

ANÁLISIS DEL RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO EN FUTUROS PROFESORES DE CIENCIAS

Analysis of probabilistic reasoning in future natural sciences teachers

Néstor Fernando Méndez Hincapié [nmendez@pedagogica.edu.co]

Departamento de Física

Universidad Pedagógica Nacional

Calle 72 No 11-86, Bogotá D. C., Colombia

Isabel Garzón Barragán [igarzon@pedagogica.edu.co]

Julio Alejandro Castro Moreno [jcastro@pedagogica.edu.co]

Doctorado Interinstitucional en Educación

Universidad Pedagógica Nacional

Calle 72 No 11-86, Bogotá D. C., Colombia

Resumen

Este artículo indaga los modos de razonar de un grupo de estudiantes, futuros profesores de ciencias, de las licenciaturas en física, química y biología de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia, al abordar tres situaciones problemáticas cuyo análisis implica hacer uso de conceptos básicos de probabilidad, como independencia de eventos y nociones de conteo. Cabe señalar que esta investigación hace parte del desarrollo de la tesis doctoral del primer autor. El análisis de los modos de razonar de los estudiantes expresado en sus respuestas, se lleva a cabo considerando como marco teórico el estilo de razonamiento probabilístico, uno de los seis estilos de razonamiento científico propuestos en el enfoque filosófico de Ian Hacking. Y, para establecer los diferentes modos de razonar se emplean los criterios de la metodología fenomenográfica, la cual permite expresar estos modos en la forma de categorías de descripción que tienen como referente el conocimiento científico vigente. Los resultados obtenidos permiten poner en evidencia que un gran número de estudiantes hacen razonamientos probabilísticos incipientes; se identifican sesgos como la falacia del apostador, la aplicación de la probabilidad frecuencial a pocos datos, y la prevalencia del pensamiento determinista. Estas falencias constituyen una limitante al abordar el estudio de teorías científicas, como la mecánica cuántica o la evolución de las especies, en las cuales es primordial llevar a cabo razonamientos de tipo probabilístico para comprenderlas.

Palabras-Chave: Razonamiento probabilístico; Formación de profesores de ciencias; Estilos de razonamiento científico.

Abstract

This article investigates the ways of reasoning of a group of students, future science teachers, of the degrees in physics, chemistry and biology of the National Pedagogical University of Colombia, by addressing three problematic situations whose analysis implies making use of basic concepts of probability, such as event independence and counting notions. It should be noted that this research is part of the development of the doctoral thesis of the first author. The analysis of the students' modes of reasoning expressed in their responses is carried out considering the probabilistic reasoning style as a theoretical framework, one of the six styles of scientific reasoning proposed in the philosophical approach of Ian Hacking. And, to establish the different modes of reasoning, the criteria of the phenomenographic methodology are used, which allows expressing these modes in the form of description categories that have current scientific knowledge as a reference. The results obtained allow us to show that many students make incipient probabilistic reasoning; biases such as the gambler's fallacy, the application of frequency probability to few data, and the prevalence of deterministic thinking are identified. These shortcomings constitute a limitation when approaching the study of scientific theories, such as quantum mechanics or the evolution of species, in which it is essential to carry out probabilistic reasoning to understand them.

Keywords: Probabilistic reasoning; Science teacher training; Scientific reasoning styles.

INTRODUCCIÓN

En el mundo actual, los ciudadanos se ven inmersos en muchos contextos que involucran incertidumbre y variabilidad, es decir, contextos sobre los cuales no es posible hacer predicciones de que un resultado concreto ocurrirá con total certeza. La aparición de una epidemia, el pronóstico del clima, los riesgos ambientales, la toma de decisiones en procesos electorales, entre otros, son situaciones en las que las predicciones tienen un grado de probabilidad de ocurrencia, y ponen de manifiesto la necesidad del razonamiento probabilístico de todos los ciudadanos (Agnelli, 2009; Alvarado et al., 2018; Castiblanco et al., 2004; Dunn et al., 2016; Gal, 2002; Kaplan, Fischer & Rogness, 2009; Kaplan & Rogness, 2018; MEN, 2006; Zapata, 2011). Atender esta necesidad, requiere investigar cómo mejorar y promover la formación del razonamiento probabilístico de los futuros profesores; no obstante, la responsabilidad de enseñar probabilidad y estadística, se le ha delegado solo a los profesores de matemáticas (Batanero & Diaz, 2012); lo cual es insuficiente, pues el razonamiento probabilístico es fundamental para comprender diversas situaciones de orden social y natural (Greer & Mukhopadhyay, 2005). En este sentido, en lo que respecta a los profesores de ciencias naturales (de biología, física, química, entre otros), se requiere que tengan una formación en el razonamiento probabilístico, dado que diversas teorías científicas que se abordan en la escuela no son solo de carácter determinista, sino también de carácter probabilístico.

Una revisión preliminar de los programas de Licenciaturas del área de Ciencias Naturales en Bogotá (Colombia), cuyo objetivo es la formación de profesores, muestra que existen pocos cursos que abordan explícitamente las temáticas de la probabilidad y la estadística en sus planes de estudio; incluso en algunos programas ni siquiera se contemplan. De manera específica, en los programas de licenciatura ofertados por las universidades Pedagógica Nacional - UPN, Distrital Francisco José de Caldas - UDISTRITAL y Los Andes – UNIANDES, solamente la Licenciatura en Biología de la UPN dedica 4 créditos de 134 al estudio de la probabilidad y la estadística, que corresponde al 4% del total de créditos (Tabla 1); mientras que las otras licenciaturas (Física, Química y, Ciencias Naturales y Educación Ambiental) de esta universidad, así como las de la UDISTRITAL y UNIANDES dedican un porcentaje de créditos menor. En el caso de UNIANDES dedican 3 créditos a un curso denominado Estadística para Educadores, el cual no está vinculado al área disciplinar, sino más bien a preparar al futuro profesor para hacer investigación educativa. Esto muestra que a pesar de la relevancia que juega el razonamiento probabilístico en el desarrollo de las teorías científicas, ello no se refleja, o se refleja muy poco, en el tiempo que le destinan los programas de formación de licenciados del área de ciencias naturales.

Tabla 1 - Número de créditos dedicados al estudio de la probabilidad y la estadística en programas de Licenciatura del área de Ciencias Naturales en Bogotá-Colombia.

Licenciatura	UPN			UDISTRITAL			UNIANDES		
	Total créditos	Probabilidad y Estadística		Total créditos	Probabilidad y Estadística		Total créditos	Probabilidad y Estadística	
		Créditos	%		Créditos	%		Créditos	%
Biología	134	4	3,0%	162	2	1,2%	124	3	2,4%
Física	160	0	0,0%	160	2	1,3%	125	3	2,4%
Química	146	0	0,0%	151	2	1,3%	125	3	2,4%
Ciencias Naturales y Educación Ambiental	142	0	0,0%						

Reconocer la necesidad de promover el razonamiento probabilístico de los ciudadanos, desde la formación escolar, ha llevado a que la estadística y la probabilidad se incluyan en los currículos de matemáticas, de los niveles de primaria y secundaria, desde los años 1980, en países como Estados Unidos,

Reino Unido y España, quienes han reglamentado estos contenidos en el área de matemáticas (Zapata, 2011; Batanero, Godino & Roa, 2004). En Colombia, la formación en estadística y probabilidad en la escuela incluye el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, dentro de los conocimientos básicos para desarrollar el pensamiento matemático (MEN, 1998). Específicamente, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, definen que ser matemáticamente competente requiere desarrollar cinco procesos generales: formular y resolver problemas, modelar fenómenos, comunicar, ejercitar procedimientos algorítmicos y razonar (MEN, 2006). Este último proceso, permite identificar regularidades y relaciones, hacer predicciones y dar explicaciones dentro de los diferentes contextos en que se desenvuelve el ser humano. Además, según el MEN (2006), estos cinco procesos se concretan en cinco tipos de pensamiento, a saber: numérico, espacial, métrico, probabilístico y variacional. De otra parte, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), de Matemáticas (MEN, 2015b), definidos como el “conjunto de aprendizajes estructurantes que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de educación escolar” (p. 5), desde el grado 5º hasta el grado 11º (aproximadamente entre 10 y 17 años de edad), en torno a la teoría de la probabilidad contemplan el análisis de juegos de azar, conceptos de probabilidad clásica y frecuencial, espacio muestral, independencia de eventos, conteo, probabilidad compuesta y probabilidad condicional. Acorde con esto, se pone de manifiesto que la responsabilidad de desarrollar el razonamiento probabilístico y estadístico en los niveles de primaria y secundaria no solo debe estar a cargo de los profesores de matemáticas, también corresponde a los profesores de ciencias naturales y, por tanto, sus procesos de formación en la universidad deben contemplar su formación en el razonamiento probabilístico y estadístico.

