

**LAS REPRESENTACIONES MENTALES Y LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA: UN ESTUDIO EXPLORATORIO**  
(Mental representations and problem solving: an exploratory study.)

**Maria Rita Otero** [rotero@exa.unicen.edu.ar]

**C. Papini**

**I. Elichiribehety**

Universidad Nacional del Centro. Facultad de Ciencias Exactas.

Departamento de Formación Docente. Pinto 399. (7000) Tandil. Buenos Aires. Argentina.

Tel-Fax: 54-293-44431

**Resumen**

Se analizan desde la perspectiva de la teoría de los Modelos Mentales, las estrategias de resolución de un problema empleadas por sujetos que concurren a la escuela media, de 15-19 años de edad, participantes de Olimpiada Matemática de 16-17 años de edad y estudiantes avanzados del profesorado en Matemática y Física. Si bien el problema puede resolverse a partir del planteo de una ecuación de primer grado con una incógnita, esta no es la estrategia mayoritariamente puesta en juego por los sujetos con quienes se efectúa la exploración, al menos en primera instancia. Los datos muestran que existen sujetos que poseen un modelo mental y lo ejecutan en la resolución del problema y mientras otros recurren al planteo meramente algebraico, de carácter más proposicional. La categoría de Modelo Mental, se analiza desde la perspectiva de Johnson-Laird por lo tanto, se efectúa una referencia al marco teórico empleado para el análisis.

**Palabras-clave:** modelos mentales, resolución de problemas, Física y Matemática.

**Abstract**

Problem solving strategies used by high school students, ages 15-19, participants of the mathematics olympics, ages 16-17, and physics and mathematics majors, are analysed from the perspective of the theory of mental models. Although the problem considered in such analysis could be solved using a first degree equation with one unknown quantity, it was not this strategy that was used by most subjects of the study, at least in a first approximation. Data suggest that some subjects have a mental model of the situation and run that model in order to solve the problem whereas others seem to use merely algebraic procedures. The mental model category is approached from Johnson-Laird's perspective.

**Key-words:** mental models, problem solving, physics and mathematics.

**El concepto de modelo mental y la resolución de problemas**

Los teóricos cognitivistas trabajan con dos tipos de representaciones simbólicas: analógica y proposicional. Las representaciones proposicionales son consideradas como entidades explícitas, discretas y abstractas que representan el contenido ideacional de la mente en una forma que no es específica de ningún lenguaje. Según los teóricos proposicionalistas este tipo de representación mental constituye un código universal básico a través del cual todas las actividades cognitivas se realizan. Los investigadores que trabajan con representaciones proposicionales utilizan la lógica de predicados para construir una notación conveniente de este tipo de representación mental. En este enfoque los contenidos de la mente se consideran como entidades relacionadas entre sí a través de relaciones conceptuales. En el cálculo de predicados las relaciones son representadas como predicados y las entidades como argumentos de estos predicados. Por definición predicado será cualquier relación que requiere de un argumento. Por ejemplo la relación básica "el libro está sobre la mesa" se representa como SOBRE (MESA, LIBRO). Estas representaciones son útiles en el

estudio de la organización del conocimiento y se utilizan en el lenguaje computacional para la implementación de la inteligencia artificial.

Las imágenes mentales constituyen un concepto muy arraigado en la tradición mentalista de la cultura occidental y se han empleado con fines prácticos en reiteradas ocasiones. En primer lugar se las ha utilizado como ayuda mnemónica desde la antigüedad por ejemplo para la memorización de discursos por oradores (Paivio, 1971; Yates, 1966). Las imágenes no son solo un tipo de código destinado a favorecer el recuerdo, sino que parecen desempeñar un papel central en el pensamiento creativo, por ejemplo las imágenes permitieron a Galileo y Einstein, realizar “experimentos mentales” que les proporcionaron los fundamentos conceptuales para sus teorías físicas (Holton, 1972; Shepard, 1978). Por ejemplo la elaboración matemática de la teoría de la relatividad de Einstein fue posterior al proceso de comprensión visual, él mismo asegura: “mi capacidad, mi destreza particular, reside en visualizar los efectos, consecuencias y posibilidades.” (Holton, 1972, pág. 110).

Para Johnson-Laird el punto central de la comprensión radica en la existencia de un modelo de trabajo en la mente de quien comprende. *“Entonces es posible argumentar que los modelos mentales desempeñan un papel central y unificador en la representación de objetos, estados de hechos, secuencias de eventos, de la manera en que el mundo es y en las acciones sociales y psicológicas de la vida diaria. Permiten a los individuos hacer inferencias, entender fenómenos, decidir las actitudes a ser tomadas, controlar su ejecución y principalmente experimentar eventos”* (Johnson-Laird, 1983: 397).

