a avaliação da aprendizagem significativa como uma questão de tudo ou nada. O que podemos analisar é se o conjunto de relações construídas pelo aluno corresponde àquele que o professor tinha como objetivo ao desenvolver aquelas atividades ou o quanto ele se aproxima ou se distancia deste conjunto.

Neste trabalho, o que pretendemos é analisar o que os mapas conceituais nos informam sobre o conhecimento dos alunos construído durante o desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática; que sinais observáveis nos mapas podem ser considerados indícios da ocorrência de aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos envolvidos ou indicativos de avanços no continuum aprendizagem memorística – aprendizagem significativa. Para subsidiar esta análise definimos os elementos sinalizadores.

3.1 A definição de elementos sinalizadores de aprendizagem significativa

A literatura, de modo geral, nos mostra que a presença de proposições, a hierarquia do mapa e a manifestação de ligações cruzadas são aspectos que merecem ser observados nos mapas construídos em situações de ensino e aprendizagem.

Considerando esses aspectos, as características da Modelagem Matemática e características da aprendizagem significativa, definimos cinco elementos sinalizadores observáveis nos mapas conceituais que podem fornecer indícios da ocorrência de aprendizagem significativa nas atividades de modelagem ou indicar avanços na direção desta no continuum aprendizagem memorística – aprendizagem significativa.

3.1.1 E_1 - O conjunto de conceitos utilizados pelos alunos e as relações estabelecidas

Os conceitos que aparecem no mapa, as relações estabelecidas pelo aluno, a presença ou não de linhas de ligação entre os conceitos, bem como o uso de conectivo adequado para indicar a relação envolvida, são elementos que sinalizam a ocorrência de aprendizagem significativa.

Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a construção de significado para um conceito envolve a construção de um conjunto de relações que representam seus atributos essenciais, seguida da aprendizagem representacional que consiste em associar a todo objeto que satisfaz este conjunto de atributos, uma palavra. Esta palavra passa então a representar o conceito e o fato de ouvi-la remete o aluno ao conjunto de relações que o caracterizam.

Para estabelecer as relações é necessário, primeiramente, que o aluno identifique os conceitos que estão relacionados; assim o conjunto de conceitos utilizados pelo aluno é importante no processo.

Guruceaga e Gonzáles (2004) afirmam que o uso de todos os conceitos considerados relevantes no contexto em que foi construído o mapa sinaliza uma aprendizagem mais próxima da significativa. Assim, nos mapas, a percentagem dos conceitos presentes em relação àqueles pretendidos pelo professor pode sinalizar se a aprendizagem está mais próxima da memorística ou mais próxima da significativa.

Após identificar os conceitos, o aluno precisa estabelecer as relações. Baralos (2002) coloca que o grau de entendimento do aluno é determinado pela precisão e intensidade das ligações entre os conceitos. Sendo assim, consideramos que a presença de linhas de ligação entre os conceitos e o uso de palavras adequadas para indicar a relação envolvida são sinais de aprendizagem significativa. Pelo contrário, a ausência dos conceitos e/ou a ausência de linhas de ligação pode indicar que o aluno não percebeu a relação entre dois conceitos (Novak e Gowin, 1999) e a ausência dos conectivos ou palavras que não sejam adequadas pode indicar um fraco entendimento (Barrody e Bartels, 2001).

Neste sentido, Barrody e Bartels (2000) também afirmam que o entendimento dos alunos depende do número, precisão e força das conexões estabelecidas entre os conceitos estudados. Assim, uma forma de avaliar a aprendizagem significativa nas atividades de modelagem é também identificar, além dos conceitos, o conjunto de relações que o aluno construiu.

3.1.2 E_2 - As relações com poder de transferência

Os mapas podem indicar se as relações estabelecidas possuem poder de transferência. A aprendizagem significativa caracteriza-se por possuir alto grau de transferência (Coll, 2002; Ausubel; Novak; Hanesian, 1980). Isto é, o que é aprendido dá suporte ao aluno para que construa novos conhecimentos ou para que ele aplique o que foi aprendido na resolução de variados tipos de problemas. No estudo de um problema, nem sempre fazer esta transferência é uma tarefa fácil, as coisas não se justapõem exatamente. É necessário que o aluno abstraia os aspectos essenciais da situação estudada, perceba o que é essencial e o que pode ser deixado em um segundo plano. Segundo Blum (apud Bassanezi, 2002), as atividades de modelagem contribuem para o desenvolvimento geral de habilidades relacionadas à resolução de problemas, entre as quais se encontra a capacidade de abstrair e retirar da situação em estudo os aspectos essenciais. Neste sentido a modelagem pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades que favorecem a transferência dos conhecimentos aprendidos em uma situação para a resolução de problemas em outra situação.

Para investigar no mapa a funcionalidade das relações construídas é interessante perceber se foram construídas aquelas relações que são as consideradas desejáveis naquele contexto, de forma que possibilitem ao aluno o avanço no processo de construção de outros conhecimentos.

3.1.3 E₃- Sinais de diferenciação progressiva e de reconciliação integradora

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a aprendizagem significativa ocorre por meio da reconciliação integradora e da diferenciação progressiva entre os conceitos. Em atividades de modelagem, quando o aluno precisa representar um fenômeno por meio de uma função, às vezes ele pode se defrontar com dois ou mais tipos de funções que podem ser usadas para descrever a situação. Assim ele deve estabelecer diferenças e semelhanças entre as funções e entre elas e o fenômeno em estudo, para julgar qual função constitui uma melhor representação. Ou seja, ele deve realizar um processo de reconciliação integradora entre os conhecimentos sobre as funções que pretende usar e o seu conhecimento em relação ao fenômeno.

Segundo Borba e Bizzeli (1999) a modelagem permite a espiralização do ensino permitindo que o aluno retome conteúdos já estudados construindo sobre estes novas compreensões. Esta nova compreensão constitui um processo de diferenciação da estrutura cognitiva em relação a esse conceito que foi retomado por meio da atividade.

A divisão do conhecimento em disciplinas desenvolve no aluno a visão de conhecimento compartimentalizado e com pouco poder de transferência. Neste contexto, levando em consideração a natureza das atividades de modelagem, ponderamos que, de modo geral, elas promovem uma reconciliação integradora entre diferentes conceitos matemáticos, entre a Matemática e outras áreas do saber e/ou a vida dos alunos, fazendo com que perceba relações estabelecidas neste contexto (Brito e Almeida, 2005; Ferruzi, 2003; Franchi, 2005; Mass, 2004).

Segundo Novak e Gowin (1999), a colocação de hierarquias válidas no mapa significa diferenciação progressiva e reconciliação integradora. A ligação de conceitos que de outro modo seriam considerados como independentes e ligações transversais entre dois segmentos distintos da hierarquia podem sinalizar a ocorrência da reconciliação integradora. Moreira (1997) afirma que, se na explicação do mapa o aluno sobe e desce nas hierarquias conceituais, isto também indica reconciliação integradora.

Ao analisar conceitos que estão presentes em vários mapas conceituais, o surgimento de novas relações entre conceitos já conhecidos pode também ser um indicativo da reconciliação integradora. Vale ainda ressaltar que, segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), toda reconciliação integradora tem como efeito a diferenciação progressiva da estrutura cognitiva pré-existente.

A diferenciação progressiva de um conceito já conhecido ocorre por meio do estabelecimento de relações entre esse conceito e outros conceitos novos ou já conhecidos (Ausubel Novak e Hanesian, 1980). Por meio dessas relações o aluno vai percebendo um conjunto de atributos essenciais que caracterizam esse conceito e o distingue dos demais. Assim, os atributos essenciais de um conceito já identificados pelo aluno podem estar expressos nos mapas por meio das relações apontadas pelo aluno.