Es importante mencionar que para el grado 10º, el DBA de Matemáticas No. 10 indica que el estudiante “Propone y realiza experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales [cursiva agregada] o sociales y predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es indeterminado.” (MEN, 2015b, p. 79). No obstante, aunque en los Estándares y los DBA de matemáticas, se menciona la importancia de realizar experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales, tal mención es escasa en los Estándares y los DBA de ciencias naturales, en los que sólo se hace referencia al aprendizaje de los patrones de herencia biológica (MEN, 2006 y 2015a). Esto es una problemática (Greer & Mukhopadhyay, 2005), ya que en las ciencias naturales existen diversas teorías que involucran leyes y explicaciones de carácter probabilístico, como, por ejemplo, la evolución en la biología, la mecánica cuántica en la física y la vida media de las sustancias radioactivas en la química. Esto implica que los programas de formación de profesores de ciencias naturales deberían propiciar el desarrollo del razonamiento probabilístico y estadístico de sus estudiantes, para que en su ejercicio profesional también puedan contribuir a desarrollar este estilo de razonamiento en los niveles de educación básica y media.

Es evidente la importancia del razonamiento probabilístico y estadístico en la enseñanza de las ciencias naturales, ya que permite construir explicaciones de fenómenos naturales que involucran regularidades de poblaciones en condiciones de incertidumbre y variabilidad (MEN, 2015b; Greer & Mukhopadhyay, 2005). Sin embargo, hay pocas investigaciones sobre la formación de profesores de ciencias naturales que evidencien el abordaje de este tipo de razonamiento. Acorde a esto, la pregunta que guía este estudio es: ¿Cómo razona un grupo de estudiantes, futuros profesores de ciencias naturales, al analizar situaciones problemáticas que involucran nociones básicas de probabilidad? Cabe señalar que esta pregunta surge en el marco de la investigación doctoral del primer autor, quien busca caracterizar los estilos de razonamiento científico en los modos de razonar de estudiantes que abordan el experimento de la doble rendija con electrones individuales, el cual supone razonar probabilísticamente para apreciar el significado de principios fundamentales de la física cuántica.

La respuesta a la pregunta que aborda este artículo tiene como referente teórico el enfoque de los estilos de razonamiento científico propuesto por Ian Hacking (1982, 2012), en particular el estilo de razonamiento probabilístico y estadístico; desde el cual se identifican algunos de los conceptos necesarios para llevar a cabo análisis de tres situaciones de carácter probabilístico, planteadas en un cuestionario con el propósito de identificar las concepciones básicas de probabilidad, independencia de eventos y nociones de conteo. Las respuestas de los estudiantes se analizan haciendo uso de la fenomenografía; y se derivan algunas implicaciones para orientar la formación en el razonamiento probabilístico y estadístico de los futuros profesores de ciencias naturales.

Dos posibles maneras de atender la necesidad de desarrollar el razonamiento probabilístico de los futuros profesores de ciencias, se pueden llevar a cabo a través del diseño de cursos de estadística y probabilidad vinculados a las teorías científicas que lo requieren; o, a través de cursos de ciencias naturales que involucran temáticas que permitan abordar los principios subyacentes de la estadística y la probabilidad,

así como su aplicación a situaciones concretas cuyas explicaciones son de carácter científico y requieren de manera explícita del razonamiento probabilístico y estadístico. En cualquier caso, el diseño de estrategias didácticas de los cursos que se propongan requiere de la identificación de cómo los estudiantes razonan y qué es lo que saben, para que los diseños se realicen de acuerdo con las ideas iniciales que tienen ellos (Ausubel, Novak & Hanesian, 1976).

MARCO TEÓRICO

Las perspectivas contemporáneas de la filosofía de las ciencias (Esteban & Martínez, 2008; Martínez & Huang, 2011 y 2015), cuestionan la filosofía tradicional de las ciencias centrada en teorías; la cual pasa por alto muchos factores que entran en la construcción del conocimiento científico, como aquellos vinculados a las maneras de hacer las cosas, que subyacen a las diversas prácticas científicas. A partir de estas perspectivas, encontramos pertinente abordar el razonamiento probabilístico desde el enfoque de los *estilos de razonamiento científico* propuesto por Hacking (1982), denominados tiempo después como *estilos de pensar y hacer científicos* (Hacking, 2012), al considerar que el razonamiento es tanto teórico como práctico y, por consiguiente, implica a la vez pensar y hacer, los cuales se construyen de manera recíproca.

El impacto de este enfoque de la filosofía de las ciencias en el campo de la educación en ciencias es prometedor, porque se pueden construir vínculos con planteamientos actuales. Investigadores como Sauvé (2010) reconocen que el pensar no es necesariamente previo al hacer, sino que el pensar atraviesa el hacer al tomar forma, al transformarse; el hacer requiere del pensar, y a la vez lo confronta, lo valida. Hacer y pensar no son aspectos separados, al contrario, se imbrican. En nuestros modos de vida, ser y actuar son indisolubles. Aprendemos en nuestra interrelaci3n con el mundo, de índole racional, sensible, o de experiencias empíricas de diversos tipos. Esta perspectiva más amplia de la educaci3n en ciencias renueva las maneras de enseñar y aprender, al ir más allá del desarrollo de habilidades cognitivas ligadas a la concepci3n clásica del aprendizaje como resultado de la transmisi3n de conocimiento primordialmente te3rico, y al reconocer la importancia de los estilos de razonamiento científico en el ámbito de la educaci3n en ciencias (Kind & Osborne, 2017).

Las nuevas perspectivas de la filosofía de las ciencias, al reconocer que los seres humanos usan tanto su mente como su cuerpo para pensar y actuar en el mundo que habitan, reconocen el papel de las prácticas científicas en el proceso de construcci3n del conocimiento científico; lo que a su vez exige una nueva noci3n de racionalidad de las ciencias que vaya más allá de la concepci3n de investigaci3n en ciencias constituida únicamente por teorías, sino también por prácticas que involucran maneras de hacer las cosas y, por lo tanto, habilidades que se transmiten a través de generaciones (Fonseca & Martínez, 2017).

En este sentido, el enfoque Estilos de Razonamiento Científico (ERC) organiza en seis estilos de razonamiento los diferentes métodos de indagaci3n usados en las ciencias, que hoy día hacen parte del canon de lo que se denomina razonamiento científico correcto, e incluso moldean los criterios que establecen qué cuenta como verdadero. De manera abreviada estos estilos se denominan: matemático, exploraci3n experimental, modelado hipotético, taxon3mico, probabilístico y explicaci3n hist3rico-genética (Hacking, 1982, 2015). Esta lista es un intento de hacer una clasificaci3n exhaustiva de distintos géneros de investigaci3n desplegados en las ciencias, aunque en proporciones variables para cada ciencia en particular (Hacking, 2012).

Dado que los ERC, a través del pensar y el hacer científico, aprovechan y utilizan las capacidades humanas, tanto mentales como físicas, que en el curso de la historia de la humanidad hemos aprendido a utilizar y perfeccionar, consideramos que este enfoque resulta prometedor para el ámbito de la educaci3n en ciencias, en la medida en que el desarrollo y el cultivo de esas capacidades pueden estar íntimamente relacionados con las competencias científicas (Castro, 2011).