Resulta particularmente interesante que en la base de nuestras inferencias exista más que la lógica formal, por ejemplo según Johnson Laird aún el razonamiento deductivo está guiado por el uso de modelos mentales conceptuales, modelos que define como más abstractos y menos analógicos que los que se refieren al mundo físico de manera más directa. Esta posición, es analizada por Franco, Colinvaux et. al. (1997), quienes argumentan que las Imágenes desempeñan un papel decisivo en la construcción de competencias relacionadas con la seriación, que el análisis piagetiano asociaba a competencias de tipo lógico. Johnson Laird, aborda el problema del razonamiento humano y el modo en que las personas realizan inferencias válidas, para él es posible efectuar tales inferencias sin recurrir a las reglas formales basadas en el cálculo proposicional *“... un sistema de inferencias puede tener un desempeño enteramente lógico, aún sin emplear reglas de inferencia, esquemas de inferencia o cualquier otra especie de herramienta correspondiente al cálculo lógico...”* (Johnson Laird, 1983, Pág. 131).

Un modelo mental se definiría operacionalmente como una representación de un cuerpo de conocimientos que cumple las condiciones siguientes:

- 1- Su estructura corresponde a la estructura de la situación que representa. (Es isomórfico a la situación real o imaginaria que representa).
- 2- Puede estar constituido por elementos que corresponden únicamente a entidades perceptibles, en el caso en que pueden ser concebidos como una imagen perceptible o imaginaria, o en cambio pueden contener elementos correspondientes a entidades abstractas (por ejemplo relaciones de posición, derecha-izquierda) cuyos significados dependen fundamentalmente de los procedimientos de manipulación de los modelos.
- 3- No contienen variables, a diferencia de otras formas de representación porque se refieren a entidades específicas.

Si bien el término Modelo Mental es polisémico, Eysenk M. and Keane, M. (1991, pág 406) señalan además que los modelos:

- Son incompletos, inestables y en parte “ad hoc”.
- Estos modelos pueden ejecutarse en el sentido de que pueden simular el comportamiento de un sistema físico y pueden ser acompañados por imágenes visuales.
- Son acientíficos, la gente mantiene patrones de comportamiento supersticioso aún sabiendo que son innecesarios desde el punto de vista lógico. Si bien se puede tener un modelo mental que represente internamente un modelo científico, de hecho un científico debería tenerlo, **no necesariamente** es así para el común de las personas, los modelos son analógicos y no son contruídos en base a procesos lógicos, esto no impide que los razonamientos deductivos hechos en base a modelos mentales tengan un desempeño enteramente lógico.

Por lo tanto, todo nuestro conocimiento del mundo dependería de nuestra capacidad de construir modelos mentales. Las restricciones para la construcción de esos modelos derivan de cómo concebimos la estructura del mundo, de las relaciones conceptuales que gobiernan la ontología de lo real y de la necesidad de mantener el sistema libre de contradicciones. Además de representar el mundo, los modelos tienen que representar situaciones verdaderas (se refiere a no ambiguas), ya sean estas reales o imaginarias (Johnson-Laird, 1983: 430). Por ejemplo si de un conjunto de afirmaciones referidas a la posición de diversos objetos se puede concluir simultáneamente que un objeto está a la derecha de otro y también a la izquierda, no se construirá un modelo mental de la distribución espacial de los objetos. También establece una distinción entre lo que él llama modelos físicos, que representan aspectos y relaciones del mundo físico, y los modelos conceptuales, que representarían aspectos más abstractos, que pueden ser usados para el razonamiento silogístico.

Para Johnson-Laird, una representación mental proposicional es una representación que puede ser expresada verbalmente, entender una proposición es saber como sería el mundo si esta fuese verdadera. Las representaciones mentales proposicionales se interpretan y evalúan a través de los modelos mentales. Esto quiere decir que una proposición será evaluada como verdadera si encaja en los modelos del mundo, reales o imaginarios disponibles. Los modelos, las imágenes, las representaciones proposicionales son representaciones mentales funcional y estructuralmente distinguibles entre sí. De manera semejante a las imágenes los modelos incluyen varios grados de estructura analógica, pudiendo ser completamente analógicos o parcialmente analógicos y parcialmente proposicionales. Las imágenes son visualizaciones del modelo, por ejemplo a un modelo mental de un rectángulo cualquiera puede estar asociada la imagen de un rectángulo de determinadas dimensiones, de determinada área, pintado de un cierto color, etc.

Al parecer las personas construyen modelos mentales de lo que escuchan y de lo que hablan porque el contenido explícito del discurso se basa en un esquema de un estado dado de hechos, en el cual el lector completa las relaciones entre los datos que faltan, este proceso de establecer inferencias es tan rápido y automático que no lo percibimos. El principio básico de la interpretación del discurso se basaría según esta teoría en el hecho de que las personas construyen modelos mentales basados en lo que conocen sobre los significados de las palabras y en lo que saben que no saben. Si el discurso lleva a una situación indeterminada, esto es si no es posible construir un modelo no ambiguo de la situación descrita por él, las personas tenderán a recordar su forma proposicional sin hacer representaciones.