3.14 E₄. Aprendizagens extraconteúdo

De uma atividade de ensino pode emergir um conjunto de aprendizagens que envolvem, além de aspectos do próprio conteúdo, outros tais como, aprendizagem sobre o contexto,

aprendizagem de habilidades, aprendizagem de atitudes, aprendizagem de valores. No caso da Modelagem Matemática, as atividades acabam por envolver informações que pertencem a outras áreas do conhecimento e que extrapolam os aspectos referentes especificamente aos conteúdos matemáticos usados na atividade. São diversos os autores que defendem a idéia de que estas outras aprendizagens também podem contribuir para a aprendizagem significativa do conteúdo matemático envolvido no estudo (Buchweitz, 2001, Coll et al. 2000, D'Ambrósio, 2003, Novak e Gowin, 1999). A observação deste aspecto nos mapas conceituais dos alunos pode ser feita investigando se este expressa de forma adequada e não literal relações entre conceitos extramatemáticos ou entre estes e conceitos matemáticos utilizados para o estudo da situação

3.1.5 E₅ - Modificação nos subsunçores

Segundo Ausubel, Novak e Hanesian, (1980), a aprendizagem significativa implica em um processo de interação entre o novo conhecimento e os subsunçores de forma que ambos se modifiquem. Segundo estes autores, este processo constitui uma forma de diferenciação progressiva dos subsunçores. Para Borba e Bizzeli (1999), na Modelagem Matemática, de modo geral, para resolver os problemas é necessário que conceitos já aprendidos sejam retomados, permitindo que o aluno faça uma recontextualização dos mesmos, fortalecendo-os ou mesmo corrigindo-os. Ou seja, em termos ausubelianos poderíamos colocar que a modelagem, com sua retomada a conceitos já aprendidos, cria condições que podem favorecer a modificação dos subsunçores.

Para observar nos mapas conceituais a modificação nos subsunçores, fundamentados em Ellis; Rudnitsky; Silverstein (2004), consideramos que os mapas são instrumentos heurísticos e, portanto mudanças nos mapas refletem mudanças no entendimento do aluno. Assim para observar este aspecto ao analisar o conjunto de mapas dos alunos, pode ser observado se existem conceitos que aparecem em mais de um mapa e se nos diferentes mapas foram construídas relações que revelam mudanças na compreensão desses conceitos.

4 Procedimentos metodológicos da pesquisa

Para investigar o uso de mapas conceituais na busca por indícios de aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática foi desenvolvida, pelas autoras deste texto, uma proposta pedagógica com alunos do 1º período de um curso de Tecnologia em Manutenção Industrial Mecânica em uma Universidade Federal no interior do Paraná durante aulas da disciplina de Fundamentos da Matemática, da disciplina de Cálculo³ e de um curso extracurricular ministrado na instituição por uma das autoras deste texto, totalizando 45 horas/aula de atividades.

Os resultados aqui apresentados decorrem da análise das atividades de 04 alunos que participaram de todas as atividades desenvolvidas nestes três contextos. Vale lembrar que foram realizadas atividades de familiarização com mapas conceituais, bem como a introdução gradativa de atividades de Modelagem Matemática conforme sugerem Almeida e Brito (2005).

As atividades que desenvolvemos com o objetivo de introduzir a Modelagem Matemática eram relacionadas com situações-problema ligadas ao curso dos alunos ou vivenciadas por eles em seu dia - a - dia com a finalidade de favorecer condições necessárias à aprendizagem significativa. Na sistematização dos conteúdos trabalhados por meio da modelagem, procuramos fazer perguntas com o objetivo de contribuir para que os alunos percebessem similaridades e diferenças entre os conceitos vistos e outros anteriores. Pretendíamos com isso favorecer o estabelecimento de relações

³ Usamos o termo Cálculo para nos referirmos ao Cálculo Diferencial e Integral.

e contribuir para a diferenciação progressiva e reconciliação integradora e, conseqüentemente, para a aprendizagem significativa dos mesmos.

Após cada atividade de Modelagem Matemática desenvolvida os alunos foram solicitados a elaborar, individualmente ou em duplas, mapas conceituais sobre os conceitos envolvidos na mesma. No final do curso os alunos elaboraram dois mapas, sendo um referente ao conceito de função e outro referente ao conceito de função do 1º grau que haviam sido trabalhados em várias atividades. Solicitamos também aos alunos que anexassem a cada mapa uma explicação do mesmo e, em uma das atividades, solicitamos que tal explicação fosse feita de forma oral, levando em consideração a argumentação de Moreira (1999) de que os mapas conceituais não são auto-explicativos, mas requerem explicação por parte de quem os faz.

4.1 Sobre as atividades desenvolvidas e os mapas construídos

Inicialmente foram desenvolvidas atividades na disciplina de Fundamentos da Matemática com a finalidade de familiarizar os alunos com a elaboração de mapas conceituais. Nestas atividades os alunos construíam mapas com conceitos dados ou completavam mapas parcialmente construídos.

Nas atividades de Modelagem Matemática, desenvolvidas na disciplina de Cálculo I e no curso extracurricular, a participação dos alunos no desenvolvimento de cada uma das etapas da atividade foi sendo feita de forma gradativa e os problemas eram relacionados à área industrial ou tinham alguma relação com a vida cotidiana dos estudantes.

Na disciplina de Cálculo I, que representa o primeiro contato dos alunos com atividades de Modelagem Matemática, os alunos elaboravam um mapa conceitual após o desenvolvimento de cada atividade. As atividades desenvolvidas nesta disciplina são:

1-A determinação da percentagem de ocupação de um tanque fechado. Neste problema, a partir de dados obtidos de uma empresa alimentícia, os alunos estavam interessados em estudar qual a relação entre a pressão exercida pelo líquido sobre o fundo do tanque e a percentagem de ocupação do tanque.

2-Determinação do valor de tarifa telefônica em ligações interurbanas. Nesta atividade, os próprios estudantes, divididos em grupos, coletaram dados em empresa de telefonia, e a partir da seleção de uma situação, encontraram um modelo para calcular o valor de ligações telefônicas usando telefone fixo entre cidades diferentes. Para esta atividade foi necessário a apresentação pelo professor de conceitos completamente desconhecidos dos alunos até aquele momento, tais como distância geodésica e função maior inteiro.

Finalmente, no curso extracurricular os alunos desenvolveram três atividades de modelagem. Após cada atividade construíam mapas individuais e, ao concluir a última atividade, elaboram também um mapa em duplas. Neste contexto as atividades desenvolvidas são:

- 1) Limite de tempo de exposição segura de acordo com a intensidade sonora;
- 2) Determinação do módulo de elasticidade de corpo de prova de aço 1020 por meio do ensaio de tração;
- 3) Cálculo do limite de elasticidade do aço 1020.

Trata-se de temas diretamente ligados ao curso de Tecnologia em Manutenção Industrial Mecânica e cujos problemas surgiram a partir de discussões ligadas a conceitos como elasticidade e tração, importantes para alunos deste curso.

As atividades desenvolvidas no âmbito do curso extracurricular apresentavam uma dificuldade maior, quer pela forma de apresentação e tratamento dos dados iniciais, quer pela própria construção do modelo, que nestes casos, já envolvia conceito de limite e derivada como também pela necessidade de uso de recursos de informática.

Os alunos construíram os mapas de diferentes formas no decorrer da pesquisa. Inicialmente usavam lápis e papel e apresentavam as anotações na própria folha do mapa. Posteriormente passaram a construir mapas usando o aplicativo computacional Power Point.

5 As análises dos mapas

Para buscar indícios de aprendizagem significativa dos alunos nos mapas conceituais que construíram, foram realizadas análises particulares para cada aluno durante o desenvolvimento das 05 atividades e análises conjuntas considerando o grupo de alunos e de mapas. Estas análises são orientadas pela observação dos elementos sinalizadores que definimos. Apresentamos, aqui, de forma resumida, dados sobre: a análise de um mapa particular de um aluno usando os elementos sinalizadores que definimos; uma análise global dos mapas dos alunos considerando de forma conjunta resultados com respeito aos aspectos relacionados com os elementos sinalizadores nos mapas.

Para o primeiro tipo de análise consideramos aqui a atividade “A determinação da percentagem de ocupação de um tanque fechado” desenvolvida na disciplina de Cálculo I e por meio da qual o conteúdo ‘funções do 1º grau’, presente na ementa dessa disciplina, foi introduzido. A análise do mapa de um aluno (figura 2) investigando os elementos definidos é realizada em relação a um mapa de referência (figura 1).

Segundo Moreira (1997), não existe ‘o’ mapa conceitual correto. Assim, não consideramos que o mapa de referência apresentado expresse todas as relações existentes entre os conceitos envolvidos, mas aquelas que almejamos que o aluno identifique por meio da realização da atividade. Esta opção da construção do mapa de referência está apoiada em Paulo e Moreira (2005) que colocam:

O evento educativo é cheio de peculiaridades e talvez só o professor tenha consciência de como o processo foi conduzido e qual é, de fato o produto final obtido e se cumpre ou não os objetivos propostos; os critérios podem e devem variar de acordo com as prioridades estabelecidas (p.216).