Considerando que el estilo de razonamiento probabilístico es central para la discusi3n en este artículo, en el siguiente apartado se caracteriza este estilo a partir de la descripci3n de algunos de los conceptos sobre los que trabaja, los métodos utilizados y los criterios de validez de las afirmaciones que hacen parte de los argumentos de carácter probabilístico y estadístico.

Estilo de razonamiento probabilístico

El Estilo de Razonamiento Probabilístico, en adelante ERP, se enfoca en el análisis estadístico de las regularidades de poblaciones y el cálculo de probabilidades (Crombie, 1981, citado en Hacking, 2015). En este sentido, el objeto de estudio de este estilo es la poblaci3n, que no se restringe a conjuntos de personas

o animales, sino que puede ser un conjunto de moléculas, átomos, o partículas, o también un conjunto de registros de eventos en el tiempo o espacio como los datos climáticos. El estudio de los rasgos característicos de las diferentes poblaciones requiere de otros objetos que permiten dilucidar sus atributos estadísticos como las medidas de tendencia central (media, mediana, moda) o las medidas de variabilidad (rango, varianza, dispersión), entre otros (Hacking, 2010; 2015).

En lo que respecta al aspecto procedimental involucrado en el ERP, los métodos estadísticos implican el análisis de la información, dentro de los que se encuentran las pruebas estadísticas estándar o los criterios de significación. También incluyen la obtención de los datos (el muestreo) y la identificación de las regularidades observadas en el comportamiento de las poblaciones (las distribuciones de variables aleatorias). Estos métodos permiten dar conclusiones o emitir juicios acerca de la población objeto de estudio. Por ejemplo, dar afirmaciones sobre la eficacia de una vacuna en los seres humanos, determinar la distribución de velocidades de las moléculas de un gas, o predecir la desintegración radiactiva de núcleos atómicos. Estos enunciados se expresan en términos de leyes estadísticas, las cuales afirman que este tipo de regularidades se producen en un cierto porcentaje de casos (Carnap, 1969; Hacking, 2006).

De este modo, las leyes estadísticas contrastan con las leyes universales, debido a que estas últimas afirman que las regularidades observadas en un fenómeno son válidas en todos los casos; por ejemplo, la ley de gravitación universal expresa una regularidad de la interacción entre dos cuerpos, cuyo comportamiento permite determinar con certeza el movimiento entre dichos cuerpos, dándole el carácter determinista al modelo explicativo de este fenómeno. Pero no todos los fenómenos naturales están sujetos a estas leyes deterministas, porque para explicarlos es necesario considerar el azar, la incertidumbre y la probabilidad (Hacking, 2006). Esto tiene implicaciones en los criterios para decir si una afirmación es verosímil o no al hacer razonamientos probabilísticos, debido al carácter indeterminista ligado a las leyes estadísticas. Kind y Osborne (2017) lo ejemplifican al mencionar el razonamiento probabilístico llevado a cabo al establecer la forma de determinar la existencia del Bosón de Higgs (una partícula elemental), la cual consistió en calcular la probabilidad de que el evento observado no fuera este bosón. El resultado experimental de esta probabilidad fue tan bajo que puso en evidencia la existencia del Bosón de Higgs.

En estos términos, el indeterminismo que subyace a muchos fenómenos naturales sólo es comprensible y abordable gracias al razonamiento probabilístico. El ERP posibilita que se reconozcan el azar, la incertidumbre y el indeterminismo como parte de las explicaciones científicas (Hacking, 2015; Martínez, 1997); es decir, el ERP enseña que estos conceptos son partes sustanciales de otras formas de razonar científicamente. Así pues, el determinismo no es la única forma de comprender y razonar sobre la estructura del mundo físico.

Importancia del estilo de razonamiento probabilístico en la educación en ciencias

La mayoría de los currículos de ciencias asumen un modelo simplista del razonamiento científico, el cual sugiere que en ciencias sólo se argumenta de manera hipotético-deductiva y que la exploración experimental corrobora tales argumentos. Estos prejuicios, como ha mostrado la investigación en educación en ciencias y en filosofía de las ciencias (Fischer, et al., 2018; Kind & Osborne, 2017; Mathews, 2017), llevan a que se asuma que sólo hay un procedimiento algorítmico estandarizado para producir conocimiento científico, valorando muy poco la naturaleza y la diversidad del pensamiento creativo y llevando a la concepción equivocada de suponer que sólo hay un modo de razonar en las ciencias; además, se desconoce la diversidad ontológica, metodológica y epistémica de los ERC, al asumirse la unión indistinguible de estos tres aspectos. Reconocer los seis ERC puede permitir una visión que muestra la centralidad de estos tres aspectos para aprender a razonar científicamente, así como hacer más explícita la afirmación acerca de la diversidad del razonamiento en las ciencias. Una educación en ciencias que omite alguno de estos estilos, ofrecerá una consideración muy restringida de los logros culturales de las ciencias (Osborne, Rafanelli, & Kind, 2018).

Las sociedades actuales y futuras requieren que sus ciudadanos adquieran habilidades para razonar con un amplio rango de conocimientos científicos y técnicos, dado que hacen parte de los determinantes más significativos de nuestra cultura, y, además, posibilitan el pensamiento creativo, y la evaluación y análisis crítico de nuevas ideas; en este sentido, los ERC ofrecen un marco para valorar y escoger los temas del currículo de ciencias, que asegure que los estudiantes tengan la experiencia de cada uno de los seis estilos de razonamiento que caracterizan las ciencias (Kind & Osborne, 2017). De manera específica, el ERP es

necesario para los ciudadanos de hoy y del futuro para entender y leer críticamente información estadística y probabilística, como la presentada en periódicos o informes de los medios de comunicación (Garfield & Ben-Zvi, 2004). Así, el razonamiento probabilístico debe ser una característica central de cualquier currículo de ciencias, en lugar de ser una característica marginal o incluso faltante.

Al considerar la historia del ERP, se aprecia que hasta el siglo XIX el pensamiento determinista estaba presente de forma casi exclusiva en las ciencias naturales, hasta que empiezan a aparecer explicaciones basadas en las probabilidades, como, por ejemplo, los trabajos de Boltzmann sobre los gases ideales, y los trabajos de Darwin sobre la teoría de la evolución de las especies. Al comienzo, se consideró que las explicaciones de carácter probabilístico serían pasajeras mientras se lograban descubrir las leyes deterministas que permitieran dar explicaciones coherentes; pero lentamente las leyes de carácter probabilístico se fueron posicionando hasta alcanzar el estatus por derecho propio de leyes para describir y explicar diversos sucesos del mundo exterior (Hacking, 2010). A pesar de más de un siglo de la irrupción de la probabilidad en las ciencias naturales, la enseñanza de esta no es explícita ni enfática en los currículos, en la que se privilegia el pensamiento determinista. Al abordar diversas investigaciones en educación estadística (Tversky & Kahneman, 1993; Gigerenzer et al., 2007), muestran que las personas tienden a hacer uso de heurísticas no estadísticas para elaborar juicios o tomar decisiones respecto de eventos fortuitos e inciertos. En educación en ciencias, trabajos como los de Moreno, Cardeñoso y Gonzalez-García, (2014), Deane et al., (2016), Calude y Longo, (2016), Marshman y Singh (2017) y Fiedler et al., (2019) muestran que los estudiantes tienen dificultades para apreciar el carácter no determinista de las explicaciones a fenómenos físicos o biológicos, que lo requieren. De manera específica, este tipo de explicaciones se puede apreciar en un ejemplo de la enseñanza de la biología que implica razonar haciendo uso de la probabilidad a partir de los cuadros de Punnett. Esto es, la aplicación de la probabilidad en los esquemas de cruzamiento genético, la cual se basa en las denominadas leyes de Mendel para predecir probabilísticamente cuáles serán las características físicas (fenotipo) que heredan los descendientes, de acuerdo con los genotipos de los progenitores y del ambiente en el que se desarrolle la progenie.