Si las personas comprenden los significados de los enunciados y los evalúan de acuerdo con sus modelos mentales es difícil imaginar que cuando razonen dejen de lado esta comprensión y sólo

trabajen con reglas formales semánticamente ciegas. La hipótesis presentada por la teoría de los modelos mentales para el razonamiento es que construimos un modelo basado en el significado de las premisas y en los conocimientos de tipo general que estén involucrados en su interpretación. Por lo tanto suponemos que en la resolución de un problema que viene expresado en lenguaje coloquial, tales como los que se presentan a los alumnos en Matemática o Física, tiene lugar una interpretación del discurso que supone un Modelo Mental, es necesario investigar hasta qué punto este modelo se emplea en la resolución o si directamente se traduce el discurso al lenguaje algebraico y se explota la potencia del mismo en la resolución.

En esta exploración encontramos que en la resolución de un problema cuyo correlato físico no es inmediato, y que admitiría una solución algebraica estrictamente proposicional, los alumnos no expertos, prefieren emplear estrategias que interpretamos como Modelo Mental, más laboriosas desde el punto de vista mecánico del cálculo, pero evitando formas de representación más abstractas y proposicionales. Resulta sorprendente que estos alumnos resuelvan correctamente el problema y que construyan relaciones altamente significativas, que parecen permanecer ocultas para quienes plantean la estrategia algebraica. La selección del problema fue realizada teniendo en cuenta que su resolución algebraica fuera casi necesaria, frente a otro tipo de estrategia más aritmética y más concreta, y mucho más laboriosa que resultó la más empleada. La razón por la que tomamos estos tres grupos se basa en que intentamos considerar un “gradiente de habilidad algebraica”, pensando que las estrategias de resolución debían modificarse en el sentido positivo del gradiente.

Por otra parte dentro del marco de la investigación del pasaje de la aritmética al álgebra, hemos encontrado que en problemas aún más concretos referidos al cálculo de longitudes de varillas, y también resolubles mediante ecuaciones de primer grado con una incógnita, los alumnos, emplean estrategias similares a las que describimos e intentan sistemáticamente sortear el camino algebraico. (Elichiribehety y Papini, 1995). Sus acciones parecen estar regidas por algún tipo de modelo ya que en una gran cantidad de resoluciones se ejecutan las mismas operaciones y en el mismo orden.

Consideramos que la exploración de la forma en que los alumnos plantean, y resuelven problemas que suponen algún tipo de matematización es de especial interés tanto para la enseñanza de la Matemática como para la utilización de la herramienta algebraica en el resto de las ciencias.

### **Preguntas de la investigación**

1) ¿Cuáles son las estrategias empleadas en la resolución de un problema algebraico cuya interpretación supondría la ejecución de un Modelo Mental, pero que puede resolverse eficientemente con el planteo de una ecuación que resulta de una tarea de traducción del lenguaje coloquial al algebraico?.

2) ¿ Cuáles son las características de dicho modelo, si es que es puesto en juego en la resolución del problema? .

### **Metodología y descripción de datos**

Se presenta el siguiente problema:

Un hombre distribuyó una suma de dinero entre sus hijos de la siguiente manera: al mayor le dio 1000 pesos más  $\frac{1}{10}$  de lo que le restaba, luego le dio 2000 al segundo más  $\frac{1}{10}$  del restante, al tercero le dio 3000 más  $\frac{1}{10}$  de lo que en ese momento quedaba y así siguiendo hasta llegar al último hijo. Hecho esto cada hijo recibió la misma cantidad de dinero. ¿Cuántos hijos tiene el hombre y cuánto dinero repartió?

Se recoge información escrita en tres grupos de sujetos:

G1: Adolescentes de 16 a 17 años de edad que se presentan a una instancia local de la Olimpiada Matemática Argentina, N1=10.

G2: Adolescentes de 16-17 años que asisten una escuela pública de la ciudad de Tandil, N2=10. La toma de datos se efectúa durante las horas de Matemática, en un módulo de 80 minutos.

G3: Alumnos del profesorado en Matemática y Física de la ciudad de Tandil, que cursan tercero y cuarto año, N3=6. Estos alumnos tienen buen dominio del álgebra, debido a su formación que excede ampliamente los requisitos de resolución del problema. Los datos se recogen durante una clase de Didáctica de la Matemática los alumnos trabajan el problema durante 120 minutos.

Establecemos las siguientes hipótesis de trabajo:

1) Es posible llegar a la solución correcta mediante una tarea de traducción del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico, que permita plantear la ecuación y resolverla sin que esto implique con carácter de necesidad lógica, comprensión de las relaciones de la situación planteada.

2) La comprensión profunda de las relaciones en juego supone la existencia de un modelo mental, se trataría de un modelo conceptual y parcialmente analógico de la situación planteada, esta comprensión puede conseguirse con total independencia del uso del recurso algebraico.