- *Análise em relação aos conceitos e às relações (elementos E_1 e E_2):*

Observamos aqui o conjunto de conceitos apresentados no mapa do aluno e sua relação com aqueles que constam no mapa de referência. Para a análise das relações, identificamos a quantidade e qualidade das relações estabelecidas pelo aluno e quais dessas relações indicam poder de transferência. Resultados dessa análise constam na tabela 1.

- *Análise em relação aos sinais de diferenciação progressiva e reconciliação integradora (elemento E_3):*

Conforme apontamos na definição deste elemento na seção 3.1, a hierarquização adequada do mapa é sinal, tanto da reconciliação integradora como da diferenciação progressiva. O mapa do aluno (figura 2) apresenta uma organização hierárquica que parte da situação-problema que emerge da atividade de modelagem e a seguir vai apresentando os conceitos matemáticos envolvidos na resolução da mesma.

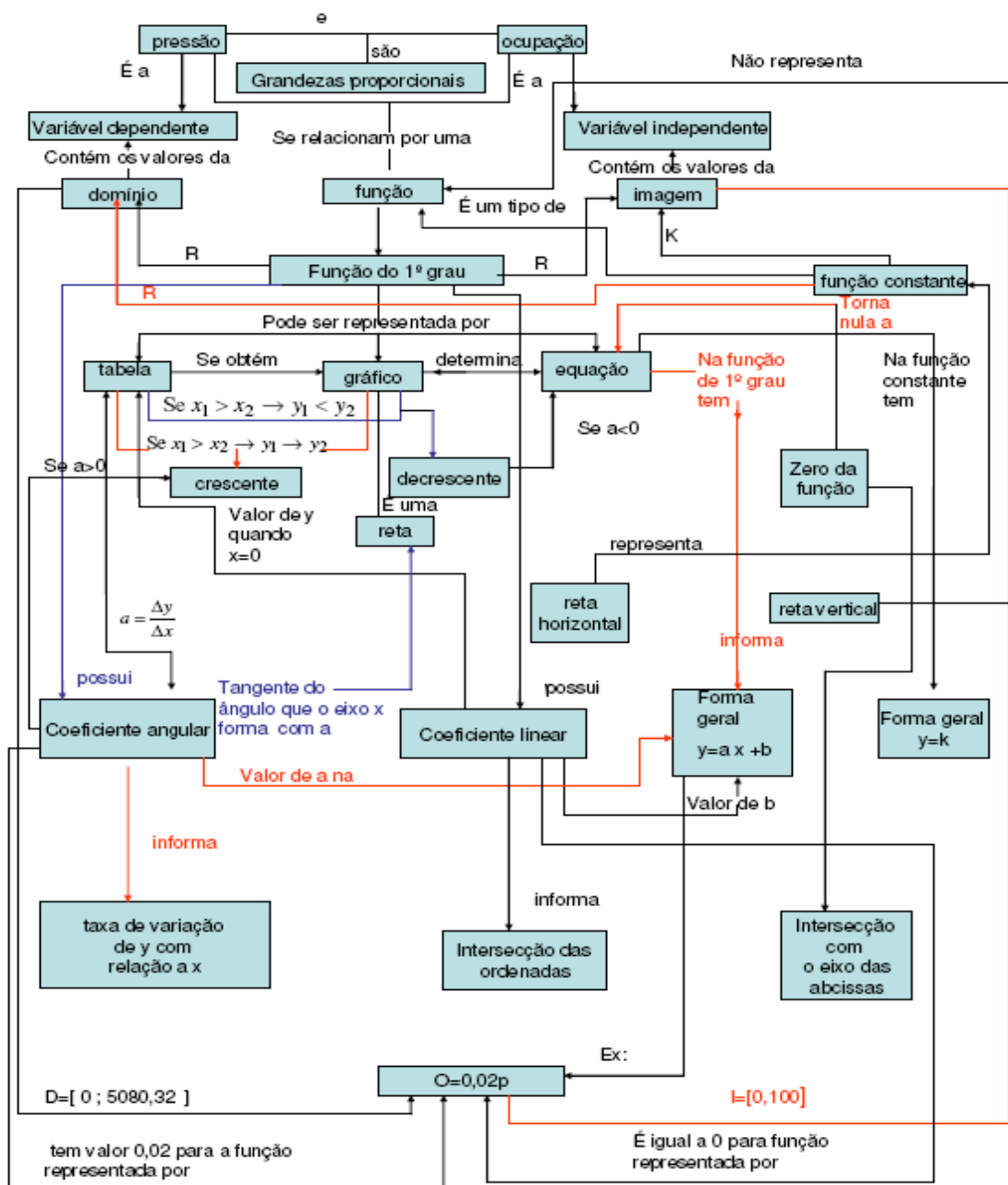


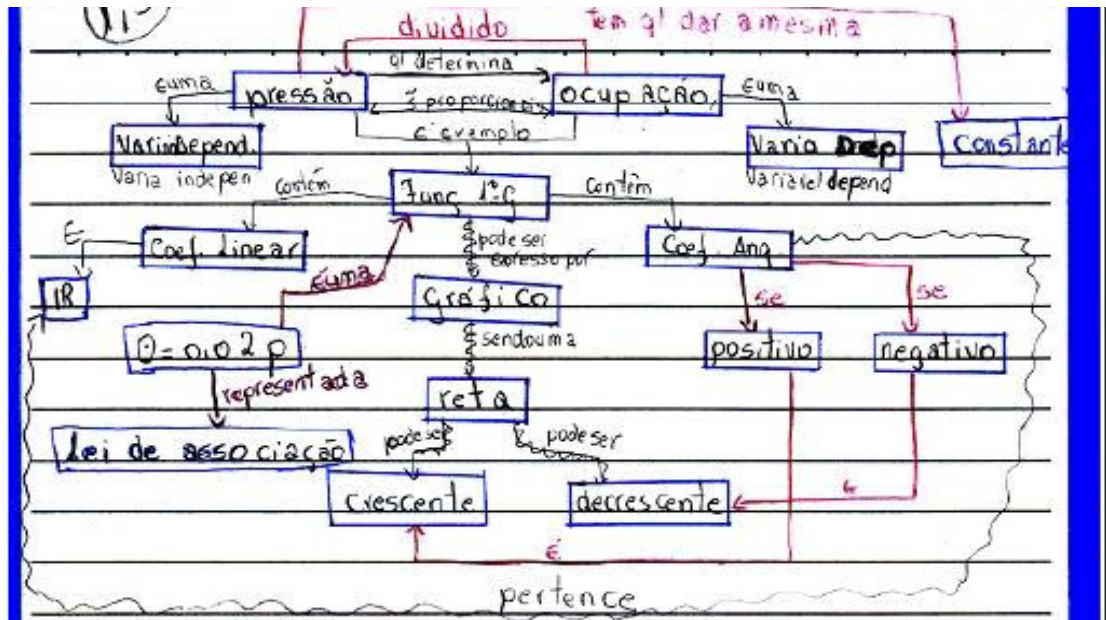
Figura 1- O mapa de referência para a atividade “Percentagem de ocupação de um tanque”

Tabela 1: Quadro-resumo comparativo com o mapa de referência

	Conceitos relevantes	Relações expressas adequadamente	Relações que indicam poder de transferência
Mapa de referência	26	45	35
Mapa do aluno	11	15	10
Percentual de equivalência	42.3%	33.33%	28.57%

Em relação ao grau de generalidade expresso nos níveis hierárquicos, o mapa do aluno apresenta alguns problemas na comparação com o mapa de referência. O conceito de gráfico vem colocado no quarto nível abaixo de coeficiente angular e linear, quando na verdade ele deveria vir acima deles, pois enquanto o coeficiente angular se refere somente a funções de 1º grau o conceito de gráfico diz respeito a vários tipos de funções. Neste nível do mapa também o conceito de conjunto real é colocado abaixo de coeficiente angular, quando na verdade, ele é mais geral e assim

deveria vir antes. No sexto nível o aluno coloca um exemplo de função do 1º grau, $O=0,02p$, sendo que este deveria vir no último nível do mapa. No oitavo nível o conceito lei de associação vem colocado abaixo do referido exemplo quando deveria vir acima. Considerando então os nove níveis hierárquicos apresentados pelo aluno temos que 66,66% revelam uma ordenação hierárquica dos conceitos coerente com o contexto do problema.