Uno de los rasgos más característicos de la física cuántica es la dualidad onda-partícula (Bohm, 1989), que describe el comportamiento de la materia en términos de una función de onda, regida por la ecuación de Schrödinger, y que evidencia el fenómeno de la interferencia, por ejemplo, en experimentos de dispersión de electrones por rejillas de difracción (Davisson & Germer, 1927; Jönsson, 1974; Donati, Missiroli & Pozzi, 1973; Merli, Missiroli & Pozzi, 1976; Tonomura, et al., 1989; Bach et al., 2013), cuya comprensión y análisis implica reconocer como objeto de estudio un conjunto de electrones, donde cobra relevancia la noción de probabilidad frecuencial y la independencia de eventos. Cuando una partícula cuántica incide sobre una rejilla de difracción, esta se dispersa con algún ángulo que no se puede determinar a priori, pero al repetir el experimento muchas veces, bajo las mismas condiciones, se encuentra que ciertos ángulos de dispersión son más probables que otros. Lo que es repetible y muestra una regularidad no es la dispersión de una sola partícula sino la distribución de muchas dispersiones de muchas partículas; esto es, no hay una reproductibilidad de ángulos de dispersión individuales sino un límite estable de las frecuencias relativas de una larga secuencia de ángulos de dispersión (Ballentine, 1998). No es posible predecir el ángulo de dispersión de una partícula, ni tampoco este ángulo influye en los otros ángulos de dispersión de una secuencia de partículas incidiendo en la rejilla de difracción, por lo cual no cabe esperar que se presente una regularidad en la secuencia de los ángulos de dispersión. Esto se denomina en la teoría de probabilidades independencia de eventos.

Otro ejemplo, que muestra la relevancia del ERP tanto en la física como en sus procesos de enseñanza y aprendizaje, es el estudio de los modelos de particiones de Maxwell-Boltzmann, Fermi-Dirac y Bose-Einstein de la mecánica estadística. Establecer cómo se distribuyen las partículas cuánticas de un gas requiere contar el número de formas diferentes en que se pueden distribuir dichas partículas en un número de estados de energía diferentes, bajo condiciones como un número fijo de partículas y una energía total bien definida; esto permite comprender en qué se diferencian las distribuciones de Maxwell-Boltzmann, Fermi-Dirac y Bose-Einstein. El número de formas en que se pueden distribuir unas partículas de manera que se esté seguro de que no se ha omitido ninguna distribución posible, es el objeto de la combinatoria de la teoría de probabilidades (Batanero, Godino & Navarro-Pelayo, 1996); la cual permite también dar cuenta de leyes estadísticas asociadas al comportamiento estadístico de los gases.

En este orden de ideas, un desafío que tienen los profesores de ciencias naturales es diseñar ambientes de aprendizaje que le permitan a los estudiantes, de los diferentes niveles de formación, desarrollar el razonamiento probabilístico, proponiendo ya sea micro currículos o currículos, según las necesidades, cuyo objetivo primario sea introducir a los estudiantes en el ERP. Lo ilustrado en los párrafos anteriores hacen parte de un conjunto de ejemplos clave, que han establecido el éxito del pensamiento científico en general, como del razonamiento probabilístico en particular; así, los argumentos para ilustrar cualquier aspecto

específico del conocimiento científico se podrán hacer no sólo en términos de su importancia para la física, la biología o cualquier otra ciencia natural, sino también porque es clave para explorar y entender el ERP o cualquiera de los otros ERC.

Con este panorama, se exploran los modos de razonar probabilísticamente que tiene un grupo de estudiantes de licenciatura en disciplinas de las ciencias naturales, al abordar tres situaciones problemáticas que involucran: la noción de probabilidad clásica, la independencia de eventos y algunas nociones de conteo; un punto de partida para valorar las dificultades de estos estudiantes cuando se enfrentan a problemas de incertidumbre y variabilidad.

METODOLOGÍA

Fenomenografía

Para indagar los modos de razonar de un grupo de estudiantes de licenciatura en disciplinas de las ciencias naturales, futuros profesores de ciencias, acerca de situaciones problemáticas de carácter probabilístico, se hace uso de la fenomenografía (Marton, 1981); la cual ha mostrado su eficacia en diferentes investigaciones educativas, por ejemplo, el estudio de las estrategias de razonamiento de estudiantes al explicar fenómenos de cuerpos electrificados haciendo uso del concepto de carga eléctrica (Guisasola et al. 2008), los modos de conceptualizar el conocimiento físico por parte de estudiantes de ciencias (Walsh, 2009), las dificultades de estudiantes universitarios para comprender el concepto de fuerza electromotriz (Garzón et al., 2014), entre otras investigaciones.

Con la investigación fenomenográfica se busca establecer de manera cualitativa los diferentes modos de razonar de los estudiantes de licenciatura acerca del significado de probabilidad clásica (Batanero, 2005), la independencia de eventos y nociones de conteo, cuando se enfrentan a situaciones que involucran incertidumbre y variabilidad. Estos diferentes modos de razonar se pueden representar en categorías de descripción; las cuales se analizan teniendo como referente el conocimiento científico vigente, y las relaciones lógicas que involucran (Marton & Pong, 2005).

Los modos de razonar son la unidad básica de descripción en la investigación fenomenográfica. Estos modos se pueden caracterizar por dos aspectos diferentes pero interrelacionados: el aspecto referencial (es decir, a qué conceptos se refiere) y el aspecto estructural (cómo se refiere a esos conceptos). Al analizar las respuestas de los estudiantes a las situaciones problemáticas planteadas, lo primero que se hace es identificar y describir los modos de razonar en términos de su significado de acuerdo con la teoría de la probabilidad. La unidad de descripción se forma cuando hay suficiente evidencia de que se ha expresado un significado en particular; este es el aspecto referencial. Luego, el análisis se enfoca en identificar el aspecto estructural de cada modo de razonar expresado; es decir, se busca identificar cada uno de los elementos acerca de los conceptos de probabilidad, independencia de eventos y nociones de conteo, sobre los que están enfocados las respuestas, y así, idear una descripción de cada aspecto estructural del modo de entender; los cuales constituyen las categorías de descripción.

El análisis de las respuestas de los estudiantes se hizo en dos etapas. En la primera, uno de los investigadores realiza la lectura cuidadosa de cada una de las respuestas, enfocado en identificar los conceptos que estas abordan, es decir, los conceptos de probabilidad, independencia de eventos y conteo; luego se enfoca en identificar los modos de referirse a estos conceptos y, a partir de estos dos aspectos, el referencial y el estructural de los modos de razonar en términos de un pequeño conjunto de categorías de descripción, en las cuales se distribuyen todas las respuestas de los estudiantes. La segunda etapa del análisis es llevada a cabo por un segundo investigador, quien, a partir del conocimiento de las categorías de descripción ya establecidas por el primer investigador, realiza de manera independiente la lectura cuidadosa de cada una de las respuestas, siguiendo el mismo procedimiento del primer investigador. Es factible que adicione nuevas categorías y/o ubique respuestas en una categoría diferente a la considerada por el primer investigador. La fiabilidad de los resultados se determina comparando las distribuciones de las respuestas de los estudiantes, para cada pregunta, en las categorías de descripción establecidas por los investigadores. El grado de acuerdo entre las dos distribuciones se mide a través del coeficiente Kappa de Cohen k (Cohen, 1960).

La validez del análisis llevado a cabo para establecer las categorías de descripción, no se entiende como qué tan bien corresponden las respuestas de los estudiantes con lo validado en la teoría de la

probabilidad, sino se entiende qué también corresponden con el modo de razonar de los estudiantes, las tres situaciones problemáticas planteadas. Además, la validez pragmática de los resultados del análisis fenomenográfico se pone de manifiesto si los modos de razonar recogidos por las categorías de descripción son útiles para mejorar la puesta en práctica del razonamiento probabilístico en la enseñanza de las ciencias naturales.