3) Los sujetos del G3 recurrirán mayoritariamente al formalismo matemático y resolverán el problema, porque se trata de estudiantes universitarios del último año del profesorado que sin un alto grado de competencia algebraica no podrían estar finalizando su carrera, y porque en la Educación Matemática en todos los niveles existe una tradición formalista, que minimiza otro tipo de representaciones.

4) Lo que los alumnos hacen, escriben y dicen proporciona evidencia indirecta de sus representaciones mentales.

### **Definición de categorías de análisis**

Nuestros datos permiten establecer dos categorías básicas que se presentan en los tres grupos de sujetos:

**1) MM** : Modelo mental. En esta categoría incluimos a quienes:

- comprenden las relaciones del problema.
- pueden explicitarlas, por medio de tablas, diagramas o en lenguaje coloquial o matemático.
- trabajan aritméticamente, justificando el procedimiento que emplean.

Estos sujetos tienen claro que hay una cantidad total que permanece constante, que además hay un componente recursivo sugerido por la idea secuencial del reparto, ya que se van entregando \$ 1000 más a cada uno, por un lado y al mismo tiempo existe otra cantidad calculada sobre lo que queda, que tiene que disminuir en igual valor, finalmente por ensayo y error siguiendo estas reglas se encuentra la solución. Debe quedar claro que las reglas suponen comprensión y proporcionan la validación de los resultados, además no se trata de reglas semánticamente ciegas, se evalúan y formulan a partir del modelo. (Ver anexo, resolución de Rogelio y de Gabriela ).

Indicadores para la categoría:

**RP:** Se explicitan las relaciones del problema, que no son evidentes en la traducción algebraica, en lenguaje coloquial o simbólico.

**AR:** Se plantean los aspectos recursivos que subyacen al problema, construyendo una escala ascendente o descendente.

**EEO:** Se trabaja aritméticamente cuantificando las variables por ensayo y error, pero orientando la acción sobre la base de las relaciones establecidas.

**2) REA:** Representación exclusivamente algebraica. Esta representación es de carácter más proposicional, en este grupo se incluye a quienes:

- emplean una estrategia puramente algebraica, plantean la ecuación correcta o incorrectamente.
- no utilizan ningún cálculo aritmético.
- plantean exclusivamente las relaciones que surgen de la propia traducción.

Estos sujetos resuelven o intentan resolver a partir de la herramienta del álgebra, su estrategia es formal, se puede resolver correctamente si la traducción se efectuó adecuadamente y si se sabe operar algebraicamente. Además las estrategias no aparecen en ningún caso combinadas, ni siquiera en el grupo de expertos, al que se le pedía una resolución por dos caminos distintos..

Indicadores para la categoría:

**TA:** Se trabaja exclusivamente con traducción algebraica. Se plantea la ecuación

**NC:** No se efectúan cálculos previos al planteo.

**RT:** Las únicas relaciones planteadas son las que se expresan en la propia traducción

### **Análisis y presentación de datos**

**GRUPO 1:** La tabla número I está mostrando los resultados del análisis correspondiente al grupo de sujetos que se presentaron a una instancia intercolegial de la Olimpiada Matemática Argentina en el nivel tres (16-17 años), realizada en la ciudad de Tandil. Según se observa en la tabla, el problema fue correctamente resuelto en cuatro casos de los cuales dos corresponden a Modelo Mental y dos a representación exclusivamente algebraica. Denominamos así a los casos en que están presentes los tres códigos que definen una u otra categoría.

Entre las estrategias empleadas por este grupo la siguiente ejemplifica la correspondiente a un modelo mental conceptual con respecto a este problema:

*“ Si la diferencia de lo que le da a su respectivo hijo es de 1000, la diferencia entre la 1/10 parte de lo que resta también será mil, o sea Juan recibe 1000 y Daniel 2000 pero Juan además recibe 1000 mas que Daniel por lo que le corresponde de 1/10 del resto.*

*Para que el reparto sea justo, debo tener en cuenta que cuando se [] 1/10 del resto ese resto debería tener por los menos las últimas 4 cifras cero.*

*Tengo que probar con números terminados en 1000 porque al primero le doy 1000 entonces en el resto me quedan las últimas cuatro cifras con cero.*

*Probé con 31000 y me da una diferencia de 500.*

*Probé con 41000 y me da una diferencia de 400.*

*Por lo tanto con 51000 la diferencia será 300, 61000 será 200, con 71000 será 100, por lo tanto la cantidad de dinero a repartir es 81000.*

*Al pagarle al primero 1000 más 1/10 del resto, le paga en total 9000. Así que si tiene 81000 y a cada hijo le corresponde 9000, tiene 9 hijos.”*

Como se observa este sujeto no utilizó ninguna ecuación, pero su descripción revela una comprensión profunda de las relaciones del problema. Trabaja por ensayo y error pero su búsqueda está guiada por las relaciones que ha establecido. Su descripción es particular, como lo evidencian sus referencias a personas concretas, sin embargo a partir de las diferencias que obtiene probando y en plena conciencia de que todos los hijos reciben lo mismo, encuentra regularidades y generaliza la solución final. Desconocemos si la ausencia de la herramienta algebraica se debe a que no sabe utilizarla, pero su manera de resolver el problema es absolutamente distinta de aquellas que empiezan planteando la ecuación a partir de la traducción término a término del texto del problema.