pressão que determina ocupação, elas são proporcionais, a medida que a pressão aumenta ou diminui a ocupação também, a pressão que determina a quantidade da ocupação do tanque

Pressão e ocupação são variáveis, pressão é uma variável independente, pois não depende de outro valor, e a ocupação é variável dependente pois depende do valor da pressão

A pressão e a taxa de ocupação são proporcionais, se dividir a ocupação pela pressão tem que dar a mesma constante

ex:	pressão	ocupação	O/P
	5000,32	100	0,020
	3810,24	75	0,02

$O=0,020p$ é uma função representada pela lei de associação e é f.c. de 1º grau

pode ser representado por gráfico igual será sempre uma reta, como seu coeficiente angular é positivo a reta vai ser crescente se fosse negativo seria decrescente

Figura 2- Mapa conceitual do aluno A₂ para a atividade “Percentagem de ocupação de um tanque”

Outro aspecto que sinaliza a ocorrência da reconciliação integradora diz respeito às ligações cruzadas entre ramos diferentes da hierarquia, bem como o estabelecimento de semelhanças e diferenças entre os conceitos. Neste sentido, o mapa revela as relações: o aluno reconhece que o coeficiente angular e o coeficiente linear são números reais; identifica o gráfico e coeficiente angular como sendo atributos da função; relaciona estes conceitos entre si por meio de ligações cruzadas, indicando que ambos podem informar se a função é crescente ou decrescente.

Sinalizando diferenciação progressiva, o mapa apresenta a distinção clara entre o conceito de variável dependente e variável independente. Percebemos também relações que caracterizam a função do 1º grau e a diferenciam das demais. No mapa o aluno expressa que a função possui coeficiente angular e linear. No entanto, somente para o coeficiente angular, o mapa esclarece qual relação ele estabelece entre o referido conceito e a função do primeiro grau, indicando que este informa se a função é crescente ou decrescente. Quanto ao coeficiente linear, o mapa somente informa “função de primeiro grau tem coeficiente linear”; no entanto a palavra “tem” e o restante do mapa não revelam qual a relação entre o coeficiente linear e a função do 1º grau. Segundo Barrody e Bartels (2001) a ausência de palavras de ligação ou o uso de palavras não precisas, indicam um fraco entendimento ou que realmente o aluno não identificou qual é a relação entre os conceitos envolvidos.

- *Análise em relação à aprendizagem extraconteúdo (elemento E₄):*

Este elemento está sinalizado no mapa pelos indícios de compreensão do aluno sobre a relação entre as variáveis envolvidas (pressão e ocupação) no contexto do problema estudado. Uma das indicações para tal fato são as proposições expressas no mapa e se referem à relação entre essas duas grandezas. Sinais dessa compreensão podem também ser observados nos trechos da explicação do mapa:

“A pressão e a ocupação são proporcionais a medida que uma aumenta a outra aumenta....A pressão e a ocupação são proporcionais se dividir a pressão pela ocupação dá sempre a mesma constante (A2)” ;
“A pressão e a ocupação são variáveis a pressão é a variável independente pois não depende de nada a ocupação é a variável independente, pois depende do valor da pressão (A2)”.

Considerações a partir da análise do mapa do aluno A₁

A análise do mapa conceitual do aluno indica alguns sinais de aprendizagem significativa, quanto ao conceito de variável dependente e independente e ao conceito de proporcionalidade. Quanto ao conceito de função do primeiro grau, o aluno parece ter distinguido as representações gráfica e algébrica. São poucos os sinais de diferenciação progressiva e reconciliação integradora. Em termos gerais, considerando os elementos sinalizadores que definimos, o mapa do aluno parece indicar uma aprendizagem mais próxima da memorística no continuum aprendizagem memorística - aprendizagem significativa. Neste sentido, vale observar que, como colocam Ausubel; Novak e Hanesian (1980), a aprendizagem significativa não ocorre em uma única experiência do aluno com o conceito. Além disso, também é preciso considerar que no pré-teste, investigando subsunçores, o aluno não respondeu as questões relativas à investigação sobre o conceito de função do 1º grau, o que denota que este conceito ainda não estava disponível em sua estrutura cognitiva, de modo que a atividade pode representar um contato inicial com o mesmo.

Uma análise desse tipo foi realizada para os 07 mapas de cada aluno considerando as 05 atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas e os mapas sobre função e função do 1º grau.

Para descrever características em relação aos elementos sinalizadores nos mapas elaborados pelo grupo de alunos no decorrer do desenvolvimento das atividades construímos os

gráficos apresentados nas figuras a seguir que trazem informações sobre os 07 mapas de cada um dos 04 alunos.

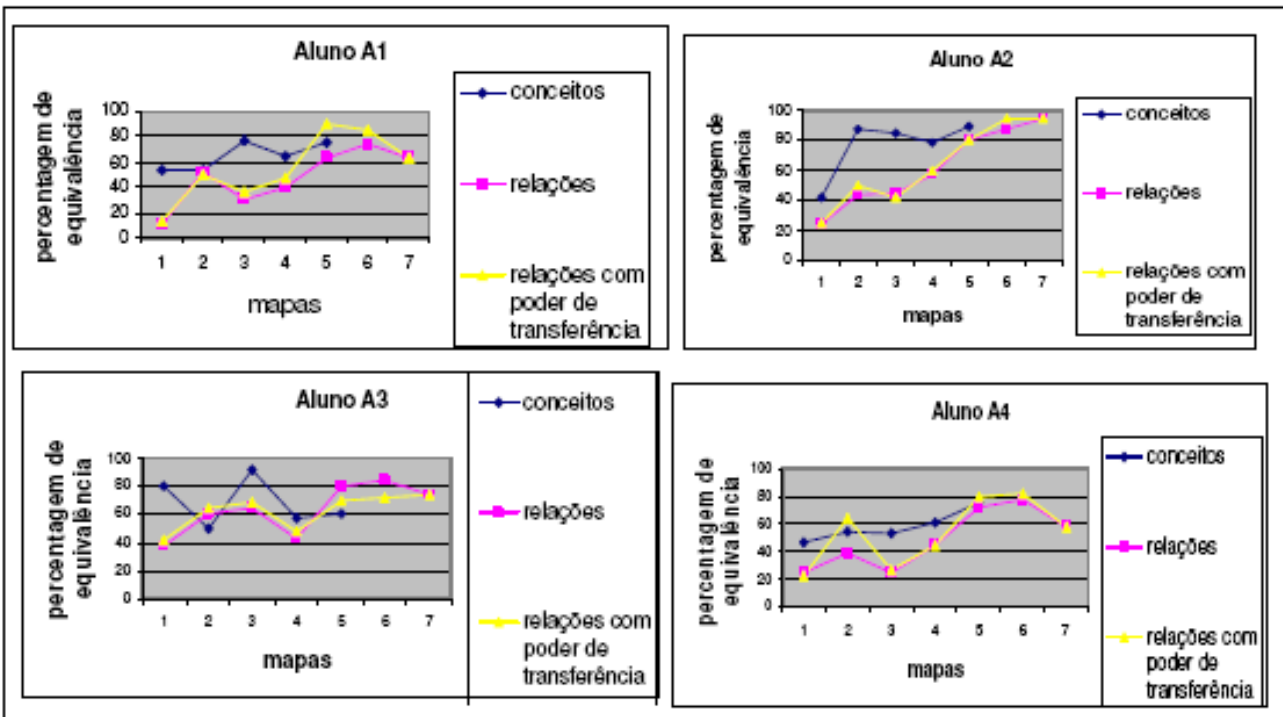


Figura 3: Evolução dos alunos no que diz respeito a conceitos, relações e relações com poder de transferência