Población

Este estudio se llevó a cabo con un grupo de 33 estudiantes, quienes se matricularon en el curso electivo *Introducción al razonamiento probabilístico* de la Facultad de Ciencia y Tecnología de la Universidad Pedagógica Nacional de Colombia, en los semestres segundo de 2018, con 16 estudiantes, y primero de 2019, con 17 estudiantes. De los cuales 30 estudiaban Licenciatura en Física, 2 Licenciatura en Química y uno Licenciatura en Biología; distribuidos en diferentes semestres: 39% de estudiantes estaban en los semestres segundo y tercero, 21% eran de décimo semestre, y el 13% restante estaban entre los semestres cuarto y octavo. Con excepción del estudiante de la Licenciatura en Biología, quien de acuerdo con el plan de estudios de este programa, había cursado Estadística Paramétrica y Estadística no Paramétrica, los demás estudiantes contaban con la formación en estadística y probabilidad, adquirida en la educación básica y media, previa a la universidad; la cual, teóricamente, se aborda en los cursos de matemáticas en los grados 5º a 11º (entre 10 y 17 años aproximadamente, según lo estipulado en los DBA); Al principio del curso, se les presentó un Cuestionario Inicial de tres preguntas elementales sobre conocimientos de probabilidad, que se describe en el siguiente apartado.

Diseño experimental

Para evidenciar los modos de razonar de un grupo de estudiantes de las licenciaturas de física, química y biología, acerca de situaciones problemáticas que involucran procesos de incertidumbre y variabilidad, se diseñó un cuestionario de nivel básico, con tres preguntas abiertas sobre juegos de azar y combinatoria; las cuales abordan tres conceptos de probabilidad, mencionados anteriormente: el significado de la probabilidad clásica, la independencia de eventos y nociones de conteo. La primera pregunta del cuestionario (Q1) tiene que ver con la probabilidad clásica que a su vez implica la equiprobabilidad. La segunda pregunta (Q2), también en el ámbito de la equiprobabilidad, está relacionada con la probabilidad clásica y la independencia de eventos. Y la tercera pregunta (Q3) tiene que ver con nociones de conteo y probabilidad (Tabla 2).

Tabla 2 - Conceptos necesarios para realizar el razonamiento probabilístico.

CONCEPTOS	PREGUNTAS
Concepción de probabilidad	Q1, Q2 Y Q3
Independencia de eventos	Q2
Nociones de conteo	Q3

El objetivo de la pregunta 1 (Tabla 3) es indagar el modo de razonar de los estudiantes al determinar la probabilidad para ganar algún premio, en un juego de lotería de 100 billetes. La respuesta acorde con la teoría de la probabilidad debe reconocer el significado de la probabilidad clásica, asumir el supuesto de equiprobabilidad para cada elemento del espacio muestral con cardinalidad de $N = 100$ elementos, y concluir que cada billete tiene la probabilidad de ocurrencia $1/N$.

Con respecto a la pregunta 2 (Tabla 3), el propósito es identificar si los estudiantes razonan de manera determinista o indeterminista, al pedirles predecir un resultado específico a partir de una secuencia dada de lanzamientos de una moneda corriente. De acuerdo con la teoría de la probabilidad, la predicción debe tener en cuenta la independencia de eventos al lanzar la moneda; es decir, un lanzamiento anterior no influye en el siguiente. Como en cada lanzamiento los posibles resultados son CARA o SELLO, la probabilidad de cada opción de un lanzamiento de la moneda es $1/2$.

La pregunta 3 (Tabla 3) se formula con el fin de indagar cómo los estudiantes determinan las permutaciones posibles de las posiciones logradas al final de un campeonato de futbol entre tres equipos y, a partir de este resultado, cómo asignan la probabilidad que tiene cualquiera de los equipos de ganar u ocupar

los dos primeros lugares del campeonato. Acorde con la teoría de la probabilidad, el número de permutaciones posibles es de 6 formas diferentes de posiciones en que puede terminar el campeonato. Dado que los tres equipos tienen las mismas condiciones, y cada equipo encabezaría dos de estas permutaciones, la probabilidad de ganar el campeonato sería $1/3$. De igual manera, la probabilidad de ganar algún premio es de $2/3$.

Tabla 3 - Enunciados de las preguntas del cuestionario.

PREGUNTA	ENUNCIADO
Q1	Una organización vende 100 billetes de lotería. Hay un premio mayor y 9 premios menores. Todos los billetes tienen la misma probabilidad de ganar, tanto el premio mayor como los 9 menores. Ningún billete puede ganar más de un premio. Mario compra un billete. ¿Cuál es la probabilidad de que Mario gane el premio mayor? ¿Cuál de que gane un premio menor? ¿Cuál es la probabilidad de ganar algún premio?
Q2	Suponga que usted ha lanzado una moneda legal al aire 6 veces. La secuencia de resultados fue CARA – CARA – CARA – SELLO – CARA – CARA. Para el séptimo lanzamiento ¿cuál cree que es el resultado? ¿Por qué?
Q3	Tres equipos de futbol A, B y C se enfrentan en un minicampeonato de todos contra todos, donde todos tienen las mismas condiciones. Al final hay premio para el equipo que quede en primer lugar y un premio de consolación para el equipo que quede en segundo lugar. a. ¿De cuántas maneras diferentes puede terminar la tabla de posiciones? b. ¿Cuál es la probabilidad de que alguno de los equipos logre un premio? c. ¿Cuál es la probabilidad de que alguno de los equipos sea campeón? Argumente cada una de sus respuestas.

RESULTADOS

A partir del análisis de las respuestas se estableció un conjunto de categorías de descripción, correspondientes a los modos de razonar de los estudiantes en las tres situaciones problemáticas planteadas. Estas categorías están ordenadas de tal manera que: con la letra A, se indican los modos de entender coincidentes o cercanos al conocimiento establecido por la teoría de la probabilidad; con la letra B, se denotan los modos de entender más alejados de la teoría establecida; y así sucesivamente es la notación con las letras C y D.

La fiabilidad de las categorías de descripción está dada por la comparación de las distribuciones de las respuestas en estas categorías, llevadas a cabo por cada investigador. De este modo, se obtuvieron los siguientes Kappa de Cohen: Pregunta 1, $k = 0.87$; pregunta 2, $k = 0.96$; y pregunta 3, $k = 0.92$. Los tres valores están por encima de 0.80, lo cual se considera de buena fiabilidad (Carletta, 1996).

De acuerdo con lo anterior, las categorías de descripción establecidas a partir del análisis de las respuestas a la pregunta 1 (Tabla 4), son cuatro. La categoría A describe el razonamiento desde la probabilidad clásica y la equiprobabilidad, acorde con el conocimiento científico validado. Los estudiantes en sus respuestas evidencian que los 100 billetes de lotería representan los elementos del espacio muestral, asignando igual probabilidad a cada uno de estos billetes. La categoría B reúne aquellas respuestas en que los estudiantes tienen la noción de equiprobabilidad, pero al simbolizar no distinguen entre proporción y porcentaje; es decir, para calcular la probabilidad de obtener el premio mayor $1/100$, lo igualan a 0.01%. La categoría C recoge aquellas respuestas de los estudiantes en las cuales ellos calculan la probabilidad modificando el espacio muestral de 100 billetes, esto es, una vez escogido un billete como ganador, este ya no hace parte del total de billetes, y por tanto del espacio muestral; de este modo, estos estudiantes calculan la probabilidad de ganar otro de los premios considerando 99 billetes. Y, aquellas respuestas en las que se

presentan cálculos erróneos, o los estudiantes ponen de manifiesto que no entienden la pregunta, se ubicaron en la categoría D.

Tabla 4 – Categorías de descripción establecidas a partir de las respuestas a la pregunta 1.

Categoría	Descripción	No. de estudiantes	Porcentaje
A	Comprensión correcta de las nociones de probabilidad clásica y equiprobabilidad.	23	69.7%
B	Al calcular la probabilidad clásica, se simboliza la proporción con porcentaje.	2	6.1%
C	Al calcular la probabilidad clásica, se cambia el espacio muestral.	3	9.1%
D	Explicación confusa.	5	15.2%

La pregunta 1 fue respondida por la mayoría de los estudiantes de acuerdo con la teoría aceptada (69,7%). Las respuestas en la categoría B muestran que conviene abordar la diferencia entre la probabilidad definida como un cociente, que toma valores entre 0 y 1, y el porcentaje de una cantidad numérica, para que los estudiantes diferencien sus significados. Y, el porcentaje 9.1% de respuestas en C sugiere que se podrían emplear los diagramas de árbol y el concepto de probabilidad condicional para explicarle a los estudiantes que la selección de un billete no altera el espacio muestral.