GRUPO 1 N=10	MM			REA		
	RP	AR	EEO	TA	NC	RT
1*	0	0	0	1	1	1
2**	1	1	1	0	0	0
3*	0	0	0	1	1	1
4	0	1	0	1	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	0	1	1	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9**	1	1	1	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0
TOTAL(%)	20	40	30	30	20	20

Tabla I<sup>1</sup>: Detalle de indicadores para las dos categorías en todos los sujetos del grupo 1

**GRUPO 2:** En este grupo, es donde aparece la mayor proporción de la categoría modelo mental, probablemente se deba a que el álgebra no es el recurso que los sujetos tienen más disponible de modo eficiente, como parte de su educación matemática en la escuela media, y por lo tanto deben buscar otras estrategias para resolver el problema, a pesar de que se insiste especialmente en la resolución de ecuaciones con mecanismos algebraicos desde el inicio del tercer ciclo de la Educación General Básica. En el anexo presentamos un esquema de los modelos puestos en juego por este grupo de alumnos, la diferencia radica en cuál es la incógnita buscada: la cantidad

<sup>1</sup> (\*) Indica resolución correcta en REA. (\*\*) Indica resolución correcta MM.

total a repartir o el dinero que le toca a cada uno. (Ver las resoluciones de Rogelio y de Gabriela en el Anexo).

GRUPO 2 N=10	MM						REA	
	RP	AR	EEO	TA	NC	RT		
1**	1	1	1	0	0	0		
2**	1	1	1	0	0	0		
3**	1	1	1	0	0	0		
4**	1	1	1	0	0	0		
5	0	1	1	0	0	0		
6	0	1	1	0	0	0		
7	1	0	0	0	0	0		
8	0	1	1	0	0	0		
9	0	1	1	0	0	0		
10	1	1	0	1	0	0		
%	60	90	80	10	0	0		

Tabla II<sup>2</sup>: Detalle de indicadores para las dos categorías en todos los sujetos del grupo 2

La representación algebraica pura (REA) no aparece en ningún caso y el modelo mental puro (MM) se da en cuatro casos, mientras que en una forma más débil aparece en cinco casos. Tomando ambos el modelo mental se da en 9 casos aunque sea de modo incipiente. En 9 casos se plantea algún tipo de estrategia recursiva para resolver el problema y en 8 casos se trabaja aritméticamente por ensayo y error con la estrategia supuesta. Independientemente de que lleguen al resultado correcto, los alumnos efectúan una búsqueda orientada, sin la existencia de algún modelo esta búsqueda sería imposible.

**GRUPO 3:** Este grupo es el que corresponde a los estudiantes de profesorado de tercer y cuarto año. Como puede verse al tener el instrumento algebraico disponible, los sujetos recurren al álgebra y sólo a ella en sus intentos de resolución. Resulta llamativo que esto sea así, porque entre las consignas de la actividad se solicitaba explícitamente que se propusieran estrategias alternativas. Sin embargo los estudiantes del profesorado no concibieron en las dos horas de trabajo otra estrategia que no fuera el planteo de la ecuación a partir de la traducción del lenguaje coloquial al lenguaje simbólico.

GRUPO 3 N=6	MM						REA	
	RP	AR	EEO	TA	NC	RT		
1	0	0	0	1	1	1		
2*	0	0	0	1	1	1		
3	0	0	0	1	1	1		
4	0	0	0	1	1	1		
5*	0	0	0	1	1	1		
6	0	0	0	1	1	1		
TOTAL(%)	0	0	0	100	100	100		

Tabla III<sup>3</sup>: Detalle de indicadores para las dos categorías en todos los sujetos del grupo 3

<sup>2</sup> Véase nota 1.



El estilo de resolución que asumen los sujetos de este grupo, a quienes podríamos llamar **expertos**, se caracteriza porque no se efectúan cálculos previos, frente al enunciado el sujeto desarrolla la traducción del lenguaje coloquial en el que está planteado el problema al lenguaje del álgebra. Es notable que se planteen las situaciones del primer y segundo hijo, en el orden en que aparecen en el texto e inmediatamente se formula la ecuación. Si bien esta estrategia permite resolver correcta y acabadamente el problema, es claro por las conclusiones formuladas por los sujetos, que no se están contemplando otras relaciones del problema, aparte de las que surgen de la mera traducción. La pregunta que nos hacemos es sí: ¿esta estrategia algebraica, que es instrumentalmente muy poderosa, es al mismo tiempo la que activa la comprensión de las relaciones en juego, o las enmascara?.