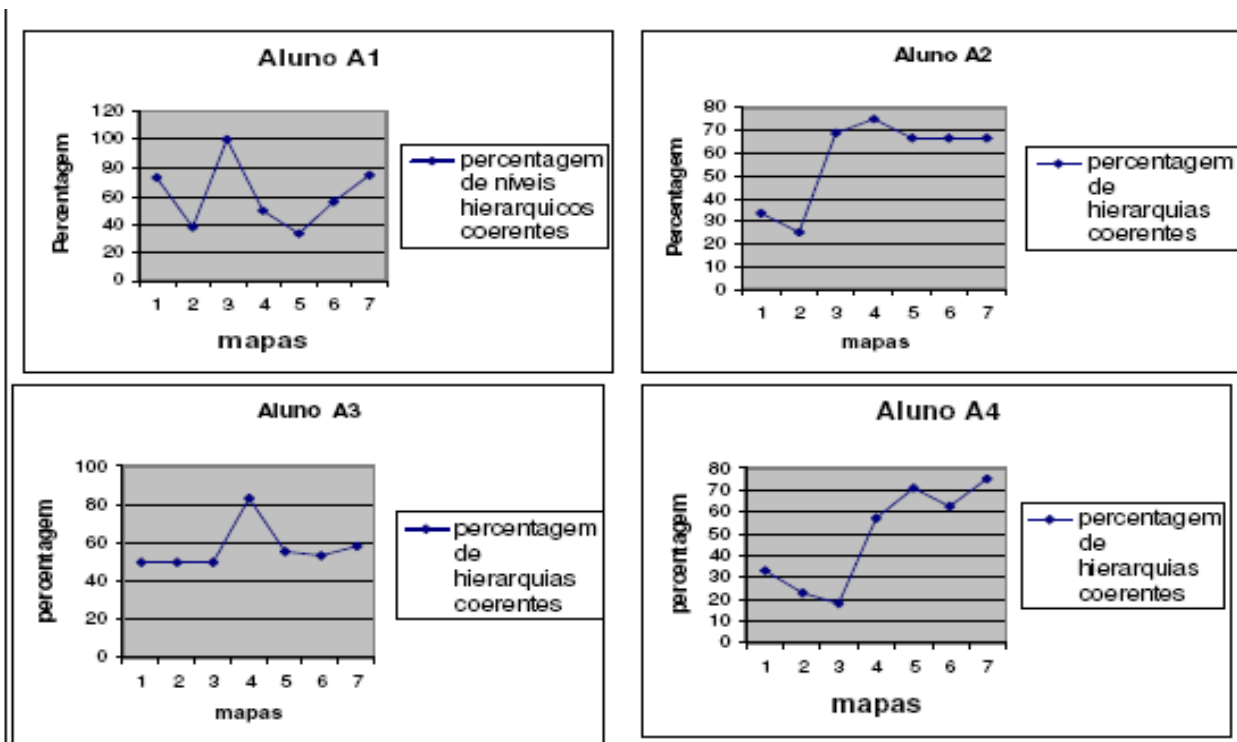


Figura 4: Comportamento dos mapas dos alunos em relação à percentagem de níveis hierárquicos coerentes com o contexto da atividade

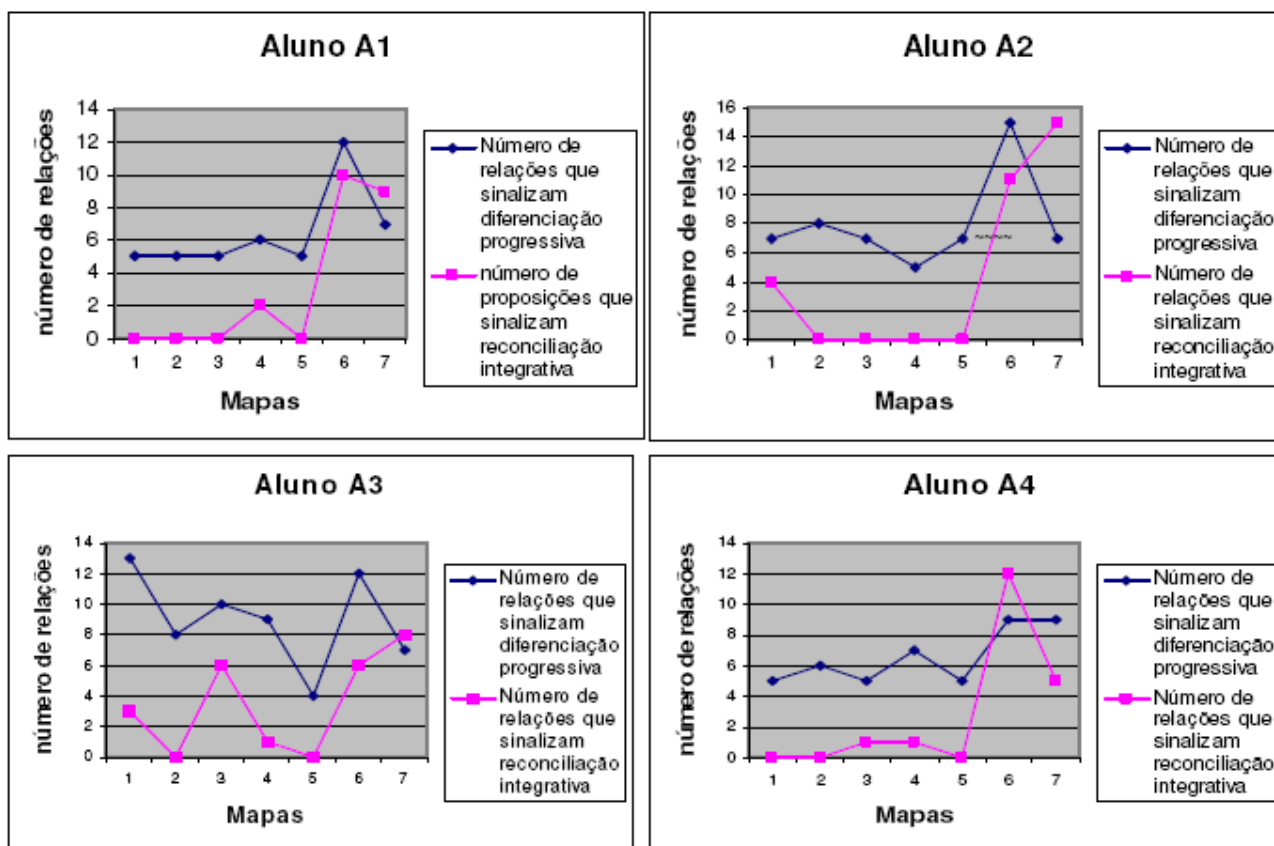


Figura 5: Comportamento dos mapas dos alunos no que diz respeito ao número de relações que sinalizam diferenciação progressiva e reconciliação integradora

Os gráficos das figuras 3, 4 e 5 revelam que os resultados com relação aos elementos sinalizadores não se mostram crescentes em todos os mapas no decorrer das várias atividades. Isto mostra que os resultados obtidos em termos dos elementos sinalizadores não podem ser atribuídos somente a um aperfeiçoamento no processo de mapear os conceitos, mas eles podem estar relacionados com a atividade que os originou, bem como com a forma com que cada aluno encarou a atividade. As variações em relação aos alunos e a um mesmo aluno em atividades diferentes, em termos dos elementos sinalizadores, reiteram o caráter pessoal da aprendizagem significativa. Isto confirma a argumentação de Coll (2002) de que variações podem ser resultados das diferenças das experiências e conhecimentos prévios com os quais cada um enfrenta uma determinada atividade, bem como os interesses que o levam a desenvolvê-la.

Fazendo uma análise dos resultados obtidos e considerando as atividades de modelagem desenvolvidas, podemos perceber nos gráficos das três figuras anteriores que na atividade 1 em que a participação dos alunos foi menor, os resultados foram menos favoráveis do que nas atividades seguintes. Já nas atividades 2 e 4, em que os alunos participaram da coleta de dados e da obtenção do modelo matemático, os mapas revelam resultados próximos e superiores aos da primeira atividade. Quanto à atividade 3 em que os alunos construíram o modelo mas não coletaram os dados, os resultados, embora superiores aos da 1ª atividade, foram menos favoráveis do que os da 2ª e da 4ª atividades. A quinta atividade por sua vez, segundo os gráficos das três figuras, proporcionou a construção de relações e relações com poder de transferência em níveis mais próximos daqueles que se pretendia com a atividade desenvolvida. Isto pode ser decorrência de fatores como: a presença de subsunçores, que neste caso são conceitos já abordados nas atividades anteriores; o fato do problema ter sido proposto pelos alunos e estar dentro de sua área de interesse, favorecendo o desejo de aprender significativamente; o significado lógico do conteúdo (o conceito de derivada).