Al analizar las respuestas a la pregunta 2 (Tabla 5), se establecieron cuatro categorías de descripción. La categoría A incluye las respuestas que consideran la independencia de eventos al lanzar la moneda y, dado que se trata de una moneda legal (distribución uniforme de la masa), siempre se espera que la probabilidad entre obtener cara o sello sea la misma. El 30.3% de las respuestas de los estudiantes están en esta categoría, es decir razonan probabilísticamente la situación planteada. La categoría B reúne dos clases de respuestas, correspondientes al 36,3%. La primera clase pone de manifiesto que los estudiantes razonan haciendo uso de la noción de probabilidad frecuencial, al asumir que lo más probable es que el séptimo lanzamiento sea CARA, ya que es el resultado que más veces ha salido, sin tener en cuenta que la noción de probabilidad frecuencial se aplica a conjuntos de muchos datos, cuando las frecuencias relativas de los resultados se han estabilizado. En la otra clase de respuestas, los estudiantes expresan que lo más probable es que el séptimo lanzamiento sea SELLO, debido a que no ha salido suficientes veces en la secuencia que se les presenta; esperan que las frecuencias se estabilicen alrededor del 50% para cada caso, es decir, creen que una muestra pequeña de datos debe replicar lo que sucede en una muestra grande (Bao & Redish, 2002; Batanero, 2001; Pfannkuch & Brown, 1996). Estas dos formas alternativas de razonar implican asumir que los lanzamientos previos afectan los resultados futuros.

Tabla 5 - Categorías de descripción establecidas a partir de las respuestas a la pregunta 2.

Categoría	Descripción	No. de estudiantes	Porcentaje
A	Comprende que los lanzamientos de la moneda son eventos independientes.	10	30.3%
B	Razonamiento probabilístico alternativo. Predice que el evento más probable es aquel que se ha repetido más veces (probabilidad frecuencial con pocos datos) o el que se ha repetido menos veces (falacia del apostador).	12	36.3%
C	Razonamiento determinista. Supone que existe una única secuencia del resultado de los lanzamientos, o que si se conocen todas las condiciones físicas se puede predecir con certeza el siguiente lanzamiento.	9	27.3%
D	Explicación incoherente.	2	6.1%

Las respuestas ubicadas en la categoría C también son de dos clases. Una evidencia que para un grupo de estudiantes existe una regularidad en los lanzamientos de la moneda; tal supuesto es denominado en algunas investigaciones como “*deseo de regularidad*” (Batanero, 2001, p. 62); esto es,

suponen que la secuencia sigue la regularidad CCC-S-CCC-S-CCC y así sucesivamente. Este razonamiento se basa en la idea de que existe una relación causal entre los lanzamientos que se puede apreciar en un patrón específico, pero en la medida que se tiene un gran número de lanzamientos estos muestran que no hay un patrón particular, lo que permite ver el carácter aleatorio de los resultados del lanzamiento de la moneda. La regularidad está en el valor de las frecuencias relativas de muchos lanzamientos, las cuales se estabilizan alrededor de 0.5 para cada uno de los dos resultados posibles del lanzamiento de la moneda. Esto permite enfatizar la necesidad de tener una gran cantidad de datos al analizar un fenómeno aleatorio para hacer posible el desarrollo del razonamiento probabilístico. La otra clase de respuestas, en la categoría C, expresa que los estudiantes suponen que, si se conocen todas las condiciones físicas del lanzamiento de la moneda, es posible predecir el resultado de un futuro lanzamiento; en esta clase se presenta la idea del determinismo laplaciano de que todos los sucesos son predecibles sobre la base de leyes universales de la naturaleza, desconociendo el papel que puede desempeñar el azar en los fenómenos naturales (Hacking, 2006). En conjunto, las dos clases de respuestas correspondientes al 27.3%, manifiestan el razonamiento determinista de los estudiantes. Y, finalmente, la categoría D que corresponde al 6,1%, recoge respuestas que no se logran vincular con la situación problemática planteada.

De manera sintética, las dos ideas alternativas que se aprecian en las respuestas a la pregunta 2, ponen de manifiesto sesgos como la falacia del apostador, reportada en otras investigaciones citadas anteriormente, y la aplicación de la probabilidad frecuencial a pocos datos. Las cuales, de alguna manera, no tienen en cuenta que los eventos individuales no influyen sobre los siguientes eventos y que la asignación de la probabilidad es sobre la base de una gran cantidad de datos. También ponen de manifiesto el pensamiento determinista al analizar situaciones probabilísticas, privilegiando eventos individuales y dejando de lado el análisis del conjunto de muchos eventos; lo cual permite concluir que el razonamiento probabilístico llevado a cabo por los estudiantes, en el análisis de esta pregunta, es incipiente.

Las categorías de descripción establecidas a partir del análisis de las respuestas a la pregunta 3 (Tabla 6), son cuatro. La categoría A reúne el 45.4% de respuestas que aplican permutaciones al establecer las seis formas distintas en que se pueden ubicar las posiciones de cada uno de los equipos de futbol y, además, asocian este conjunto de posiciones con el espacio muestral, a partir del cual se calcula la probabilidad que tiene un equipo de ganar; es decir, razonan probabilísticamente la situación planteada. La categoría B, que reúne el 27.3% de respuestas, agrupa aquellos estudiantes que identifican el espacio muestral pero no lo consideran para determinar la probabilidad que tiene un equipo de ganar el campeonato. En la categoría C se ubica el 24.2% de las respuestas que expresan que algunos estudiantes no comprenden la noción de permutación y, por tanto, no pueden calcular la probabilidad de que algún equipo gane el campeonato. Por último, el 3,0% de respuestas de la categoría D son incoherentes en relación con la situación problemática planteada.

Tabla 6 - Categorías de descripción establecidas a partir de las respuestas a la pregunta 3.

Categoría	Descripción	No. de estudiantes	Porcentaje
A	Aplica la noción de combinatoria y usa el resultado para calcular las probabilidades.	15	45.5%
B	Aplica la noción de combinatoria, pero no la considera para calcular las probabilidades solicitadas.	9	27.3%
C	No aplica adecuadamente la noción de combinatoria.	8	24.2%
D	Explicación incoherente	1	3.0%

Si bien la pregunta 3 no es demasiado compleja, las respuestas ofrecidas por los estudiantes evidencian dificultades para determinar el número de permutaciones y asignar la probabilidad de la posición de los equipos de futbol. En el caso de las ciencias naturales, un profesor debe comprender la noción de combinatoria para realizar modelos de sistemas físicos, en los cuales se requiere asignar la probabilidad de diferentes maneras de organizar los elementos de un conjunto, como, por ejemplo, las partículas de un gas en sus posibles estados de energía.

El análisis de las respuestas de los estudiantes a las preguntas propuestas, ponen en evidencia la importancia de profundizar de manera explícita en las habilidades necesarias para llevar a cabo

razonamientos probabilísticos con suficiencia, de tal manera que los estudiantes, futuros profesores de ciencias naturales, puedan abordar problemas de incertidumbre y variabilidad inmersos en las teorías científicas.

CONCLUSIONES

El análisis de las respuestas de los estudiantes, en proceso de formarse como profesores de ciencias, pone en evidencia que sus razonamientos probabilísticos son incipientes en cuanto se relacionan principalmente con creencias intuitivas, reportadas en otras investigaciones, como la falacia del apostador o razonamientos deterministas en los que prima la necesidad de leyes universales en lugar de leyes estadísticas. Los resultados también ponen de manifiesto que los estudiantes aplican la probabilidad frecuencial a problemas con pocos datos, generando, equivocadamente, una expectativa contraria a la de la falacia del apostador. Estas limitaciones en el razonamiento probabilístico pueden significar la necesidad de propiciar un mayor énfasis en el cultivo de este tipo de razonamiento dentro de los programas de formación de profesores de ciencias, de tal manera que ellos puedan abordar el estudio de fenómenos no deterministas con suficiente solvencia.