### Conclusiones y nuevas preguntas

En la tabla cuatro se presentan las categorías Modelo mental y Representación Algebraica, según su aparición porcentual en cada uno de los grupos. Como puede verse, la categoría Modelo Mental, se presenta en el 90% de los casos en el grupo de alumnos de escuela media, y en ningún caso en el grupo de profesores, mientras que en el grupo de participantes de la Olimpiada la aparición es del 20% para MM, y de 20% para REA, todos estos porcentajes se han calculado sobre el total de las observaciones correspondientes a cada grupo. Hemos efectuado los cálculos de este modo porque estamos relevando la estrategia utilizada por el sujeto al resolver el problema, aunque no llegue al resultado correcto. Es importante señalar que ninguna de las dos estrategias garantiza el resultado por sí misma.

Al proponer estas dos categorías de análisis MM y REA no estamos afirmando que quienes realizan un procedimiento algebraico no poseen un modelo mental. Sino que este tipo de resolución no nos permite inferir, todavía, si se pone en juego o no un modelo, mientras que en el otro caso el modelo aparece con gran claridad.

	MM	REA
GRUPO I ( participantes de Olimpiada)	20 %	20%
GRUPO II (alumnos)	90%	0%
GRUPO III (alumnos de profesorado en Matemática)	0	100%

Tabla IV: Porcentajes que las categorías alcanzan en cada grupo

El aspecto que queremos resaltar se refiere a **la comprensión**, y los resultados nos inducen a pensar que **quien resuelve a partir de un modelo mental correcto (que represente completamente la totalidad de las relaciones necesarias para encontrar la solución), tiene mejor comprensión de las relaciones de problema**. Es decir **el modelo mental es decisivo en el proceso de la construcción de significados**. Esto en modo alguno significa que estamos considerando a la solución algebraica como de un estatus inferior, lo que queremos decir es que se podría resolver algebraicamente sin comprender en forma acabada, porque la neutralidad del lenguaje matemático y la potencia del mismo hace que perdamos significados en el proceso de traducción y que estos queden implícitos en el algoritmo, sin salir a la luz. Esta última afirmación no surge de los datos, es una nueva hipótesis que como tal requiere ser investigada.

<sup>3</sup> Véase nota 1.

En relación a la posible pérdida de significados, resulta claro que adquiere distinta relevancia según quién resuelve el problema. Cuando quien lo hace es un matemático, o un estudiante avanzado, siempre podrá resignificar los resultados si lo desea, pero si se trata de un alumno que está apropiándose del saber matemático, el modelo mental parecería indispensable. También es decisivo en el caso de los futuros profesores cuya función permanente es recontextualizar el saber científico, naturalmente descontextualizado.

A partir de profundizar en la investigación, tenemos que saber cuáles son las maneras en que se generan modelos mentales, cómo se los activa en una situación determinada, qué indicadores aparte de los observados en las producciones escritas de los alumnos podemos relevar. Próximamente nos proponemos reunir evidencia acerca del siguiente hecho: quien resuelve algebraicamente, dispone de una herramienta de altísima eficiencia y paralelamente, pierde significados que requieren de la construcción de un modelo mental. Las relaciones entre estos dos procesos el de significación y el de máxima abstracción es un aspecto que también nos proponemos explorar.