Levando em conta essas considerações, os resultados quanto às relações e relações com poder de transferência no conjunto de mapas parecem indicar que com respeito a estes elementos sinalizadores dois fatores tiveram influência sobre os resultados obtidos: a participação do aluno no processo de resolução do problema e a clareza dos subsunçores necessários para a resolução do problema.

No que se refere aos níveis hierárquicos, de modo geral, nos mapas os alunos partem do problema real (ver mapa da figura 2 e mapa da figura 3), a seguir definem as variáveis, na seqüência encontram a função (modelo matemático) e depois apresentam seus atributos, como domínio, imagem, coeficiente angular e linear. Por fim são apresentados exemplos desses atributos ou seu significado utilizando exemplos do contexto do problema. Considerando a argumentação de Novak e Gowin (1999) de que os mapas conceituais representam uma aproximação da estrutura cognitiva do aluno em uma determinada área do conhecimento, este tipo de hierarquia parece refletir influências do processo de modelagem na organização que os conceitos adquirem na estrutura cognitiva do aluno após a realização da atividade.

No que se refere às relações que sinalizam diferenciação progressiva, os gráficos das figuras 3, 4 e 5 revelam que, com exceção do aluno A_3 , o maior número de relações foi atingido no mapa final de função do 1º grau (mapa 06 nestas três figuras). (Para o aluno A_3 o maior valor foi no 1º mapa que também se referia ao conceito de função do 1º grau). Assim concluímos que os melhores resultados em termos de reconciliação integradora variaram entre o mapa final de função do 1º grau e o mapa final de funções. Pelas características desses três últimos mapas, consideramos que teve influência sobre o resultado a negociação de significados proporcionada pela construção do mapa em comum e a oportunidade de retomar os conceitos já trabalhados, abstraindo-os do contexto em que foram estudados, o que foi feito por meio da construção de mapas envolvendo somente conceitos matemáticos.

De modo geral, observando os gráficos das figuras 3, 4 e 5, que mostram as características dos 07 mapas relativos às 05 atividades, percebemos que a estruturação dos mesmos deixou de ser predominantemente linear e passou a integrar mais ligações cruzadas, principalmente nos últimos níveis. Segundo Guruceaga e Gonzáles (2004), menos ligações lineares nos mapas são sinais de aprendizagem mais próxima da significativa no continuum aprendizagem memorística – aprendizagem significativa.

Em relação á aprendizagem extraconteúdo, observamos que nas atividades em que os alunos eram responsáveis pela coleta de dados, formulação do problema, definição de hipóteses e obtenção do modelo matemático, a relação dos aspectos matemáticos com o problema foi mais facilmente estabelecida pelos alunos. Esta relação sinaliza a aprendizagem extraconteúdo e foi mais fortemente percebida nos mapas dos alunos nas atividades 4 e 5 (Determinação do módulo de elasticidade de corpo de prova de aço 1020 por meio do ensaio de tração e Cálculo do limite de elasticidade do aço 1020) conforme podemos observar no mapa elaborado pelo aluno A_2 para esta atividade (figura 6). Na tabela 2 apresentamos dados relativos a esta aprendizagem dos alunos na atividade 4.

Para observar possíveis mudanças nos subsunçores por meio dos mapas, focalizamos nossa análise nas mudanças relacionadas ao conceito de função e ao conceito de função do 1º grau, analisando compreensões destes conceitos em todos os mapas em que eles se fizeram presentes. Estes conceitos constituem subsunçores para um estudante na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e estiveram presentes em várias das atividades. Sendo assim, é possível perceber pelos mapas se houve ou não modificações na compreensão dos alunos no decorrer das atividades.

Tabela 2: Aprendizagem extraconteúdo revelada pelos mapas referentes à atividade ‘Determinação do módulo de elasticidade de corpo de prova de aço 1020’

Atividade 4	Aluno A ₁	Aluno A ₂	Aluno A ₃	Aluno A ₄
Aprendizagem extraconteúdo revelada no mapa	O mapa revela que o aluno compreende como é feito o diagrama tensão x deformação e como determinar o módulo de elasticidade a partir deste diagrama	As relações estabelecidas revelam que o aluno compreendeu: - Quais são as variáveis envolvidas no ensaio de tração, e a relação entre elas no processo do ensaio. - Como, a partir do diagrama tensão X deformação, pode ser determinado o módulo de elasticidade. - A distinção entre fase plástica e fase elástica no problema de elasticidade	O mapa revela: -Alguns conhecimentos sobre o diagrama tensão X deformação: quais as variáveis contidas no diagrama e como identificar por meio dele o módulo de elasticidade. - Que o aluno distingue fase plástica e fase elástica no problema de elasticidade	O mapa revela que: -O aluno compreendeu a relação entre as variáveis envolvidas no ensaio de tração. -O aluno sabe determinar o módulo de elasticidade a partir dos dados obtidos no ensaio de tração.

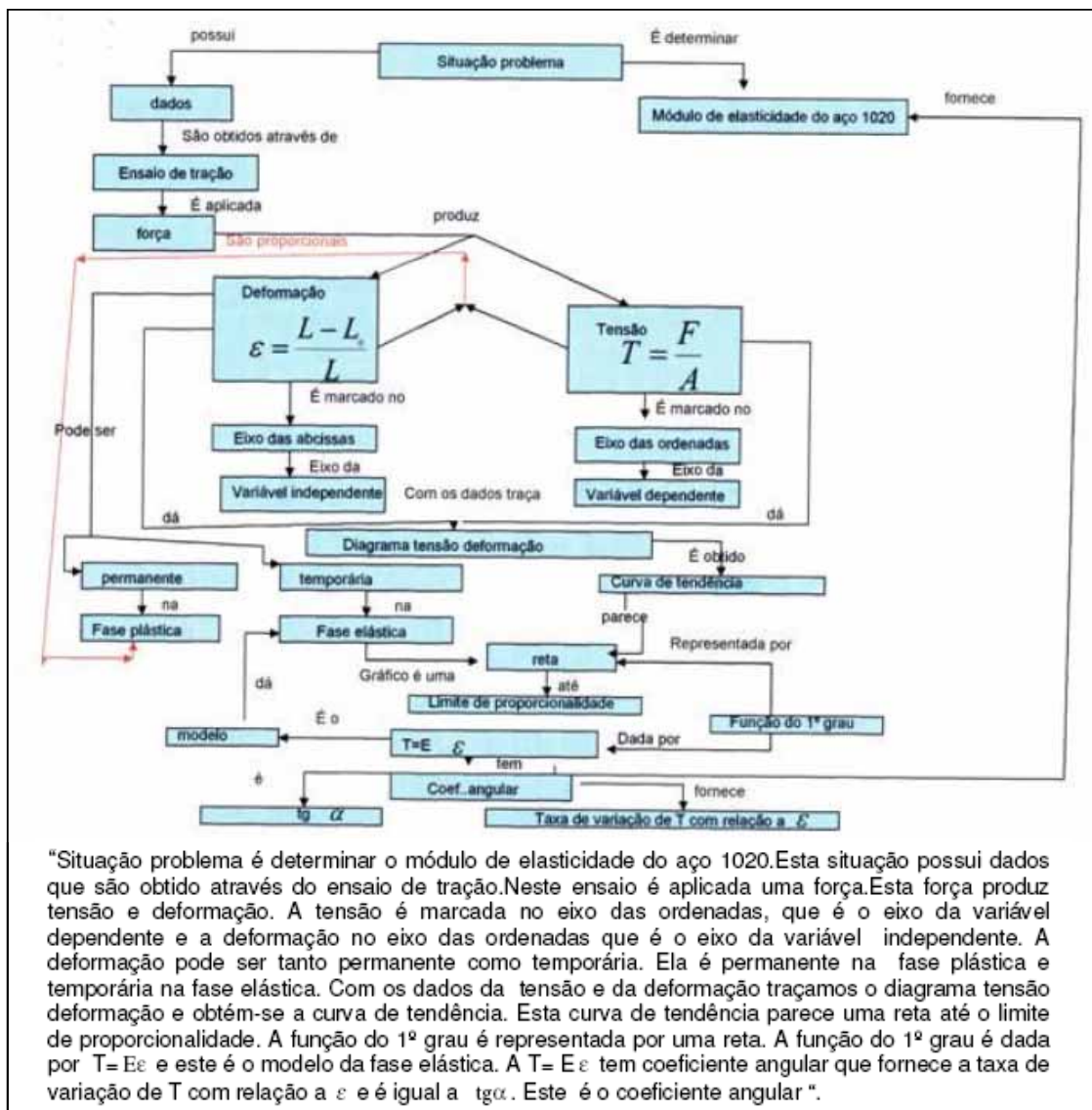


Figura 6 : Mapa do aluno A₂ Determinação do módulo de elasticidade de corpo de prova de aço 1020

O conceito de função do primeiro grau esteve presente na primeira, na segunda e na quarta atividades que desenvolvemos, sendo, portanto, conceito presente nos mapas relativos a estas

atividades bem como do mapa elaborado em duplas referente a quarta atividade e a quinta atividade e do mapa final sobre função do 1º grau.