La forma de abordar por parte de los estudiantes, las situaciones problemáticas planteadas, evidencia que la mayoría no reconocen que el objeto de estudio en estas situaciones son poblaciones y no eventos individuales; es a partir de las poblaciones, por ejemplo, de muchos lanzamientos de la moneda, que se puede aplicar la noción de probabilidad frecuencial. También es importante señalar las falencias de los estudiantes para llevar a cabo procedimientos para estimar el espacio muestral haciendo uso de la noción de conteo, la determinación de las regularidades de las distribuciones de los resultados, la estimación de las frecuencias relativas y el cálculo de la probabilidad de un suceso. Además, se aprecia que es necesario que los estudiantes reconozcan la probabilidad de un evento como una propiedad teórica que se manifiesta en la frecuencia relativa de una secuencia larga de ensayos repetidos; también es necesario que comprendan que los enunciados probabilísticos no son ciertos o falsos sino probables y, que reconozcan que la veracidad de estos enunciados se basa en criterios probabilísticos propios de este estilo de razonamiento, distinto de la veracidad de los enunciados deterministas. Así mismo, se pone de manifiesto que el razonamiento probabilístico supone la interacción entre el pensar y el hacer, que incluye manipular datos, realizar cálculos o verificar resultados, además de hacer experimentos en la práctica o simulados.

Las falencias enunciadas constituyen una limitante para el estudio, análisis y comprensión de teorías científicas, como, por ejemplo, la mecánica cuántica o la evolución de las especies, en las cuales es primordial la construcción de argumentos de carácter probabilístico. De manera específica, tales falencias presentadas por los estudiantes en sus razonamientos pueden dificultar el análisis de experimentos científicos, como el de la doble rendija con electrones individuales, el cual supone realizar muchos lanzamientos de electrones para obtener un patrón de dispersión, que se alcanza cuando se estabilizan las frecuencias relativas de los impactos en la pantalla. Tales dificultades limitan el proceso de construcción de la noción de dualidad onda-partícula, inherente a la naturaleza de las partículas cuánticas. Otro ejemplo, que pone de manifiesto las dificultades de comprensión que se pueden generar por las falencias enunciadas, está en el estudio de la física estadística, el cual requiere comprender las nociones de combinatoria para poder apreciar el comportamiento de los gases ideales clásicos o cuánticos.

El enfoque de los seis ERC, que surge de perspectivas contemporáneas de la filosofía de las ciencias, constituye una importante guía para la formación de profesores. Por un lado, permite no solo mostrarles a los estudiantes cómo estos modos de razonar han sido exitosos, sino también experimentar y practicarlos para entender su valor y utilidad en la producción de conocimiento confiable, desarrollar algunas competencias básicas en su uso, y apreciar su significado cultural e intelectual. De otro lado, permite preparar a los futuros profesores de ciencias para llevar a cabo prácticas educativas que propicien procesos de enseñanza-aprendizaje de las ciencias que además de incrementarles el conocimiento proposicional que poseen los estudiantes, incrementen sus capacidades de actuar, a través del desarrollo de habilidades y destrezas para abordar la solución de problemas concretos que requieren del conocimiento científico.

Dada la necesidad de desarrollar el razonamiento probabilístico de los estudiantes que están en proceso de formarse como profesores de ciencias, más que incluir cursos de estadística y probabilidad se propone que estas se aborden al estudiar los fenómenos aleatorios involucrados en los contenidos científicos,

de los programas curriculares considerados en la formación de las licenciaturas en ciencias naturales; de tal manera que vinculen explícitamente las nociones de probabilidad, y los criterios de validez de las hipótesis y enunciados que emergen de las explicaciones probabilísticas a dichos fenómenos.

REFERENCIAS

- Agnelli, H. (2009). Relevancia de la enseñanza de la Probabilidad. *Ciencias Económicas*, 2(7), 11-21. <https://doi.org/10.14409/ce.v2i11.1139>
- Alvarado, H., Estrella, S., Retamal, L., & Galindo, M. (2018). Intuiciones probabilísticas en estudiantes de ingeniería: implicaciones para la enseñanza de la probabilidad. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 21(2), 131-156. <https://doi.org/10.12802/relime.18.2121>
- Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1976). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. México, México: Trillas.
- Bach, R., Pope, D., Liou, S. H., & Batelaan, H. (2013). Controlled double-slit electron diffraction. *New Journal of Physics*, 15(3), 033018. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/15/3/033018>
- Ballentine, L. E. (1998). *Quantum mechanics: a modern development*. World Scientific Publishing Company.
- Bao, L. & Redish, E. (2002). Understanding probabilistic interpretations of physical systems: A prerequisite to learning quantum physics. *American Journal of Physics*, 70(3), 210-217. <https://doi.org/10.1119/1.447541>
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada, España: Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad em la educación secundaria. *Relime*, 8(3), 247-263. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33508302>
- Batanero, C., & Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, 3(1), 3-13. Recuperado de [http://soche.cl/chjs/volumes/03/01/Batanero_Diaz\(2012\).pdf](http://soche.cl/chjs/volumes/03/01/Batanero_Diaz(2012).pdf)
- Batanero, C., Godino, J. D., & Navarro-Pelayo, V. (1996). *Razonamiento Combinatorio*. Madrid, España: Editorial Síntesis.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of statistics Education*, 12(1). <https://doi.org/10.1080/10691898.2004.11910715>
- Bohm, D. (1989). *Quantum theory*. New York, United States of America: Dover Publications.
- Calude, C. S., & Longo, G. (2016). Classical, quantum and biological randomness as relative unpredictability. *Natural Computing*, 15(2), 263-278. <https://doi.org/10.1007/s11047-015-9533-2>
- Carletta, J. (1996). Assessing agreement on classification tasks: The kappa statistic. *Computational Linguistics*, 22(2), 249–254. Recuperado de <https://aclanthology.org/J96-2004.pdf>
- Carnap, R. (1969). *Fundamentación lógica de la física*. Buenos Aires, Argentina: Sudamericana
- Castiblanco, A., Urquina, H., Bonilla, M., & Romero, J. (2004). *Pensamiento Estadístico y Tecnologías Computacionales. Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia*. Bogotá, D. C., Colombia: Ministerio de Educación Nacional Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media. Recuperado de <https://redaprende.colombiaprende.edu.co/metadatos/recurso/pensamiento-estadistico-y-tecnologias-computacional/>