### **Bibliografía**

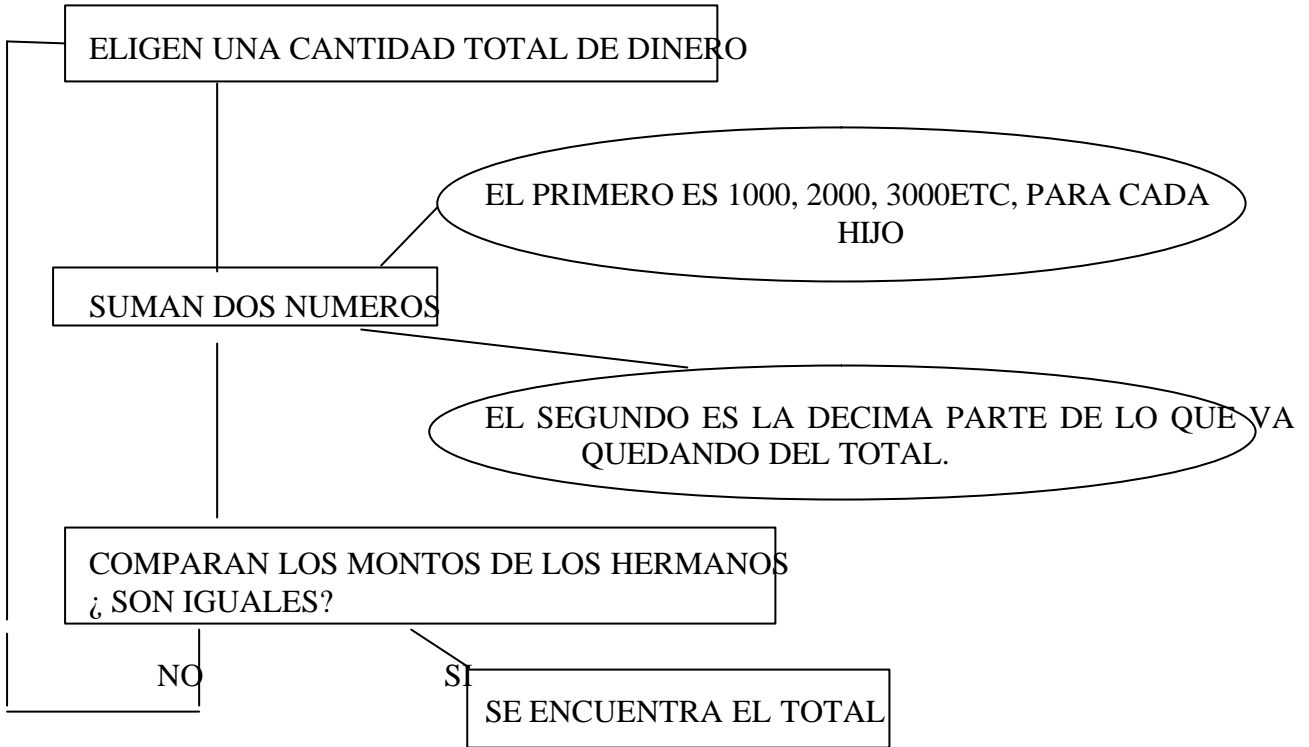
- COOPER, L. A. y SHEPARD, R. N. (1973). Chronometric studies of the rotation of mental images. En de Vega, M. (1984). *Introducción a la Psicología Cognitiva*. Alianza Editorial. Madrid.
- ELICHIRIBEHETY, I.; PAPINI, C. (1995). *Los Procedimientos Algebraicos en la Resolución de Problemas*. Trabajo presentado en la XLV Reunión anual de Unión Matemática Argentina y XVIII Reunión de Educación Matemática, Resúmenes, pág. 55. Río Cuarto (Pcia. de Córdoba), 16 al 20 de Octubre.
- EYSENK M. and KEANE, M. (1991). *Cognitive Psychology: a student 's handbook*. Hove, U. K., Lawrence Erlbaum. Associates Ltd. 557 p.
- FRANCO, C; COLINVAUX, D.; KRAPAS, S.; QUEIROZ, G.(1997). *A Teoria Piagetiana e os Modelos Mentales*, en *Percursos Piagetianos*, Banks Leite (org), Editorial Cortez, pág.187-206, Brasil.
- HOLTON, G. (1972). *On trying to understand Scientific genius*. American Scholar, 41,95-110.
- HEBB, D. (1968). *Concerning Imagery*. Psychological Review. Vol. 75, Nro. 6,466-467.
- JOHNSON-LAIRD, P.(1983). *Mental Models*. Cambridge: Cambridge University Press.
- JOHNSON-LAIRD, P. (1990) *Mental Models*. In Posner, M.(de). *Foundations of Cognitive Science*. Cambridge : MIT Press. 469-499.
- JOHNSON-LAIRD, P. (1990) *El ordenador y la mente*. Barcelona : Ed. Paidós.
- KOSSLYN, S. (1980). *Images and Mind*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.
- PAIVIO, A. (1971). *Imagery and verbal processes*. Holt, Rinehart and Winston, Inc. New York.
- SHEPARD, R. (1978) *The mental Image*. American Psychologist. 33, 125-137.