De modo geral, no decorrer do desenvolvimento das atividades de modelagem, aspectos relacionados com o conceito de função e conceito de função do 1º grau foram se modificando na estrutura cognitiva dos alunos, chegando a um significado mais próximo do que é esperado do aluno no contexto da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

Observamos modificações dos subsunçores função e função do 1º grau, especialmente no que diz respeito às diferentes representações destas funções (gráfica e algébrica), suas características mais importantes (como ser crescente ou decrescente, por exemplo), ao significado do coeficiente angular e sua relação com a derivada da função e ao significado do coeficiente linear na função. Além disso, também foi possível perceber nos mapas a relação destas características da função com a situação-problema a que está relacionada.

Os mapas do aluno A₂ em relação à primeira atividade e à quarta atividade, apresentados na figura 2 e na figura 6, respectivamente, nos permitem visualizar alguns sinais de avanços na compreensão do aluno em relação à função do primeiro grau e suas características. Na tabela 4 apresentamos a evolução percebida nos mapas deste aluno relativos às atividades envolvendo função do primeiro grau.

Tabela 4: Modificações no conceito de função do 1º grau observadas nos mapas do aluno A₂

	Compreensão revelada pelos mapas a respeito da função de 1º grau em cada mapa
Mapas da atividade 1 e da atividade 2	Reconhece uma função de 1º grau por sua expressão algébrica. - Reconhece que a função de 1º grau pode ser representada por uma reta. - Somente identifica que os coeficientes angular e linear são números reais não tratando de seu significado. - Explicita o significado de grandezas proporcionais.
Mapas das atividades 4 e 5	- Reconhece a função de 1º grau por suas representações gráfica e algébrica. - Identifica o significado geométrico do coeficiente angular, bem como seu significado como taxa de variação.
Mapa final sobre função do 1º grau	Identifica que a função pode ser representada por gráfico, tabela e equação.(representação algébrica). -Identifica, dada uma representação, como as demais podem ser obtidas. - Identifica se a função é crescente ou decrescente, pela tabela, pela expressão algébrica e pelo gráfico. - Reconhece o coeficiente linear na equação e identifica seu significado geométrico. - Identifica o significado geométrico do zero da função. - Reconhece o coeficiente angular na equação, identifica o seu significado geométrico, identifica o seu significado como taxa de variação. - Estabelece relação do coeficiente angular com a derivada da função

5.1 Algumas considerações

A observação dos elementos sinalizadores possibilitada pelos mapas leva-nos a concluir que os alunos investigados construíram, durante seu envolvimento com as atividades de modelagem, relações que lhes permitiram avançar no continuum aprendizagem memorística – aprendizagem significativa com respeito aos conceitos de função e de função do 1º grau, colaborando para a construção de novas relações que aperfeiçoaram o significado destes conceitos.

Percebemos também que os mapas, além de possibilitar a percepção de tais indícios, permitem observar aspectos particulares no que se refere à construção de alguns conceitos ocorrida durante o desenvolvimento das atividades de modelagem. Neste contexto, em relação ao conceito

de função, os resultados parecem apontar para a ocorrência de uma aprendizagem sobreordenada⁴, uma vez que, usando diversos tipos de funções os alunos foram complementando e aperfeiçoando seu conceito inicial de função. Esse aspecto está em sintonia com a argumentação de Ausubel, Novak e Hanesian (1980) de que é importante que um conceito seja abordado em vários contextos diferentes, para que o aluno tenha oportunidade de abstrair os aspectos essenciais. Esta evidência confirma também a nossa conjectura de que a Modelagem Matemática, em termos ausubelianos, cria condições que podem favorecer o aperfeiçoamento ou a complementação de subsunçores.

Os mapas dos alunos refletem aspectos relacionados ao envolvimento do aluno com as atividades de modelagem. De modo geral, na elaboração dos mapas, os alunos partem das informações extramatemáticas que contextualizam o problema, identificam as variáveis, apresentam os conceitos matemáticos envolvidos na resolução e por fim apresentam os resultados no contexto do problema.

Em algumas situações, inicialmente, a ênfase do aluno na construção do mapa estava em representar a situação-problema, omitindo elementos trabalhados no momento da sistematização dos conceitos. Neste sentido consideramos que solicitar aos alunos que refizessem o mapa, incluindo os aspectos matemáticos, parece ter contribuído para que eles abstraíssem dos problemas os conceitos matemáticos estudados, identificassem seus ‘atributos essenciais’ e reorganizassem os mesmos em sua estrutura cognitiva, colaborando assim para um avanço no continuum aprendizagem significativa - aprendizagem memorística. Este procedimento está alinhado também com a argumentação de Ellis; Rudnitsky; Silverstein (2004) de que os mapas, sendo instrumentos heurísticos, revelam, em suas diferentes versões, mudanças ou complementações no entendimento dos alunos.

Por outro lado, incluir na elaboração dos mapas, características da atividade de modelagem, representou, para alguns alunos, uma possibilidade de refletir sobre o problema em estudo e aprender mais. Este caráter dos mapas pode ser observado, por exemplo, na resposta do aluno A₂ sobre as vantagens dos mapas:

“Ajuda a aprender mais ,[...] , faz pensar mais sobre o problema.”()

O caráter *organizador* dos mapas elaborados após cada atividade viabilizou aos alunos construir e relacionar conceitos que não haviam percebido durante o desenvolvimento da atividade, como podemos perceber em algumas respostas dos alunos apresentadas no questionário investigando a opinião pessoal dos alunos sobre o uso de mapas conceituais:

“Aprende mais por que relaciona os conceitos, organiza” (A₂).

“Aprende a organizar as matérias”(A₃).

“A organização do conteúdo facilita a aprendizagem”(A₃).

6 Para concluir

Com este trabalho propusemo-nos a investigar o uso de mapas conceituais na busca de indícios de aprendizagem significativa em atividades de Modelagem Matemática. Neste contexto procuramos identificar nos mapas conceituais elaborados pelos alunos relações presentes em sua estrutura cognitiva, referentes aos conceitos envolvidos em uma situação-problema trabalhada por

⁴ A aprendizagem é sobreordenada quando o conceito novo (aquele a ser aprendido) é mais geral e inclusivo do que os conceitos já existentes na estrutura cognitiva. Ela ocorre quando este conceito mais geral e inclusivo vai se “estruturando” a partir do uso destes conceitos já existentes na estrutura cognitiva (Ausubel; Novak; Hanesian 1980; Moreira, 1999).

meio da Modelagem Matemática e, identificar nestas relações, bem como na forma em que elas se apresentam nos mapas, possíveis indícios de aprendizagem significativa dos estudantes.

A reflexão sobre os referenciais teóricos tanto da modelagem quanto da aprendizagem significativa permitiram-nos divisar diversas relações entre Modelagem Matemática e a Teoria da Aprendizagem Significativa e nos conduziram para a definição de um conjunto de elementos que podem ser considerados como sinalizadores da aprendizagem significativa em mapas conceituais elaborados pelos alunos após o desenvolvimento de atividades de modelagem.

A investigação desses indícios nos mapas nos permitiu não só identificar possíveis sinais de avanço no continuum aprendizagem memorística - aprendizagem significativa durante o desenvolvimento das atividades de modelagem, como também possibilitou perceber influências da modelagem sobre tais avanços.