- Castro, J. A. (2011). Estilos de razonamiento científico y enseñanza de la Biología: posibles conexiones y propuestas didácticas. *Revista de Educación en Biología*, 14(2), 5-12. Recuperado de <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaadbia/article/view/22328>
- Cohen, J. (1960). A coefficient of agreement for nominal scales. *Educational and psychological measurement*, 20(1), 37-46. <https://doi.org/10.1177/001316446002000104>
- Davisson, C., & Germer, L. H. (1927). Diffraction of electrons by a crystal of nickel. *Physical Review*, 30(6), 705. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.30.705>
- Deane, T., Nomme, K., Jeffery, E., Pollock, C., & Birol, G. (2016). Development of the statistical reasoning in biology concept inventory (SRBCI). *CBE—Life Sciences Education*, 15(1), ar5. <https://doi.org/10.1187/cbe.15-060131>
- Donati, O., Missiroli, G. P., & Pozzi, G. (1973). An experiment on electron interference. *American Journal of Physics*, 41(5), 639-644. <https://doi.org/10.1119/1.1987321>
- Dunn, P., Carey, M., Richardson, A. & McDonald, C. (2016). Learning the language of statistics: challenges and teaching approaches. *Statistics Education Research Journal*, 15(1), 8-27. <https://doi.org/10.52041/serj.v15i1.255>
- Esteban, J. M. & Martínez, S. (2008). *Normas y prácticas en la ciencia*. México, México: Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado de <https://www.filosoficas.unam.mx/~sfmar/publicaciones/ESTEBAN-MARTINEZ%202008%20Normas%20y%20Practicas%20en%20la%20Ciencia.pdf>
- Fiedler, D., Sbeglia, G. C., Nehm, R. H., & Harms, U. (2019). How strongly does statistical reasoning influence knowledge and acceptance of evolution? *Journal of Research in Science Teaching*, 56(9), 1183-1206. <https://doi.org/10.1002/tea.21547>
- Fischer, F., Chinn, C. A., Engelmann, K., & Osborne, J. (Eds.). (2018). *Scientific reasoning and argumentation: The roles of domain-specific and domain-general knowledge*. New York: Routledge.
- Fonseca & Martínez, S. (2017). *Heurísticas y el debate sobre la estructura normativa del Razonamiento*. (Documento inédito). Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/328052125_HEURISTICAS_Y_EL_DEBATE SOBRE LA ESTRUCTURA NORMATIVA DEL RAZONAMIENTO
- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25. <https://doi.org/10.2307/1403713>
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2004). Research on statistical literacy, reasoning, and thinking: Issues, challenges, and implications. In D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.) *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 397-409). Springer, Dordrecht. Recuperado de https://link.springer.com/chapter/10.1007/1-4020-2278-6_17
- Garzón, I., De Cock, M., Zuza, K., Van Kampen, P., & Guisasola, J. (2014). Probing university students' understanding of electromotive force in electricity. *American Journal of Physics*, 82(1), 72-79. <http://dx.doi.org/10.1119/1.4833637>
- Gigerenzer, G., Gaissmaier, W., Kurz-Milcke, E., Schwartz, L. M., & Woloshin, S. (2007). Helping doctors and patients make sense of health statistics. *Psychological science in the public interest*, 8(2), 53-96. <https://doi.org/10.1111/j.1539-6053.2008.00033.x>
- Greer, B., & Mukhopadhyay, S. (2005). Teaching and learning the Mathematization of uncertainty: Historical, cultural, social and political Contexts. In Jones G. (ed). *Exploring probability in school*. New York: Springer. Recuperado de https://link.springer.com/chapter/10.1007/0-387-24530-8_13

- Guisasola, J., Zubimendi, J., Almundí, J., & Ceberio, M. (2008). Dificultades persistentes en el aprendizaje de la electricidad: estrategias de razonamiento de los estudiantes al explicar fenómenos de carga eléctrica. *Enseñanza de las Ciencias*, 26(2), 177–192. Recuperado de <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/118093/297681>
- Hacking, I. (1982). Language, truth and reason. En M. Hollis y S. Lukes (Eds.) *Rationaly and relativism*. MIT Pres p. 48-66.
- Hacking, I. (2006)[1990]. *La domesticación del azar. La erosión del determinismo y el nacimiento de las ciencias del caos*. Sevilla, España: Gedisa Editorial.
- Hacking, I. (2010). *The Second Group of Styles. Probable Reasoning and its novelties*. Texto de la lectura dada en el Instituto de Investigaciones Filosóficas, UNAM, 26 de abril de 2010.
- Hacking, I. (2012). "Language, Truth and Reason" 30 years later. *Studies in History and Philosophy of Science*, 43, 2012, (pp. 599-609). <https://doi.org/10.1016/j.shpsa.2012.07.002>
- Hacking, I. (2015). Probable Reasoning and its Novelties. En Arabatziz, T., Renn, J y Simoes, A. (Eds.) *Relocating the History of Science* (pp. 177 - 192). <https://doi.org/10.1007/978-3-319-14553-2>
- Jönsson, C. (1974). Electron diffraction at multiple slits. *American Journal of Physics*, 42(1), 4-11. <https://doi.org/10.1119/1.1987592>
- Kaplan, J., Fischer, D., & Rogness, N. (2009). Lexical ambiguity in statistics: What do students know about the words association, average, confidence, random and spread? *Journal of Statistics Education*, 17(3). <https://doi.org/10.1080/10691898.2009.11889535>
- Kaplan, J. & Rogness, N. (2018). Increasing statistical literacy by exploiting lexical ambiguity of technical terms. *Numeracy*, 11(1) Article 3. <https://doi.org/10.5038/1936-4660.11.1.3>
- Kind, P., & Osborne, J. (2017). Styles of scientific of reasoning: a cultural rationale for science education. *Science Education*, 101(1), 8-31. <https://doi.org/10.1002/sce.21251>
- Marshman, E., & Singh, C. (2017). Investigating and improving student understanding of the probability distributions for measuring physical observables in quantum mechanics. *European Journal of Physics*, 38(2), 025705. <https://doi.org/10.1088/1361-6404/aa57d1>
- Martínez, S. (1997). *De los efectos a las causas: Sobre la historia de los patrones de explicación científica*. México, México: Paidós.
- Martínez S. & Huang, X. (2011). Introducción. Hacia una filosofía de la ciencia centrada en prácticas. En S. Martínez, X. Huang y G. Guillaumin (Eds.) *Historia, prácticas y estilos en la filosofía de la ciencia. Hacia una epistemología plural*. México, México: Universidad Autónoma Metropolitana.
- Martínez, S. & Huang, X. (2015). *Hacia una filosofía de la ciencia centrada en prácticas*. México, México: Bonilla Artigas Editores.
- Marton, F. (1981). Phenomenography – Describing conceptions of the world around us. *Instructional Science*, 10, 177-200. <https://doi.org/10.1007/BF00132516>
- Marton, F & Pong, W. (2005). On the unit of description in phenomenography. *Higher Education Research & Development*, 24(4), 335-348. <https://doi.org/10.1080/07294360500284706>
- Matthews, M. R. (2017). La enseñanza de la ciencia: un enfoque desde la historia y la filosofía de la ciencia. México, México: Fondo de Cultura Económica.
- Merli, P. G., Missiroli, G. F., & Pozzi, G. (1976). On the statistical aspect of electron interference phenomena. *American Journal of Physics*, 44(3), 306-307. <https://doi.org/10.1119/1.10184>

- MEN - Ministerio de Educación Nacional .(1998). *Lineamientos Curriculares. Matemáticas*. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf
- MEN - Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Recuperado de: http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- MEN - Ministerio de Educación Nacional. (2015a). *Derechos básicos de aprendizaje*. V. 1. Bogotá: MEN. Recuperado de https://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/2022-06/DBA_C.Naturales-min.pdf
- MEN - Ministerio de Educación Nacional. (2015b). *Derechos básicos de aprendizaje*. V. 2. Bogotá: MEN. Recuperado de https://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/2022-06/DBA_Matematicas-min.pdf
- Moreno, A., Cardeñoso, J. M., & González-García, F. (2014). El pensamiento probabilístico de los profesores de biología en formación. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 28, 1418-1442. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291232906021.pdf>
- Osborne, J., Rafanelli, S. & Kind, P. (2018). Toward a more coherent model for science education than the crosscutting concepts of the next generation science standards: The affordances of styles of reasoning. *Journal of Research in Science Teaching*, 55(7), 962-981. <https://doi.org/10.1002/tea.21460>
- Pfannkuch, M. & M. Brown Constance (1996). Building on and Challenging Students' Intuitions About Probability: Can We Improve Undergraduate Learning?, *Journal of Statistics Education*, 4(1). <https://doi.org/10.1080/10691898.1996.11910502>
- Sauvé, L. (2010). Educación científica y educación ambiental: un cruce fecundo. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 5-18. Recuperado de <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/189092/353371>
- Tonomura, A., Endo, J., Matsuda, T., Kawasaki, T., & Ezawa, H. (1989). Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. *American Journal of Physics*, 57(2), 117-120. <https://doi.org/10.1119/1.16104>
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1993). Probabilistic reasoning. *Readings in philosophy and cognitive science*, 43-68. Recuperado de http://csinvesting.org/wp-content/uploads/2012/07/amos_tversky_and_daniel_kahneman_-_probabilistic_reasoning2.pdf
- Walsh, L. (2009). *A Phenomenographic Study of Introductory Physics Students: approaches to Problem Solving and Conceptualization of Knowledge*. (Tesis de Doctorado). Dublin Institute of Technology. <https://doi.org/10.21427/D73598>
- Zapata L. (2011). ¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística? *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 1(33), 234-247. Recuperado de <https://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/9>

Recebido em: 23.06.2022

Aceito em: 20.11.2022