Recebido em 29.07.97

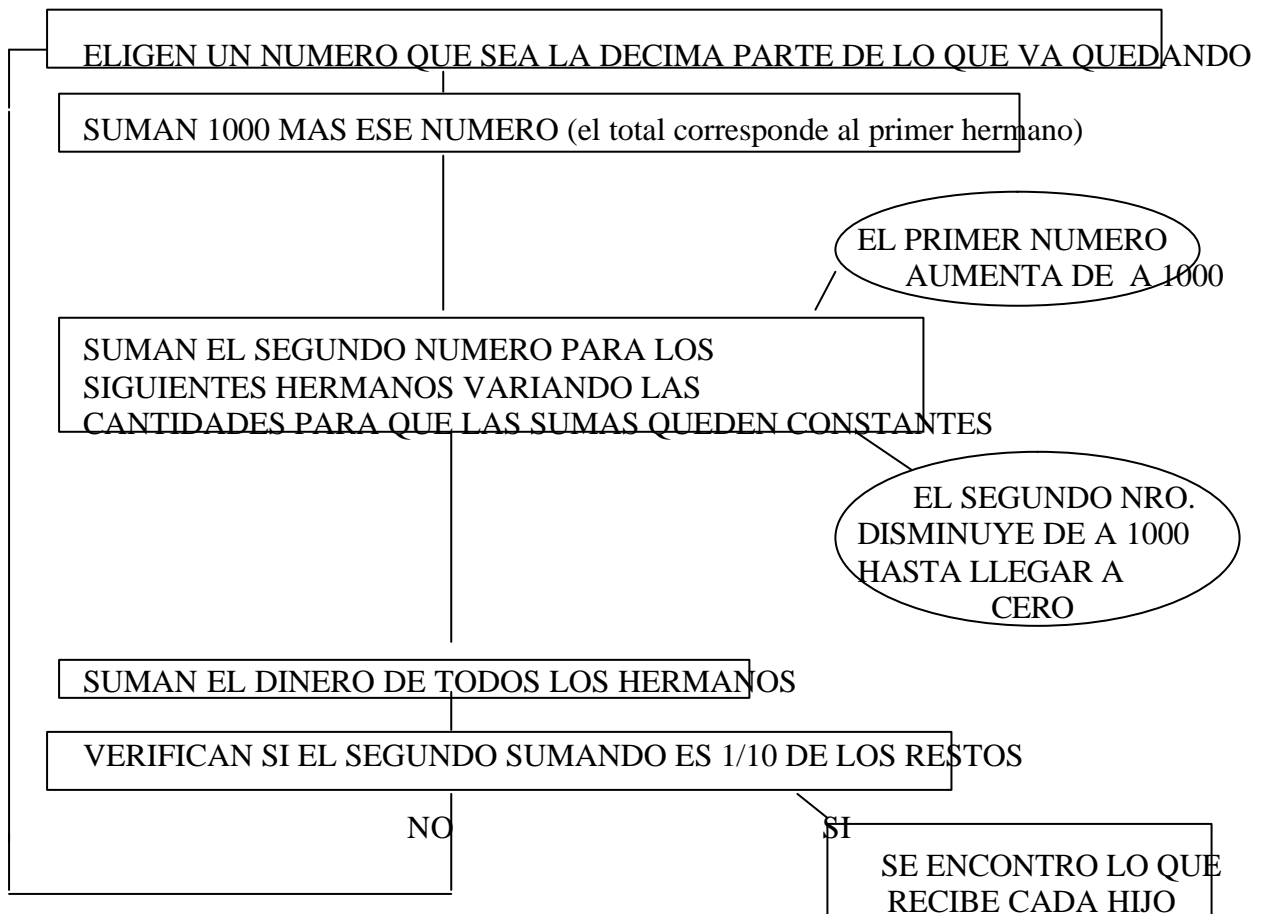
Reformulado em 07.04.98

Aceito em 06.05.98

**ANEXO**  
**MODELO 1**



**MODELO 2**



Roberto

5 ANOS SOCIÁDES

18

$$\begin{aligned} 1000 + 1/10x &= x \\ 2000 + 1/10x &= x \\ 3000 + 1/10x &= x \\ 4000 + 1/10x &= x \\ 5000 + 1/10x &= x \end{aligned}$$

?

~~$$1000 + \frac{1}{10} 15000 = 2500$$~~

~~$$15000 - \frac{1}{10} = 13500$$~~

~~$$2000 + \frac{13500}{10} = 3$$~~

~~$$1000 + \frac{12000}{10} = 2200$$~~

~~2000 + 10900 =~~  
~~1000 + 10~~  
~~1000 + 10~~  
~~1000 + 10~~

$$1000 + \frac{78000}{10} = 8800$$

$$2000 + \frac{69200}{10} = 8920$$

6600

$$1000 + \frac{77600}{10} = 8760$$

$$1000 + \frac{78600}{10} = 8860$$

$$2000 + \frac{68890}{10} = 8884$$

~~$$1000 + \frac{77600}{10} = 0$$~~

$$2000 + \frac{70740}{10}$$

$$1000 + \frac{80000}{10} = 9000$$

$$2000 + \frac{70000}{10} = 9000$$

$$3000 + \frac{60000}{10} = 9000$$

$$4000 + \frac{50000}{10} = 9000$$

$$5000 + \frac{40000}{10} = 9000$$

TIENE 9 ANOS Y UNA SUMA DE 81.000 \$

GABRIELA

Edad. 18

AÑO = 5<sup>to</sup> Socios

1

TOTAL 81.000

Hijos 9

AUMENTA ↓	1º	1000 + $\frac{1}{10}$ → 8000	= 9000.	quedaba
	2º	2000 + $\frac{1}{10}$ → 7000	= 9000	
	3º	3000 + $\frac{1}{10}$ → 6000	= 9000	
	4º	4000 + $\frac{1}{10}$ → 5000	= 9000	
	5º	5000 + $\frac{1}{10}$ → 4000	= 9000	
	6º	6000 + $\frac{1}{10}$ → 3000	= 9000	
	7º	7000 + $\frac{1}{10}$ → 2000	= 9000	
	8º	8000 + $\frac{1}{10}$ → 1000	= 9000	
	9º	9000 + $\frac{1}{10}$ → 0	= 9000	

A cada hijo le daba donado \$1000 + de lo que le daba al hijo anterior \$ del resto que quedaba le dio  $\frac{1}{10}$  y así sucesivamente hasta llegar al hijo no 9. Así donado a  $\frac{1}{10}$  hermano quedaba una cantidad de \$9000. (es una constante)