As informações que obtivemos no decorrer do desenvolvimento desta pesquisa sinalizam que a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica que viabiliza a introdução e resolução de situações-problema nas aulas de Matemática, está em sintonia com a idéia defendida na teoria de Ausubel de que situações deste tipo representam um meio que favorece a aprendizagem significativa nos estudantes. Neste sentido, os mapas conceituais se mostraram uma ferramenta eficiente na busca por manifestações desse tipo de aprendizagem, viabilizando a identificação dos elementos sinalizadores que definimos nos mapas construídos pelos alunos após o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Nosso trabalho apontou para a ocorrência da aprendizagem sobreordenada em atividades de modelagem uma vez que a partir do estudo de funções particulares os alunos investigados modificaram sua compreensão do conceito de função. Pesquisas futuras, acompanhando um grupo durante espaço de tempo maior, podem investigar a estabilidade da aprendizagem ocorrida e se o aluno, com o decorrer do tempo, realmente utiliza os conceitos mais gerais construídos para apoiar outras aprendizagens, realizando assim aprendizagens subordinadas⁵.

O trabalho aqui apresentado foi desenvolvido com alunos de um curso Superior de Tecnologia em Manutenção Mecânica enfocando um conteúdo específico da grade curricular do curso. De qualquer forma, a reflexão que estamos sugerindo, extraída do estudo particular, pode ser endereçada a outros cursos e a outros níveis de escolaridade.

Referências

Almeida, L. M. W.; Ferruzzi, E. C. (2009). Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. *Alexandria*, 2(2), p. 117-134.

Almeida, L. M. W.; Brito, D. S. (2005). Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? *Ciência e Educação*, 11 (3), 483-498.

Ausubel, D.P. (1988). *Educational psychology: a cognitive view*. New York: Holt Rinehart and Winston.

Ausubel; D. P.; Novak, J. D.; Hanesian, H. (1980). *Psicologia cognitiva*. Tradução de: Eva Nick, 2ª ed. Rio de Janeiro: Editora interamericana.

⁵ Quando o conceito que já está na estrutura cognitiva do aluno é mais geral e mais abrangente do que os novos conceitos a serem aprendidos, temos a aprendizagem subordinada. (Ausubel; Novak; Hanesian 1980; Moreira, 1999).

- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino–aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.
- Baralos, G. (2002). Concept mapping as evaluation tool in mathematics. *Disponível em: <<http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/pap451.pdf>>*. Acesso em: 5 out.2005.
- Barrody, A. J. e Bartels, B. H. (2000). Using concept maps to link mathematical ideas. *Mathematics teaching in the middle school*, 5(9), 604-609.
- Barrody, A. J. ; Bartels, B. H. (2001). Assessing understanding in mathematics with concept mapping. *Mathematics in Scholl*, 30(3), 24-27.
- Bartels, B. J. (1995). *Examining and promoting mathematical connections with concept mapping*. Doctoral These, University of Illinois at Urbana-Champaign. Illinois
- Borba, M. C. ; Bizelli, M. H. S. S. (1999). O conhecimento matemático e o uso de softwares gráficos. *Educação Matemática em Revista*, 6(7), 45- 54.
- Brito, D. S. ; Almeida, L. M. (2005). O conceito de função em situações de modelagem matemática. *Zetetiké*, 13(23), 63-83.
- Buchweitz, B. (2001). Aprendizagem Significativa: idéias de estudantes concluintes de curso superior. *Investigações em Ensino de Ciências*, 6(2), 1-10, Acesso em janeiro de 2007, http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol6/n2/v6_n2_a2.
- Coll, C.; Pallacios, J.; Marchesi, A. (2000). *Psicologia do ensino*. Tradução de: Cristina Maria de Oliveira. Porto Alegre: Artmed.
- Coll, C.; Palacios, J. ; Marchesi, A. (1995). *Desenvolvimento Psicológico e Educação: Necessidades educativas especiais e aprendizagem escolar*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Coll, S. C. (2002). *Aprendizagem escolar e construção do conhecimento*. Porto Alegre: Artmed.
- D’Ambrósio, U. (2003). *Dos fatos reais à modelagem matemática: uma proposta de conhecimento matemático*. Disponível em: <<http://vello.site.uol.com.br/modelos.htm>> Acesso em: 05 jun. 2003.
- Ellis, G. W.; Rudnitsky, A.; Silverstein, B. (2004). Using conceptual maps to enhance understanding in engineering education. *International Journal of Engineering Education*, 20(6), 1012-1021, Acesso em 15 de janeiro de 2008, <http://www.math.uoc.gr/~ictm2/Proceedings/Pap451.pdf>.
- Ferreira, A. B. H (1986). *Novo Dicionário da língua portuguesa*. Editora Nova Fronteira, 2ª edição, 7ª impressão.
- Ferruzzi, E. C. (2003). A modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos Superiores de Tecnologia. *Dissertação (Mestrado)*. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Franchi, R. H. O. L. (2005). Modelagem matemática, interpretação e ação sobre a realidade: um possível passo em direção a transdisciplinariedade. In: *Atas da IV CNMEM Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática*, Feira de Santana, 1-15.

Guruceaga, A. ; Gonzales, F. M. G. (2004). Aprendizaje significativo y educación ambiental: análisis de los resultados de una práctica fundamentada teóricamente. *Ensenanza de las ciencias*, 22(1), 115-136, Acesso em 15 de Janeiro de 2009.

<http://www.bib.uab.es/pub/ensenanzadelaciencias/02124521v22n1p115pdf>.

Mass, K. (2004). Barriers to, and opportunities for integration of modeling in mathematics classes—results of a empirical study. In: *10th International Congress in Mathematical Education, 2004*, Copenhagen, Dinamarca. Acesso em 20 maio de 2005, <http://www.icme-organisers.dk/tsg20/papers.html>.

Mendonça, M. C. D. (1999). Resolução de problemas pede (Re)formulação. In: Abrantes, P. (org.). *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. Lisboa: Graf is, 15-33.

Moreira, M. A. (1997). *Mapas conceituais e aprendizagem significativa*, Disponível em:<<http://www.if.ufrgs/~moreira/mapasport.pdf>> Acesso em: 12 fev. 2005.

Moreira, M. A. (1999). *Aprendizagem significativa*. Brasília: Editora da Universidade de Brasília.

Moreira, M. A. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica*. Madrid: Visor.

Moreira M. A ; Buchweitz, B. (1993). *Novas estratégias de ensino e aprendizagem os mapas conceituais e o vê epistemológico*. Lisboa : Editora Plátanos.

Novak, J. D. ; Gowin. D. B. (1999). *Aprender a aprender*. Tradução: Carla Valadares. 2ª edição Lisboa: Editora Plátanos.

Paulo, I. J. C.;Moreira, M. A. (2005) Um estudo sobre a utilização dos mapas conceituais como avaliação quantitativa. In: *Anais do Encontro Nacional de Aprendizagem Significativa*, Campo Grande, MS.

Ronca, A. C. C. (1980). O modelo de ensino de David Ausubel. In: Penteadó, W. M. A. (Org.). *Psicologia e Ensino*. São Paulo: Papelivros, 59-83.

Ruiz – Primo, M.A. (2004). *Examining concept maps as an assessment tool*. In: First Conference on Concept Mapping, Pamplona, Espanha, 2004. Acesso em 15 de jul. de 2005, <http://cmc.ihmc.us/CM2004Programa.html>>

Ruiz-Primo, M. A. ; Shavelson, (1996). R. J. Problems and issues in the use of concept maps in science assessment. *Journal of research in science teaching*. Maryland, 33(6), 569-600, Acesso em:21 abr. 2006, http://www.stanford.edu/dept/SUSE/SEAL/Reports_Papers/all.html>.

Yoval, P.G. (2004). *Valoración cuantitativa para evaluar mapas conceptuales*. In: *First Conference on Concept Mapping*, Pamplona, Espanha, 2004. Acesso em 15 de jul. de 2005. <http://cmc.ihmc.us/CM2004Programa.html>.

Zabala, A. (1998). *A Prática Educativa: Como Ensinar*. Trad. Ernani F da Rosa. Porto Alegre: ArtMed.

Recebido em: 18.02.2010

Aceito em: 03.03.2011